الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية المسيلة

ثانوية المجاهد الحاج الخير خيري ـ مقرة ـ
امتحان بكالوريا تجريبية للتعليم الثانوي

دورة : 2025
الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات

المدة : 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بِـ : $u_0 = 0$ ومن أجلّ كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$

1) أ / ـ تحقق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 - \frac{4}{u_n + 3}$

بـ / ـ برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $-1 < u_n \leq 0$

2) أ / ـ أُدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

بـ / ـ ماذا يمكن القول عن تقارب المتتالية (u_n) ؟ إذا كانت متقاربة عيّن نهايتها l

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$

أ / ـ بين أن المتتالية (v_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأوّل.

بـ / ـ أُكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج u_n بدلالة n

جـ / ـ أُحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

4) أُحسب المجموع : $S = u_0 \times v_0 + u_1 \times v_1 + \cdots + u_{2025} \times v_{2025}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) حلّ في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(\bar{z} + 2i)(z^2 + 2z + 4) = 0$

II) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O\,;\,\vec{u}\,,\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لاحقتها على الترتيب z_A ، z_B ، z_C و z_D حيث : $z_A = -1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 2i$ و $z_D = 2$

1) أ / ـ أُكتب كُلًا من z_A ، z_B ، z_C على الشّكل الأسّي.

بـ / ـ استنتج أنّ النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة، يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

2) أ / ـ أُكتب العدد المركّب $\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}$ على الشّكل الجبري ثمّ الشّكل الأسّي.

بـ / ـ استنتج طبيعة المثلّث ABD

3) لتكن M نُقطة من المستوي لاحقتها z

أ / ـ عيّن (Γ_1) مجموعة النقط M حيث : $z = 2i + \sqrt{2}e^{i\theta}$ و θ يمسح $\mathbb{R}$

بـ / ـ عيّن (Γ_2) مجموعة النقط M حيث : $|\bar{z} + 2i| = |iz - 2i|$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

من بين 6 تلّميذات و4 تلاميذ المتفوقين في أقسام السنة الثالثة علوم تجريبية بثانوية المجاهد الحاج الخير خيري، هناك تلميذة واحدة إسمها فاطمة الزهراء، وتلميذ واحد إسمه أحمد. أرادت الإدارة بالتنسيق مع أساتذة مادة الرياضيات تشكيّل فريق يتكون من رئيساً ونائباً وكاتباً وذلك لأجل تمثيل الثانوية في الأولمبياد الجزائرية للرياضيات .

1) أُحسب اِحتمال الأحداث التالية : A " الفريق يضم أحمد " ، B " فاطمة الزهراء كاتبة في الفريق "

C " الفريق يضم إما فاطمة الزهراء وإما أحمد " ، D " الفريق يتكون من تلاميذ وتلميذات معاً " .

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل فريق عدد التلميذات فيه.

أ / ـ عرف قانون اِحتمال المتغير العشوائي X ، ثم أُحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

بـ / ـ استنتج $E(2025X + 1446)$

جـ / ـ أُحسب $P(X^2 \leq 1)$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) الدّالة العددية g معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 - x + e^{x-1}$

أ / ـ أُدرس اتجاه تغيّر الدّالة g على $\mathbb{R}$

بـ / ـ أُحسب $g(1)$ ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x(1 + e^{1-x}) - 1$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j})$

1) أ / ـ أُحسب كُلاً من $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

بـ / ـ بيّن أنّه من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-1}}$

جـ / ـ استنتج أنّ الدّالة f متزايدة تماماً على $\mathbb{R}$ ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها.

2) بين أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $0.3 < \alpha < 0.4$

3) أ / ـ بين أنّ المستقيم (Δ) الذي $y = x - 1$ معادلة له، مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

بـ / ـ أُدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

4) أ / ـ بيّن أنّ f تقبل نقطة إنعطاف يُطلب تعيينها.

بـ / ـ أنشئ (Δ) ثمّ مثل (C_f)

5) نرمز بـ $\mathcal{A}(\alpha)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات : $y = x - 1$ ، $x = \alpha$ و $x = 1$

أ / ـ باستعمال المكاملة بالتجزئة أُحسب $\int_{\alpha}^{1} xe^{1-x}dx$

بـ / ـ بيّن أنّ $\mathcal{A}(\alpha) = -\frac{\alpha^2+2\alpha-1}{\alpha}$ ، ثمّ استنتج حصراً للعدد $\mathcal{A}(\alpha)$

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O\,;\,\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث : $z_A = 1+i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = 2z_B$

في كلّ حالة من الحالات التالية، عيّن الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة مع التبرير :

1) الشكل المثلثي للعدد المركب z_A هو :

أ / ـ $z_A = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ | ب / ـ $z_A = \left(\sin\frac{\pi}{4} + i\cos\frac{\pi}{4}\right)$ | جـ / ـ $z_A = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

2) قِيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ حقيقياً هي :

أ / ـ مضاعفات العدد 2 | ب / ـ مضاعفات العدد 3 | جـ / ـ مضاعفات العدد 4

3) الجذران التربيعيان للعدد المركب z حيث $z = -5+12i$ هما :

أ / ـ $\{2+3i\,;\,2-3i\}$ | ب / ـ $\{2+3i\,;\,-2-3i\}$ | جـ / ـ $\{2-3i\,;\,-2+3i\}$

4) مجموعة النُقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $arg(z-2+2i) = \frac{\pi}{6} + k\pi$ حيث k عدد صحيح نسبي، هي :

أ / ـ دائرة مركزها C ونصف قطرها 2 | ب / ـ المستقيم المحوري للقطعة المستقيمة $[AC]$ | جـ / ـ المستقيم المار بـ C ويشكل زاوية قيسها $\frac{\pi}{6}$ مع محور الفواصل باستثناء C

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي صُندوق على 5 كريّات متماثلة لا نفرّق بينها عند اللّمس منها: 2 كريّات خضراء و 3 كريّات حمراء

1) نسحب عشوائياً وفي آن واحد كريّتين من الصندوق

نرمز بـ X للمتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريّات الخضراء المسحوبة.

أ / ـ عين قيم المتغير العشوائي X مبرراً إجابتك.

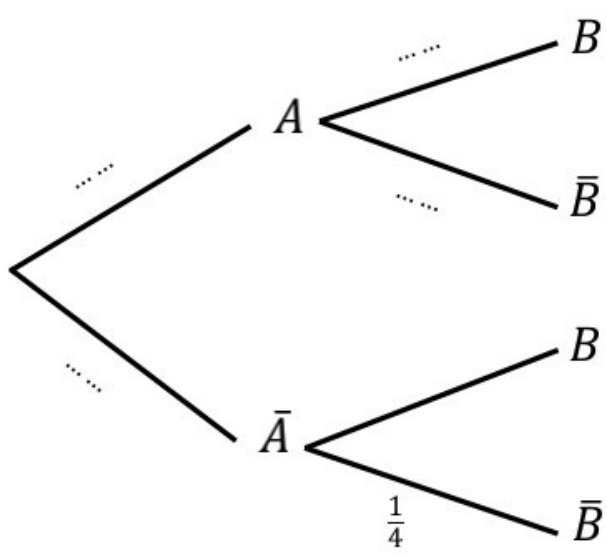
ب / ـ تحقق أنّ $P(X=0) = \frac{3}{10}$ ، ثم عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي X وأُحسب تباينه $V(X)$

جـ / ـ استنتج إحتمال أن تكون الكريّتين المسحوبتين من نفس اللون.

2) نعيد كلّ الكريّات إلى الصندوق، ونسحب منه كريّتين على التوالي بالطريقة التالية : إذا كانت الكريّة المسحوبة الأولى حمراء نعيدها إلى الصندوق أمّا إذا كانت خضراء لا نُعيدها .

نعتبر الحادثتان : A " الكريّة المسحوبة الأولى حمراء " ،

B " الكريّة المسحوبة الثانية حمراء " .



أ / ـ أُنقل ثم أكمل شجرة الإحتمالات المقابلة.

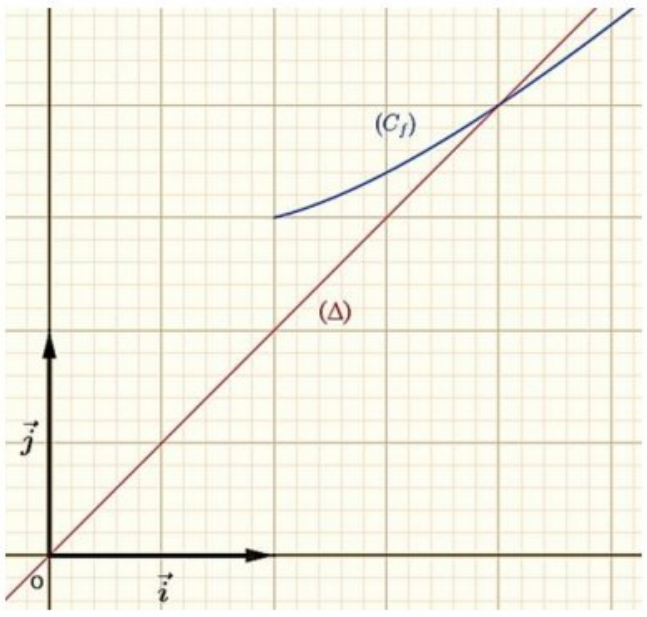
ب / ـ أُحسب إحتمال أن تكون الكريّة المسحوبة الأولى حمراء علّماً أن الكريّة المسحوبة الثانية خضراء.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

الدّالة العددية f معرّفة على المجال $[1\,;\,+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{x^2+2}{x+1}$

نَقبل أن الدّالة f متزايدة تماماً على المجال $[1\,;\,+\infty[$، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O\,;\,\vec{i},\vec{j})$ و (Δ) المنصف الأول. ـ كما هو موضح في الشكل المقابل ـ

ونعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=1$ ومن أجلّ كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.



1) أ / ـ أُنقل الشكل المقابل، ثمّ مثّل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على حامل محور الفواصل موضحاً خُطوط الإنشاء.

بـ / ـ ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $1\le u_n<2$

3) أ / ـ بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $0<2-u_{n+1}\le\frac{2}{3}(2-u_n)$

بـ / ـ استنتج أنه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $0<2-u_n\le\left(\frac{2}{3}\right)^n$

جـ / ـ أُحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع : $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

أ / ـ بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $S_n\ge 2n-1+2\left(\frac{2}{3}\right)^n$

بـ / ـ استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) الدّالة العددية g معرّفة على المجال $]0\,;\,+\infty[$ بـ : $g(x)=x^3+2\ln(x)-1$

أ / ـ أُدرس اتجاه تغيّر الدّالة g على المجال $]0\,;\,+\infty[$

بـ / ـ أُحسب $g(1)$ ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0\,;\,+\infty[$

II) الدّالة العددية f معرّفة على المجال $]0\,;\,+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{x^3-x^2-\ln x}{x^2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O\,;\,\vec{i},\vec{j})$

1) أ / ـ أُحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)$ وفسر النتيجة بيانياً، ثم أُحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

بـ / ـ بيّن أنّه من أجل كلّ x من المجال $]0\,;\,+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$ ، ثمّ شكل جدول تغيّرات الدّالة f

2) أ / ـ بين أنّ المستقيم (Δ) الذي $y=x-1$ معادلة له، مقارب مائل لـ (C_f)

بـ / ـ أُدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

3) أ / ـ بين أنّ (C_f) يقبل مماساً وحيداً (T) موازياً للمستقيم (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

بـ / ـ أنشئ كُلاً من (Δ) و (T) ، ثم ومثل (C_f)

جـ / ـ ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حُلول المعادلة : $(|m|-1)x^2=\ln x$

4) الدّالة العددية h معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f(e^x)$

ـ أُدرس اتجاه تغيّر الدّالة h على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيّراتها (لا يُطلب حساب $h(x)$) .

أساتذة المادة – ذبيح والعاقل – يتمنون لكم التوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا

انتهى الموضوع الثاني

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1)	أ / ـ التحقق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 - \frac{4}{u_n+3}$	0.25	01
	ب / ـ البرهان بالتراجع : التحقق من صحة الخاصية الإبتدائية إثبات صحة الإستلزام (إثبات أن الخاصية وراثية)	0.25 0.50	
2)	أ / ـ من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = -\frac{(u_n+1)^2}{u_n+3}$ و $u_n + 3 > 0$ إذن (u_n) متناقصة تماماً.	0.25 0.25	01
	ب / ـ (u_n) متناقصة تماماً ومحدودة من الأسفل بالعدد (-1) فهي متقاربة ـ لدينا $\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} u_{n+1} = l$ ومنه $l = 1 - \frac{4}{l+3}$ إذن $l = -1$	0.25 0.25	
3)	أ / ـ من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{2}$ و $v_0 = 1$	0.75	1.50
	ب / ـ من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = v_0 + nr = 1 + \frac{1}{2}n$ و $u_n = \frac{1}{v_n} - 1 = -\frac{n}{2+n}$	0.25 0.25	
	جـ / ـ $\lim_{n\to+\infty} u_n = -1$	0.25	
4)	ـ $S = (1 + 1 + \cdots 1) - (v_0 + v_1 + \cdots v_{2025})$ $= -\frac{1}{2}(2051325)$	0.25 0.25	0.50
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
I)	ـ $(\bar{z} + 2i)(z^2 + 2z + 4) = 0$ تكافئ $\begin{cases} \bar{z} + 2i = 0 \\ \text{أو} \\ z^2 + 2z + 4 = 0 \; ; \; \Delta = 12i^2 \end{cases}$ إذن $S = \{2i \; ; \; -1 - \sqrt{3}i \; ; \; -1 + \sqrt{3}i\}$	0.25 0.75	01
II) 1)	أ / ـ لدينا $z_A = -1 + \sqrt{3}i$ حيث $\begin{cases} \lvert z_A \rvert = \sqrt{(-1)^2 + \sqrt{3}^2} = 2 \\ arg(z_A) = \theta \; ; \begin{cases} \cos\theta = \frac{-1}{2} \\ \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} ; \; \theta = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}$ إذن $z_A = 2e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، $z_B = \overline{z_A} = 2e^{-\frac{2\pi}{3}i}$ و $z_C = 2e^{\frac{\pi}{2}i}$	0.25 0.50	01
	ب / ـ لدينا $\lvert z_A \rvert = \lvert z_B \rvert = \lvert z_C \rvert = \lvert z_D \rvert = 2$ تكافئ $OA = OB = OC = OD = 2$ الدائرة مركزها O ونصف قطرها 2	0.25	
2)	أ / ـ $\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ و $\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A} = e^{\frac{\pi}{3}i}$	0.50	01
	ب / ـ لدينا $\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A} = e^{\frac{\pi}{3}i}$ ومنه $\begin{cases} AB = AD \\ \frac{\pi}{3} \text{ قيسها } (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}) \end{cases}$ إذن المثلّث ABD متقايس الأضلاع	0.50	

(3	أ / ـ من أجل كل عدد مركب z لاحقة لـ M من (Γ_1) : $\lvert z-z_C\rvert=\sqrt{2}$ يكافئ $CM=\sqrt{2}$ ومنه (Γ_1) دائرة مركزها C ونصف قطرها $\sqrt{2}$	0.50	01
	بـ / ـ من أجل كل عدد مركب z لاحقة لـ M من (Γ_2) : $\lvert z-z_C\rvert=\lvert z-z_D\rvert$ يكافئ $CM=DM$ ، ومنه (Γ_2) المستقيم المحوري لـ $[CD]$	0.50	
	التمرين الثالث (04 نقاط)		
(1	ـ $P(A)=\frac{\frac{3!}{1!\times2!}\times A_1^1\times A_9^2}{A_{10}^3}=\frac{3}{10}$ ، $P(C)=\frac{\frac{3!}{1!\times2!}\times A_1^1\times A_8^2+\frac{3!}{1!\times2!}\times A_1^1\times A_8^2}{A_{10}^3}=\frac{7}{15}$ $P(B)=\frac{A_1^1\times A_9^2}{A_{10}^3}=\frac{1}{10}$ ، $P(D)=1-P(\overline{D})=1-\frac{A_6^3+A_4^3}{A_{10}^3}=\frac{4}{5}$	0.50 0.50 0.50 0.50	02
(2	أ / ـ $X(\Omega)=\{0;1;2;3\}$ ، $E(X)=\sum_{i=1}^{4}P_i\times x_i=\frac{9}{5}$ $\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P_i & \frac{1}{30} & \frac{9}{30} & \frac{15}{30} & \frac{5}{30} \end{array}$	0.25 0.50 0.25	02
	بـ / ـ $E(2025X+1446)=2025E(X)+1446=5091$	0.50	
	جـ / ـ $P(X^2\le1)=P(-1\le X\le1)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{1}{3}$	0.50	
	التمرين الرابع (08 نقاط)		
(I	أ / ـ من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=-1+e^{x-1}$ حيث $g'(x)\ge0$ تكافئ $x\ge1$ إذن الدالة g متزايدة تماما على $[1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty;1]$	0.50 0.50	1.50
	بـ / ـ لدينا $g(1)=1$ ، وهي قيمة حدية صغرى ومنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)>0$	0.50	
(II (1	أ / ـ لدينا $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$	0.50 0.50	2.25
	بـ / ـ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{e^{x-1}}$	0.50	
	جـ / ـ إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ لأن $e^{x-1}>0$ من أجل كل عدد حقيقي x إذن الدّالة f متزايدة تماماً على $\mathbb{R}$ جدول تغيرات الدالة f : $\begin{array}{c\|c} x & -\infty \qquad\qquad +\infty \\ \hline f'(x) & + \\ \hline f(x) & -\infty \nearrow +\infty \end{array}$	0.25 0.50	
(2	ـ الدالة f مستمرة ورتيبة تماماً على $\mathbb{R}$ ولدينا $\begin{cases} f(0.4)\approx0.13 \\ f(0.3)\approx-0.1 \end{cases}$ ومنه $f(0.3)\times f(0.4)<0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $0.3<\alpha<0.4$	0.25 0.25	0.50
(3	أ / ـ من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)-(x-1)=\frac{x}{e^{x-1}}$ حيث $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{x-1}}=0$	0.25 0.25	01

(4

بـ / ـ

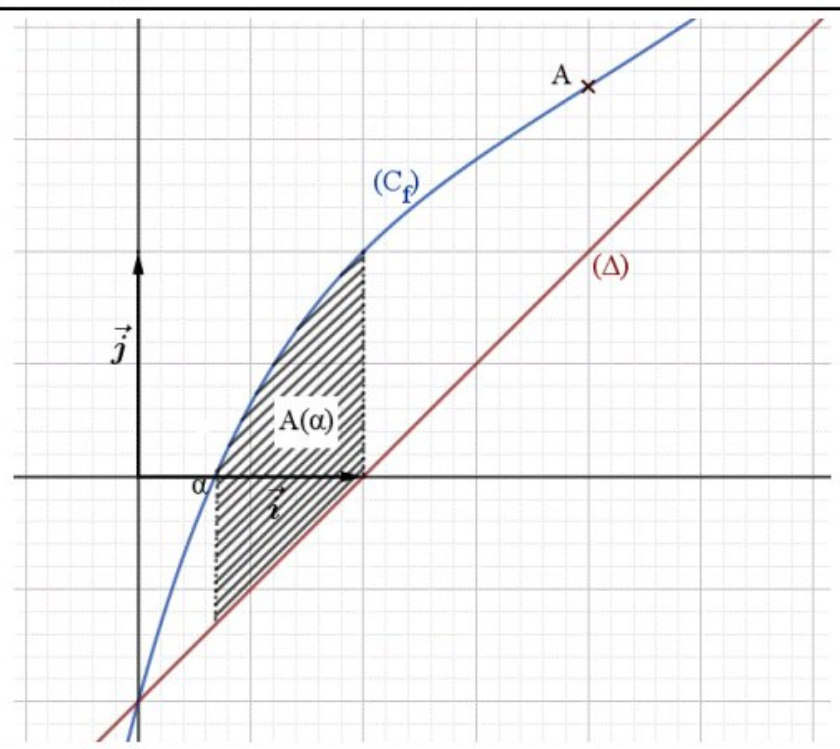
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)-(x-1)$	$-$	0	$+$
الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)	(C_f) أسفل (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في $(0;-1)$	(C_f) أعلى (Δ)

0.25
0.25

أ / ـ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f''(x)=\frac{x-2}{e^{x-1}}$ إشارتها من إشارة $x-2$ والتي تنعدم وتغير إشارتها عند القيمة 2 إذن f تقبل نقطة إنعطاف إحداثياها $\left(2;1+\frac{2}{e}\right)$

0.25
0.25
0.25

بـ / ـ التمثيل



0.25
0.25

1.50

(5

أ / ـ نضع
$$\begin{cases} u(x)=x & ; \quad u'(x)=1 \\ v'(x)=e^{1-x} & ; \quad v(x)=-e^{1-x} \end{cases}$$

نجد $\int_{\alpha}^{1} xe^{1-x}dx=[-xe^{1-x}]_{\alpha}^{1}-\int_{\alpha}^{1}-e^{1-x}dx$
$$=(\alpha+1)e^{1-\alpha}-2$$

0.25
0.25

بـ / ـ من أجل كل x من $[\alpha\,;1]$: $f(x)-(x-1)=xe^{1-x}>0$ و $f(\alpha)=0$

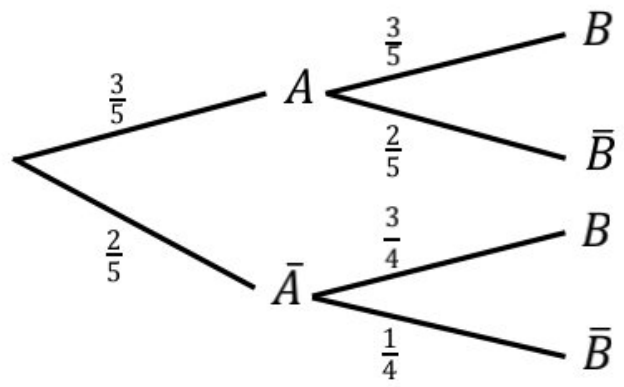
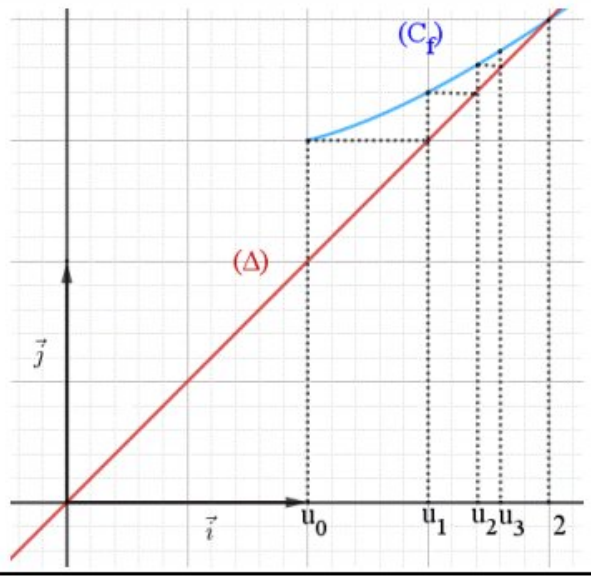
نجد $\mathcal{A}(\alpha)=\frac{1}{\alpha}-\alpha-2$ ، $\frac{1}{10}<\mathcal{A}(\alpha)<\frac{31}{30}$

0.25
0.25
0.25

1.25

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
	التمرين الأول (04 نقاط)		
(1	**الاقتراح الصحيح هو :** أ / ـ $z_A = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	0.25	01
	لدينا $z_A = 1 + i$ حيث $\begin{cases} \lvert z_A\rvert = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2} \\ arg(z_A) = \theta \; ; \begin{cases} \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} ; \; \theta = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \; ; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$	0.25 0.50	
(2	**الاقتراح الصحيح هو :** جـ / ـ مضاعفات العدد 4	0.25	01
	لدينا $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n = \cos\frac{n\pi}{4} + i\sin\frac{n\pi}{4}$ ومنه $\sin\frac{n\pi}{4} = 0$ معناه $\frac{n\pi}{4} = k\pi$ مع $k \in \mathbb{N}$	0.25 0.50	
(3	**الاقتراح الصحيح هو :** بـ / ـ $\{2+3i \; ; \; -2-3i\}$	0.25	01
	$w = a + bi$ جذر تربيعي لـ $z = -5 + 12i$ معناه $\begin{cases} a^2 - b^2 = -5 \\ 2ab = 12 \\ a^2 + b^2 = 13 \end{cases}$ يكافئ $\begin{cases} a = 2 \text{ و } b = 3 \\ a = -2 \text{ و } b = -3 \end{cases}$	0.25 0.50	
(4	**الاقتراح الصحيح هو :** بـ / ـ المستقيم المار بـ C ويشكل زاوية قيسها $\frac{\pi}{6}$ مع محور الفواصل باستثناء C	0.25	01
	$arg(z - 2 + 2i) = \frac{\pi}{6} + k\pi$ يكافئ $arg(z - z_C) = \frac{\pi}{6} + k\pi \; ; k \in \mathbb{Z}$ يكافئ $(\vec{u}; \overrightarrow{CM})$ قيسها $\frac{\pi}{6} + k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$	0.25 0.50	
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
(1	أ / ـ المتغير العشوائي X يرفق بكل عملية سحب عدد الكريّات الخضراء المسحوبة أي : $\{R ; R\} \longrightarrow 0$ ، $\{V ; R\} \longrightarrow 1$ و $\{V ; V\} \longrightarrow 2$. ومنه $X(\Omega) = \{0 ; 1 ; 2\}$	0.25 0.50	2.50
	بـ / ـ لدينا $P(X = 0) = P(\{R ; R\}) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}$ $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$ $= \sum_{i=1}^{3} P_i \times {x_i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{4} P_i \times x_i\right)^2$ $= \frac{9}{25}$	0.25 0.50 0.50	
	جـ / ـ نضع C " الكريّتين المسحوبتين من نفس اللون " ومنه $P(C) = P(X = 0) + P(X = 2) = \frac{2}{5}$	0.50	

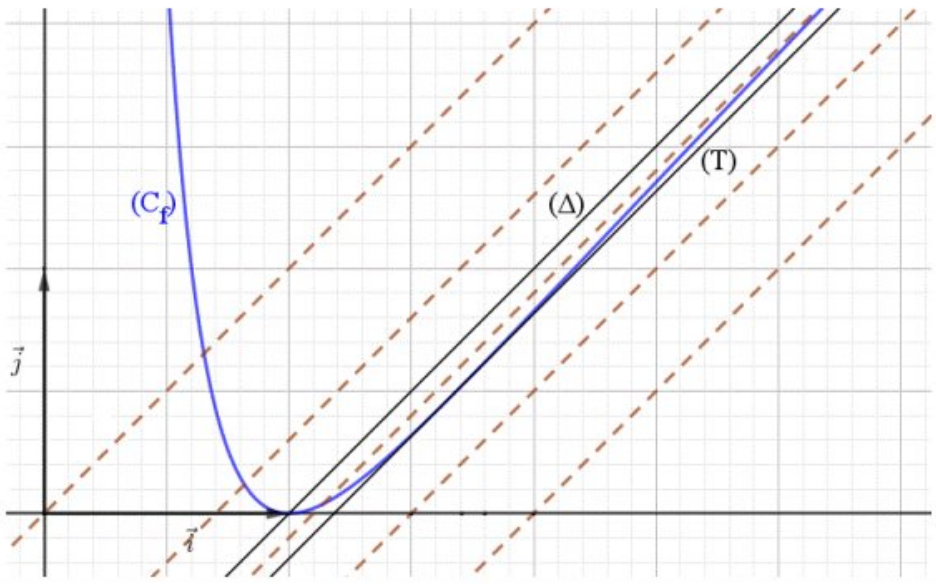
x_i	0	1	2
P_i	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$

(2	أ / ـ شجرة الإحتمالات :  	0.75	1.50
	بـ / ـ لدينا $P_{\bar{B}}(A)=\frac{P(A\cap\bar{B})}{P(\bar{B})}$ و $P_A(\bar{B})=\frac{P(A\cap\bar{B})}{P(A)}$ ومنه $P_{\bar{B}}(A)=\frac{P_A(\bar{B})\times P(A)}{P(\bar{B})}$ نجد $P_{\bar{B}}(A)=\frac{\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}}=\frac{12}{17}$	0.25 0.25 0.25	
التمرين الثالث (04 نقاط)			
(1	أ / ـ تمثيل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n)  	0.50	01
	بـ / ـ نلاحظ أن $u_0<u_1<u_2<u_3$ والحدود تقترب نحو العدد 2 ومنه المتتالية (u_n) متزايدة تماماً ومتقاربة نحو العدد 2	0.25 0.25	
(2	ـ البرهان بالتراجع : التحقق من صحة الخاصية الإبتدائية إثبات صحة الإستلزام (إثبات أن الخاصية وراثية)	0.25 0.50	0.75
(3	أ / ـ من أجل كلّ عدد طبيعي n : $0<2-u_n$ و $2-u_{n+1}\le\frac{u_n}{u_n+1}(2-u_n)$ حيث $\frac{u_n}{u_n+1}=1-\frac{1}{u_n+1}$ و $1\le u_n<2$ ومنه $\frac{u_n}{u_n+1}\le\frac{2}{3}$	0.25 0.25 0.25	1.50
	بـ / ـ لدينا $\begin{cases}\cancel{2-u_1}\le\frac{2}{3}(2-u_0)\\ \cancel{2-u_2}\le\frac{2}{3}\cancel{(2-u_1)}\\ \cancel{2-u_3}\le\frac{2}{3}\cancel{(2-u_2)}\\ \vdots\\ \underbrace{2-u_n\le\frac{2}{3}\cancel{(2-u_{n-1})}}_{\text{بالضرب طرف لطرف}}\end{cases}$ و $0<2-u_n$ منه : $0<2-u_n\le\left(\frac{2}{3}\right)^n$	0.25 0.25	
	جـ / ـ لدينا $0<2-u_n\le\left(\frac{2}{3}\right)^n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n=0$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=2$	0.25	

4)	أ / ـ من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n \geq 2-\left(\frac{2}{3}\right)^n$ ومنه $S_n \geq \left(\underbrace{2+2+\cdots+2}_{(n+1)\text{ مرة}}\right)-\left[\left(\frac{2}{3}\right)^0+\left(\frac{2}{3}\right)^1+\cdots+\left(\frac{2}{3}\right)^n\right]$ يكافئ $S_n \geq 2n+2-\frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{2}{3}\right)}$ يكافئ $S_n \geq 2n-1+2\left(\frac{2}{3}\right)^n$	0.25 0.25	0.75
	بـ / ـ لدينا من أجل كلّ عدد طبيعي n : $S_n \geq 2n-1+2\left(\frac{2}{3}\right)^n$ حيث $\lim\limits_{n\to+\infty} 2n-1+2\left(\frac{2}{3}\right)^n=+\infty$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n=+\infty$	0.25	
	التمرين الرابع (08 نقاط)		
I)	أ / ـ من أجل كل x من $]0\,;+\infty[$: $g'(x)=3x^2+\frac{2}{x}$ حيث $x^2>0$ و $\frac{2}{x}>0$ إذن الدالة g متزايدة تماما على $]0\,;+\infty[$	0.50 0.25	1.50
	بـ / ـ لدينا $g(1)=0$ ، ومنه : x: 0 ‖ 1 ‖ $+\infty$ $g(x)$: ‖ $-$ ‖ 0 ‖ $+$	0.25 0.50	
II)	أ / ـ لدينا $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=+\infty$ أي حامل محور الفواصل مقارب لـ (C_f) و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0.25 0.25 0.50	02
1)	بـ / ـ من أجل كلّ x من المجال $]0\,;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$ ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ جدول تغيّرات الدّالة f x: 0 ‖ 1 ‖ $+\infty$ $f'(x)$: ‖ $-$ ‖ 0 ‖ $+$ $f(x)$: ‖ $+\infty$ ↘ 0 ↗ $+\infty$	0.50 0.50	
2)	أ / ـ من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)-(x-1)=-\frac{\ln x}{x^2}$ حيث $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2}=0$	0.25	01
	بـ / ـ x: 0 ‖ 1 ‖ $+\infty$ $f(x)-(x-1)$: ‖ $+$ ‖ 0 ‖ $-$ الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ): ‖ (C_f) أعلى (Δ) ‖ (C_f) يقطع (Δ) في $(1;0)$ ‖ (C_f) أسفل (Δ)	0.25 0.50	
	أ / ـ من أجل $f'(x)=1$ يكافئ $x=\sqrt{e}$ ومنه $(T): y=f'(\sqrt{e})(x-\sqrt{e})+f(\sqrt{e})$ أي $(T): y=x-\left(1+\frac{1}{2e}\right)$	0.50 0.25	

3)

بـ / ـ التمثيل



0.75

جـ / ـ حلول المعادلة بيانيا هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - |m|$ وبوضع $m' = -|m|$ ، نجد

m'	$\left]-\infty\,;-\left(1+\frac{1}{2e}\right)\right[$	$-\left(1+\frac{1}{2e}\right)$	$\left]-\left(1+\frac{1}{2e}\right);-1\right[$	$[-1;+\infty[$
m	$\left]-\infty\,;-\left(1+\frac{1}{2e}\right)\right[\cup \left]\left(1+\frac{1}{2e}\right);+\infty\right[$	$-\left(1+\frac{1}{2e}\right)$ $\left(1+\frac{1}{2e}\right)$	$\left]-\left(1+\frac{1}{2e}\right);-1\right[\cup \left]1;\left(1+\frac{1}{2e}\right)\right[$	$[-1\,;1]$
عدد حلول المعادلة	لا تقبل حلول	تقبل حل واحد	تقبل حلين متمايزين	تقبل حل واحداً وحيداً

0.25

0.25

0.50

2.50

4)

ـ من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$: $h'(x) = e^x f'(e^x)$ ومنه إشارة $h'(x)$ من إشارة $f'(e^x)$

لأن $e^x > 0$ من أجل كل عدد حقيقي x ، حيث $f'(e^x) \geq 0$ تكافئ $x \geq 0$

إذن الدالة h متزايدة تماما على $[0\,;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty\,;0\,[$

ولدينا $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x) = +\infty$

جدول تغيّرات h

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h(x)$	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

0.25

0.50

0.25

01

ملاحظات:

تُؤخذ بعين الاِعتبار كُلّ الإجابات الممنهجة والتي تؤدي المطلوب.

يتم مناقشة الإجابة والتفصيل في الحل حُضورياً في المؤسسة بتواريخ تحددها المؤسسة لاحقاً.