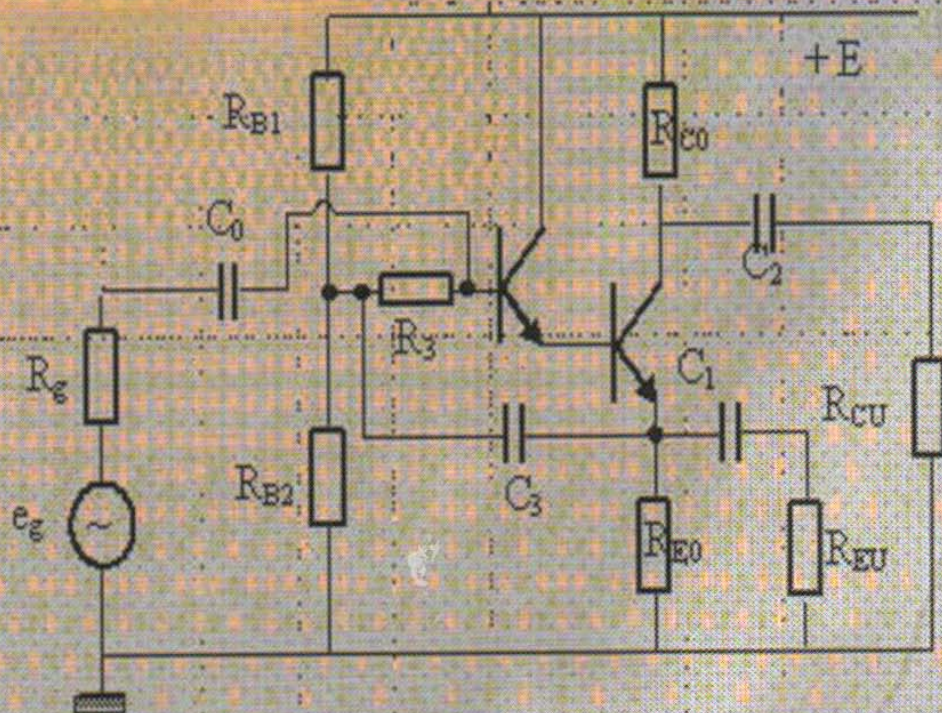


EXERCICES ET PROBLEMES CORRIGES D'ELECTRONIQUE ANALOGIQUE

Ali GHARSALLAH Tarek BEN NASRALLAH
Lassâad GARGOURI



**EXERCICES ET
PROBLEMES CORRIGES
D'ELECTRONIQUE ANALOGIQUE**

**EXERCICES ET PROBLEMES CORRIGES
D'ELECTRONIQUE ANALOGIQUE**

**EXERCICES ET
PROBLEMES CORRIGES
D'ELECTRONIQUE ANALOGIQUE**

**Ali GHARSALLAH Tahar BEN NASRALLAH
Lassâad GARGOURI**

Centre de Publication Universitaire

2003

Préface

Cet ouvrage a été conçu en premier lieu à l'usage des étudiants de premier cycle universitaire et aux élèves des Instituts technologiques (ISET) et préparatoires (IPEI). Il sera également très utile aux étudiants de deuxième cycle (Maîtrises d'électronique et sciences physiques, CAPES, ...) qui souhaitent raviver leurs connaissances en électronique analogique.

Chaque chapitre comporte un résumé de cours suivi d'exercices et problèmes, tous résolus, et présentant une étude générale de certains composants et circuits électroniques.

Nous espérons que ce travail permettra aux étudiants d'acquérir un savoir-faire dans la résolution de problèmes de conception électronique et de mieux préparer ainsi leurs examens.

Nous tenons à remercier tous nos collègues de la Faculté des Sciences de Tunis qui nous ont aidé dans la préparation de ce livre, ainsi que ceux qui voudraient bien nous faire part de leurs remarques et suggestions constructives pour améliorer son contenu.

Les auteurs

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE 1 : Méthodes d'analyse des circuits linéaires

Rappels de cours -----	3
Enoncés des exercices -----	13
Corrigés des exercices -----	19

CHAPITRE 2 : Circuits électriques en régime transitoire et sinusoïdal

Rappels de cours -----	43
Enoncés des exercices -----	53
Corrigés des exercices -----	59

CHAPITRE 3 : Les quadripôles linéaires

Rappels de cours -----	79
Enoncés des exercices -----	89
Corrigés des exercices -----	95

CHAPITRE 4 : Les circuits à diodes

Rappels de cours -----	123
Enoncés des exercices -----	129
Corrigés des exercices -----	137

CHAPITRE 5 : Les transistors bipolaires utilisés en amplificateurs

Rappels de cours -----	161
Enoncés des exercices -----	167
Corrigés des exercices -----	179

CHAPITRE 6 : Le transistor à effet de champ

Rappels de cours -----	217
Enoncés des exercices -----	221
Corrigés des exercices -----	229

CHAPITRE 7 : Amplificateur opérationnel

Rappels de cours -----	263
Enoncés des exercices -----	267
Corrigés des exercices -----	275

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES -----	287
-----------------------------------	-----

CHAPITRE 1

METHODES D'ANALYSE DES CIRCUITS LINEAIRES

METHODES D'ANALYSE DES CIRCUITS LINEAIRES **(RAPPELS DE COURS)**

I- Introduction :

L'analyse des circuits électriques linéaires est gouvernée par les lois et les théorèmes généraux suivants :

1. Lois de Kirchhoff
2. Théorème de superposition
3. Théorème de Thévenin
4. Théorème de Norton
5. Théorème de Millman
6. Théorème de Kennely

Tout d'abord, nous allons donner dans la suite les définitions et les conventions nécessaires à l'étude des circuits électriques.

II- Définitions et conventions

- **Dipôle**

C'est un dispositif électrique qui ne comporte que deux bornes et dans lequel un courant électrique peut circuler.

Un dipôle est dit actif (Exemple : pile, accumulateur, alternateur...) s'il fournit de l'énergie électrique à un circuit extérieur. Le dipôle est dit passif dans le cas contraire (Exemple : résistor, condensateur, self...)

- **Dipôle linéaire :**

Un dipôle est linéaire si sa caractéristique tension-courant est linéaire.

Exemple: résistor, source de tension ou de courant.

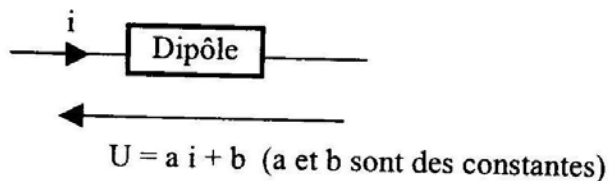


Fig.1.1 : Dipôle linéaire

Circuit électrique linéaire :

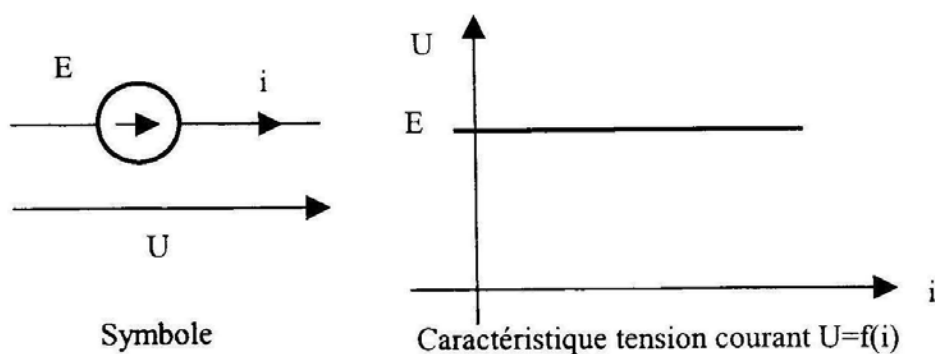
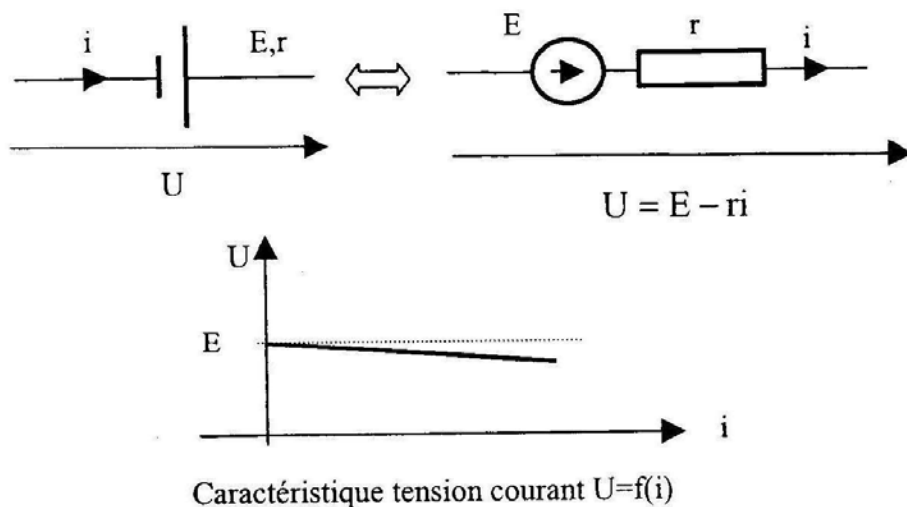
Un circuit électrique est dit linéaire, s'il ne comporte que des dipôles linéaires.

Remarque

Bien que les composants à semi-conducteur (diode, transistor) et circuits intégrés ne répondent pas à la définition ci-dessus, ils sont tout de même considérés comme actifs.

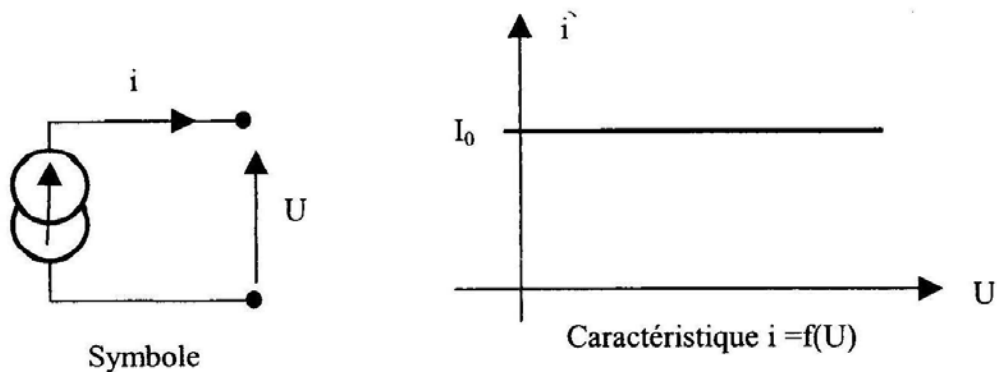
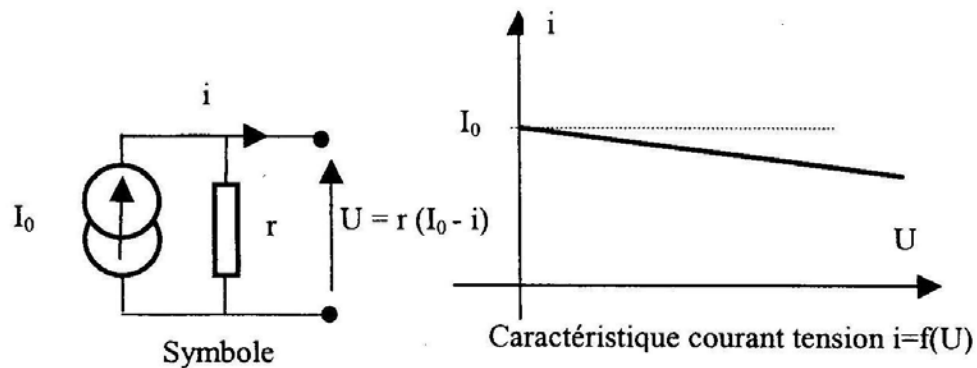
Source de tension :

Une source de tension parfaite est un dipôle actif qui maintient entre ses bornes une différence de potentiel constante quel que soit le courant qu'il débite. Si la source a une résistance interne en série, elle est dite réelle.

**Fig.1.2 : Source de tension parfaite****Fig.1.3 : Source de tension réelle**

Source de courant :

Une source de courant parfaite est un dipôle actif qui fournit un courant électrique quelle que soit la tension à ses bornes. La source est dite réelle, si elle a une résistance interne en parallèle.

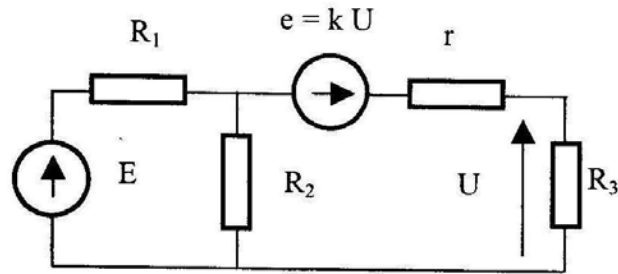
**Fig.1.4 : Source de courant parfaite****Fig.1.5 : Source de courant réelle****Source indépendante et source dépendante :**

Une source de tension (ou de courant) est dite indépendante si la force électromotrice (f.é.m.) qu'elle délivre (ou le courant électromoteur (c.é.m.) qu'elle débite) ne dépend d'aucune grandeur interne au circuit électrique dans lequel elle est insérée.

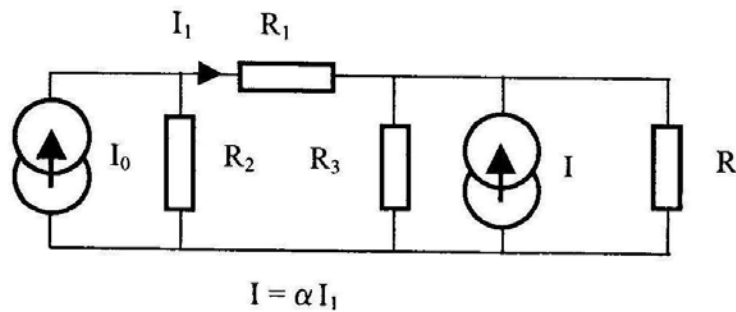
Exemple : pile, batterie d'accumulateur, générateur...

Une source est dite dépendante (ou bien liée ou encore commandée) dans le cas contraire.

Exemple :



E et I_0 : Sources indépendantes
 $E = k U$ et $I = \alpha I_1$: Sources liées



$I = \alpha I_1$

Fig.1.6 : Sources indépendantes - Sources liées

Extinction des sources :

Eteindre une source indépendante : c'est la remplacer par sa résistance interne.

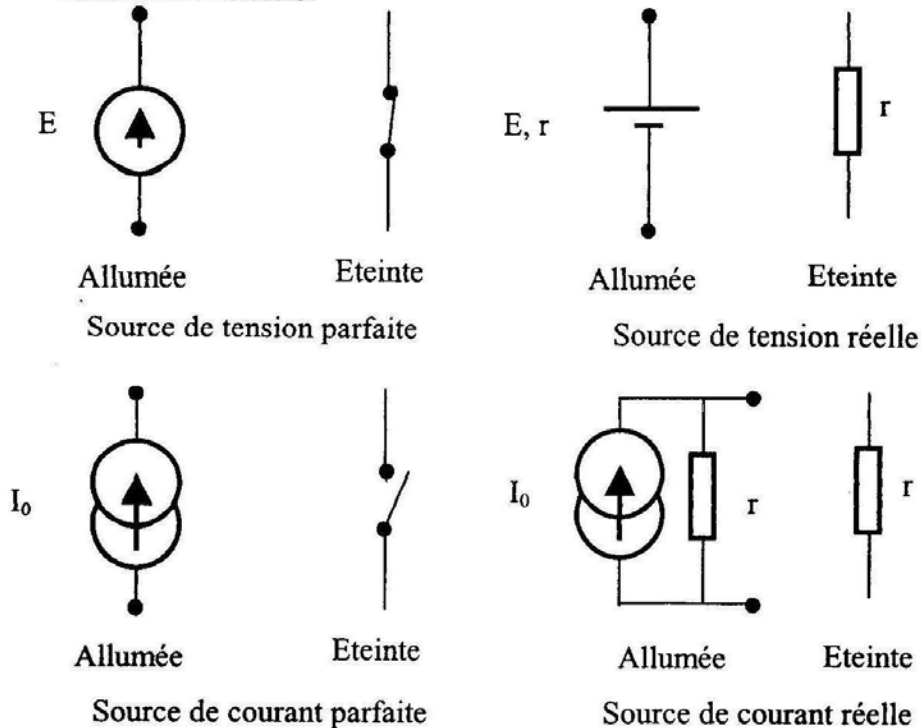


Fig.1.7 : Extinction des sources

Remarque : On ne peut pas éteindre les sources commandées de la même manière que les sources indépendantes.

• **Conventions de signe :**

♦ **Courant électrique :**

Le sens conventionnel du courant électrique est celui opposé à la circulation des électrons. Dans un circuit électrique, le calcul de l'intensité du courant permet de confirmer ou non ce sens.

♦ **Convention générateur :**

Un générateur est un dipôle qui fournit de l'énergie électrique, il possède une borne positive et une borne négative. Le courant sort de la borne positive. I et U sont de même signe.

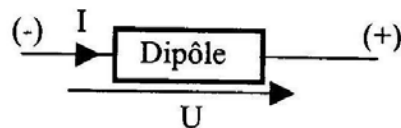


Fig.1.8 : Dipôle générateur

♦ **Convention récepteur :**

Un récepteur est un dipôle qui consomme de l'énergie électrique. Il peut être polarisé (possède un pôle positif et un négatif) ou non.

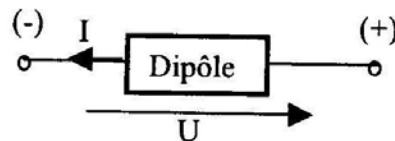


Fig.1.9 : Dipôle récepteur

Le courant entre par la borne positive ($I > 0$ et $U > 0$).

Exemple : un résistor est un récepteur non polarisé, une batterie d'accumulateur en phase de charge est un récepteur polarisé.

III- Théorèmes généraux :

III-1. Loi des nœuds :

Cette loi traduit la règle de conservation du courant. Elle est régie par l'égalité suivante :

La somme algébrique des courants entrants dans un nœud = la somme des courants sortants de ce nœud.

Ou encore: (Fig.1.10)

$$\sum_N \varepsilon_N \cdot i_N = 0$$

Avec $\begin{cases} \varepsilon_N = +1 & \text{si } i_N \text{ se dirige vers le noeud} \\ \varepsilon_N = -1 & \text{si } i_N \text{ sort du noeud} \end{cases}$

$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4$$

ou $i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0$

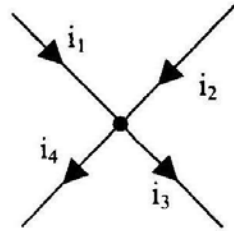


Fig.1.10 : Loi des nœuds

III- 2. Loi des mailles :

Le long d'une maille fermée parcourue dans un sens donné, la somme des tensions est nulle.

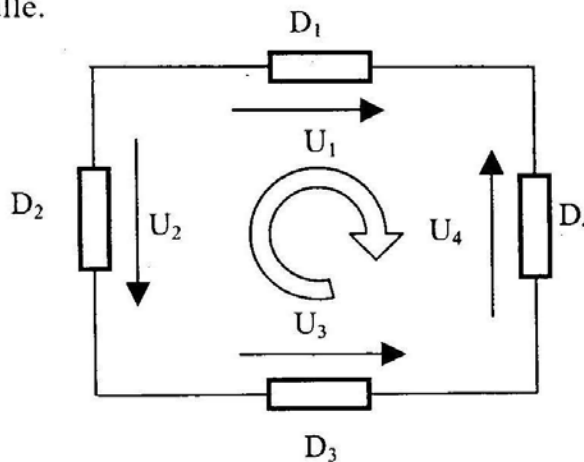


Fig.1.11 : Loi des mailles

$$\sum_N \varepsilon_N \cdot U_N = 0$$

Avec $\begin{cases} \varepsilon_N = +1 & \text{si } U_N \text{ de même sens que celui choisi pour la maille} \\ \varepsilon_N = -1 & \text{si } U_N \text{ dans le cas contraire.} \end{cases}$

Remarque :

Le choix contraire peut aussi être adopté. On peut facilement déterminer l'équation d'une maille à l'aide des deux règles suivantes :

- La chute de tension est de sens contraire au courant circulant dans un récepteur.
- La chute de tension est de même sens que le courant sortant d'un générateur.

III- 3. Théorème de superposition :

La tension entre deux points A et B (ou bien le courant dans la branche AB) d'un circuit électrique linéaire comportant plusieurs générateurs est égale à la somme des tensions (courants) obtenues entre ces deux points lorsque chaque source agit seule.

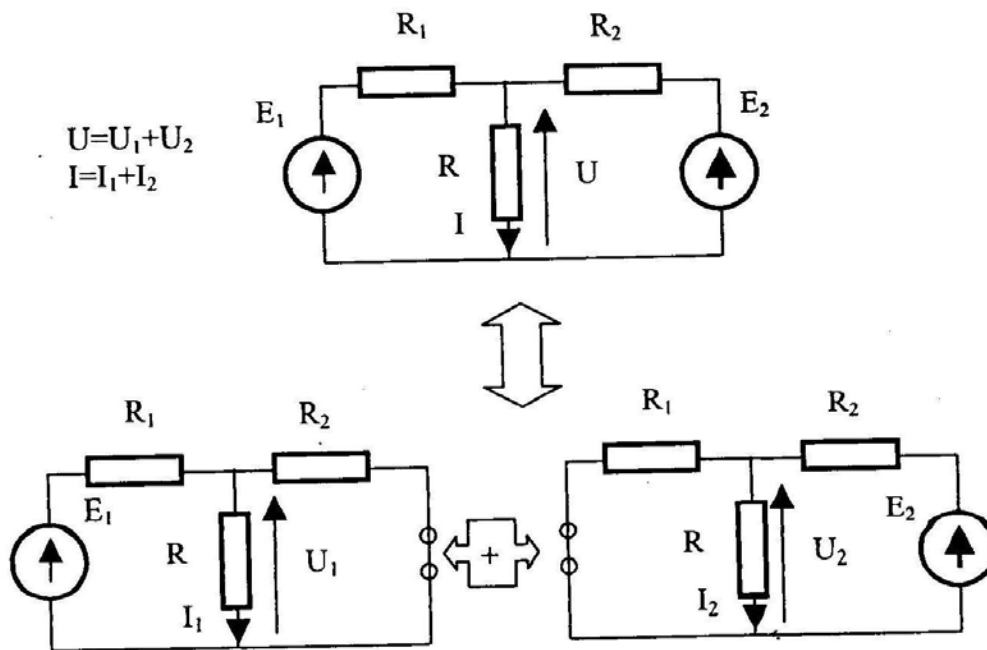


Fig.1.12 : Théorème de superposition

III- 4. Théorème de Thévenin :

Un réseau électrique linéaire vu de deux de ses points A et B est équivalent à un générateur de tension (dit de Thévenin) de force électromotrice E_{Th} égale à la tension à vide entre A et B et de résistance interne R_{Th} .

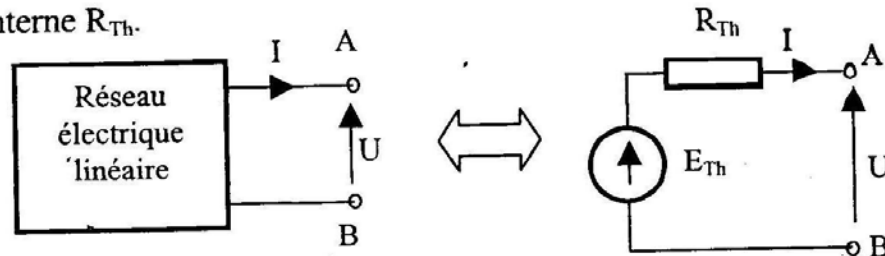


Fig.1.13 : Théorème de Thévenin

$$E_{Th} = U \text{ pour } I = 0.$$

R_{Th} est la résistance vue des points A et B, toutes sources indépendantes éteintes.

III- 5. Théorème de Norton:

Un réseau linéaire vu de deux de ses points A et B est équivalent à un générateur de courant dont l'intensité du courant électromoteur est égale à l'intensité du courant de court-circuit entre A et B (I_N), et de résistance interne R_N égale à la résistance vue des points A et B, toutes sources indépendantes éteintes.

Remarque :

Par définition même R_N est égale à R_{TH} .

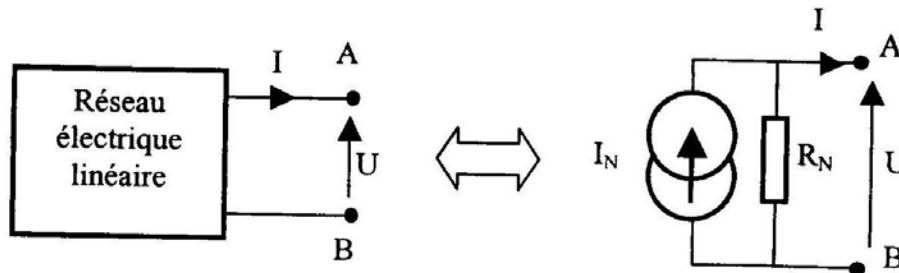


Fig.1.14 : Théorème de Norton

III- 6. Théorème de Millman:

La tension V_{NM} d'un réseau électrique comportant n branches en parallèle est : (Fig.1.15)

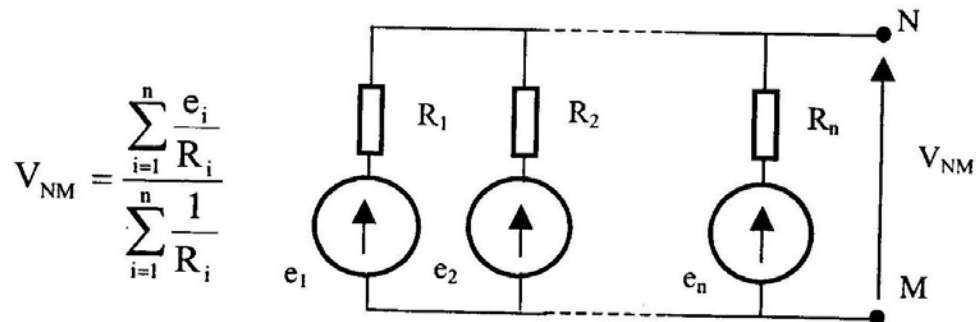


Fig.1.15 : Théorème de Millman

III- 7. Transformation de Kennely:

Ces transformations sont liées aux associations de dipôles en "triangle" ou en "étoile". Le passage de la structure en triangle (A_1, A_2, A_3) à la structure en étoile (A_1, A_2, A_3, M) sera comme suit: (Fig.1.16)

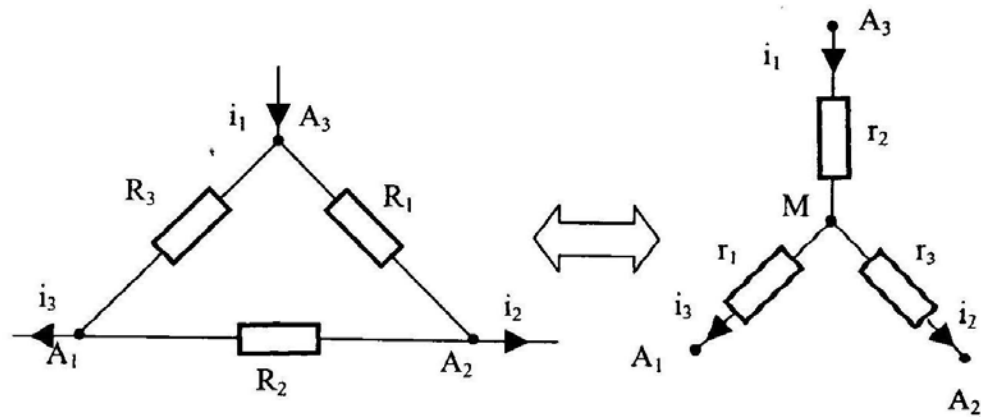


Fig.1.16 : Transformation de Kennelly

Avec

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \\ r_2 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \\ r_3 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \end{array} \right. \longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} R_1 = \frac{r_1 \cdot r_2 + r_2 \cdot r_3 + r_1 \cdot r_3}{r_1} \\ R_2 = \frac{r_1 \cdot r_2 + r_2 \cdot r_3 + r_1 \cdot r_3}{r_2} \\ R_3 = \frac{r_1 \cdot r_2 + r_2 \cdot r_3 + r_1 \cdot r_3}{r_3} \end{array} \right.$$

METHODES D'ANALYSE DES CIRCUITS LINEAIRES (ENONCES DES EXERCICES)

Exercice 1

1. Calculer la différence de potentiel (d.d.p.) E_0 aux bornes du réseau I, puis la résistance R_{AB} vue des bornes A et B du réseau II (Fig.1.17).

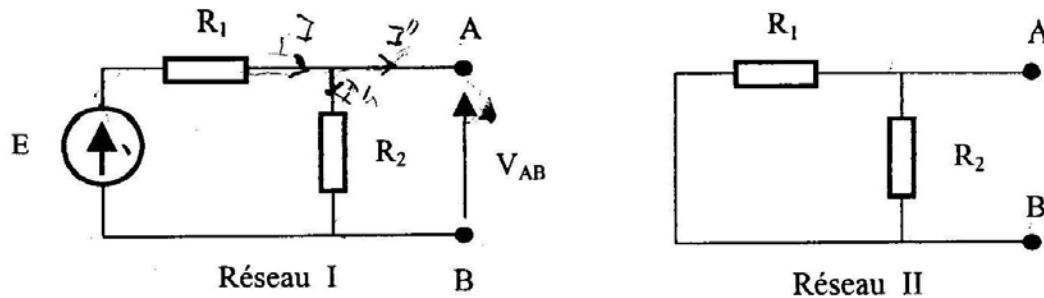


Fig.1.17

2. En utilisant les lois de Kirchhoff, calculer le courant qui passerait dans une résistance R placée entre les bornes A et B du réseau I. Montrer que ce courant peut se mettre sous la forme :

$$I = \frac{E_0}{R_{AB} + R}$$

Conclure.

Application du théorème de Thévenin : Calculer la tension V_S du circuit suivant: (Fig.1.18)

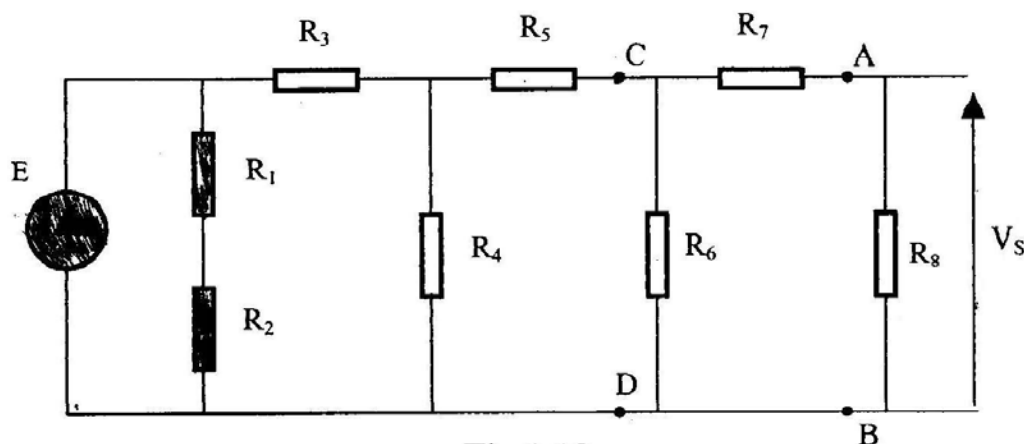
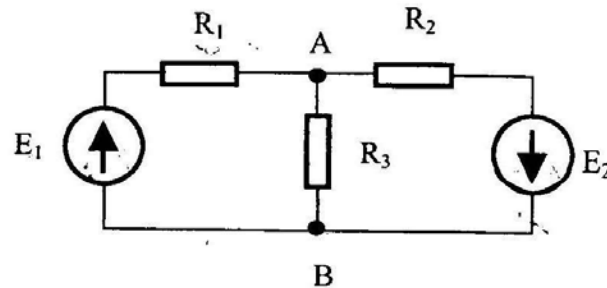


Fig.1.18

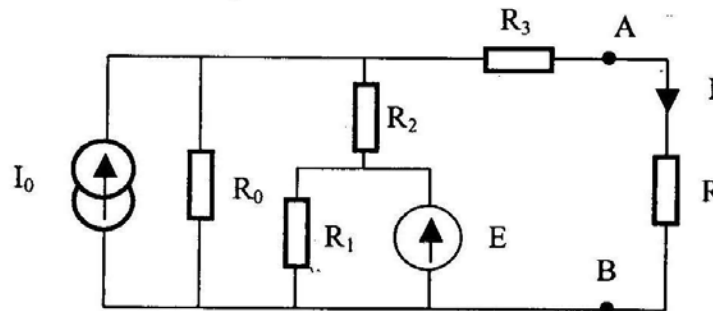
Exercice 2

Calculer la tension V_{AB} du circuit suivant (Fig.1.19) en utilisant les théorèmes de :

- Millman
- Superposition
- Thévenin
- Norton

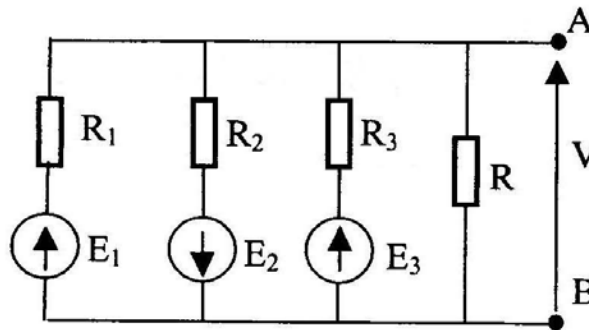
**Fig. 1.19****Exercice 3**

En utilisant le théorème de Thévenin, calculer la tension V_{AB} du circuit ci-dessous (Fig.1.20). En déduire le courant I dans la résistance R .

**Fig.1.20****Exercice 4:**

Déterminer la tension V aux bornes de la résistance R du circuit suivant (Fig.1.21) en utilisant successivement :

- a - Le théorème de superposition.
- b - Le théorème de Thévenin.
- c - Le théorème de Millman.

**Fig.1.21**

Exercice 5

Trouver le courant I dans le circuit ci-dessous (Fig.1.22) par application des théorèmes de Millman et de Norton.

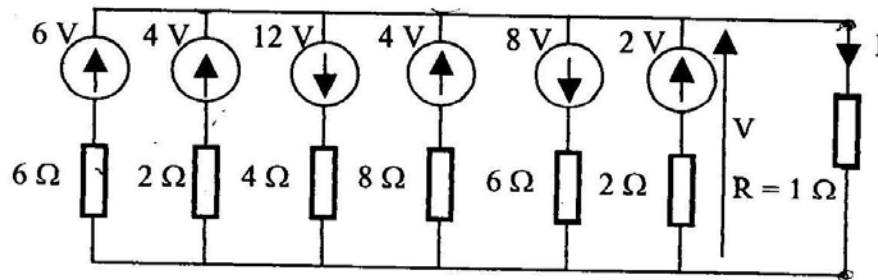


Fig.1.22

Exercice 6

Déterminer les intensités dans les différentes branches du réseau ci-dessous (Fig.1.23) par application du théorème de superposition.

A.N.: $E_1 = 2 \text{ V}; E_2 = 1,5 \text{ V}$

$R_1 = 1 \Omega; R_2 = 3 \Omega; R_3 = 2 \Omega; R_4 = 6 \Omega; R_5 = 5 \Omega; R_6 = 0 \Omega$

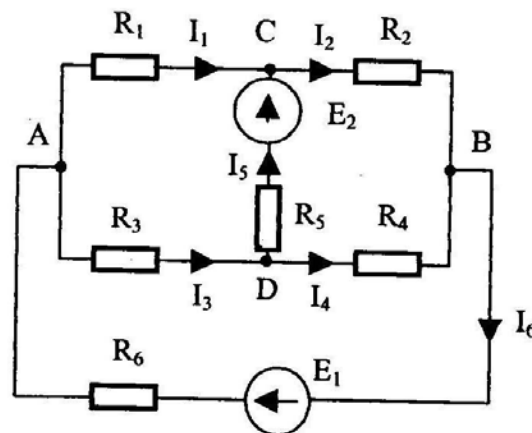


Fig.1.23

Exercice 7 :

a- Déterminer le générateur de Thévenin équivalent au circuit ci-dessous vu des points A et B: (Fig.1.24)

On donne :

$E_1 = 8 \text{ V}; E_2 = 12 \text{ V}; E_3 = 2 \text{ V};$

$R_0 = 5 \Omega; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 15 \Omega;$

$R_3 = 20 \Omega.$

b- Déterminer le générateur de Norton équivalent.

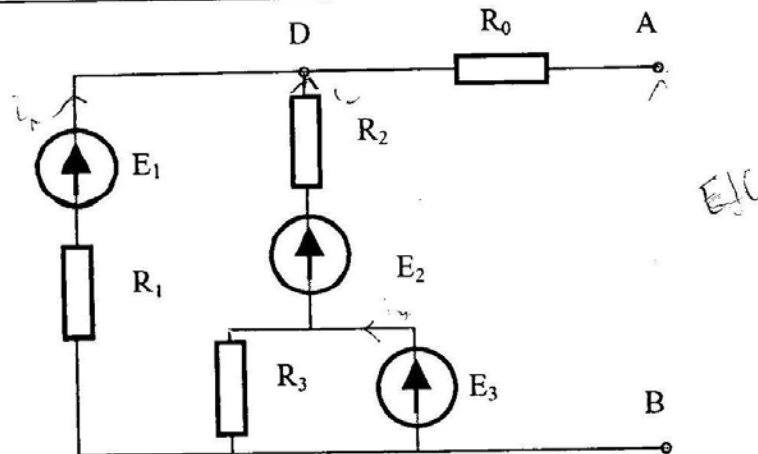


Fig.1.24

Exercice 8

Déterminer la tension aux bornes de la résistance R du circuit suivant (Fig.1.25):

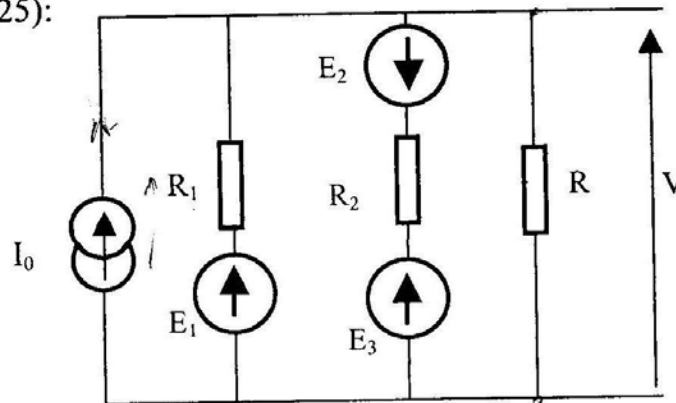


Fig.1.25

Exercice 9

1. Quelle valeur faut-il donner à la f.é.m. E , dans le circuit représenté ci-contre (Fig.1.26) pour qu'il soit équivalent (entre les bornes A et B) à une résistance pure ?
2. Donner la valeur de cette résistance.

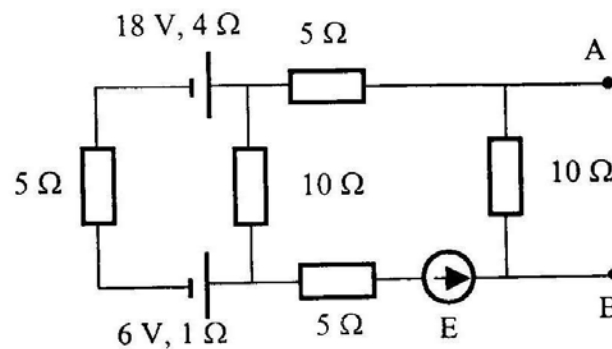


Fig.1.26

Exercice 10

On considère le réseau de la figure ci-dessous (Fig.1.27) où tous les générateurs de tension ont la même force électromotrice (f.é.m.) E , tous les générateurs de courant débitent le même courant I et toutes les résistances ont la même valeur R .

1. Déterminer le générateur de Thévenin (E_{Th} , R_{Th}) vu des points A, B.
2. Déterminer le générateur de Norton (I_N , R_N) entre les points B, C.

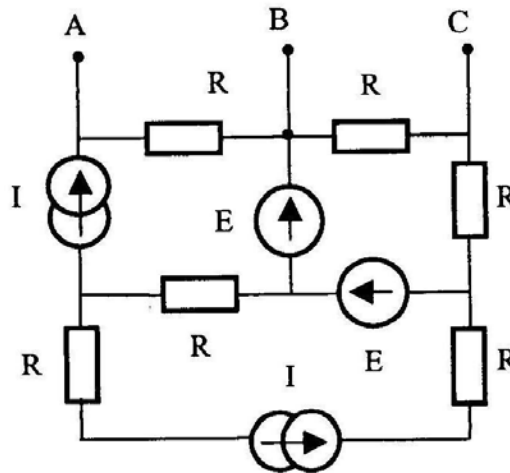


Fig.1.27

Exercice 11

On se propose d'étudier le circuit de la Fig.1.28

1. Quel est le type de la source αV_1 ? Par rapport aux points C et D :
2. Déterminer le générateur de Thévenin équivalent.
3. Calculer de deux façons différentes, la résistance interne de ce générateur.

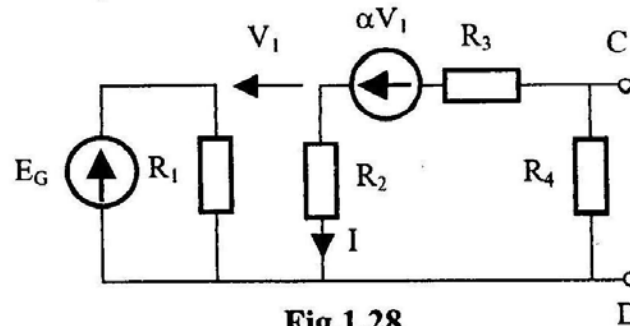


Fig.1.28

E_G est un générateur de tension et αV_1 est une source liée.

Exercice 12

On veut associer en série ou en parallèle deux générateurs parfaits de tension ou de courant. Parmi les cas envisageables, préciser quelles sont :

- Les associations "interdites", c'est à dire risquant de conduire à la détérioration de l'un au moins des générateurs.
- Les associations "permises". Donner alors les générateurs équivalents à ces associations.

METHODES D'ANALYSE DES CIRCUITS LINEAIRES

(CORRIGES DES EXERCICES)

Exercice 1

1.

- L'application de la loi des mailles dans le réseau I (Fig.1.17) permet d'avoir:

$$E - R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_1 = 0 \Leftrightarrow E = (R_1 + R_2) \cdot I_1 \quad (1.1)$$

$$V_{AB} = R_2 \cdot I_1 \quad (1.2)$$

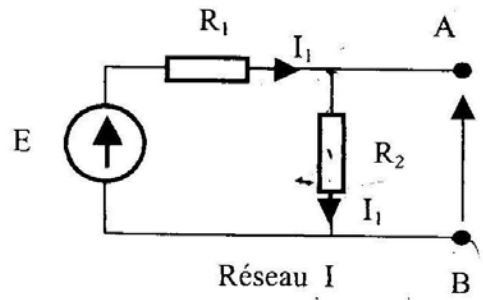


Fig.1.17

(1.1) et (1.2) permettent d'avoir $E_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E$

C'est un diviseur de tension.

- La résistance vue entre les points A et B du réseau II est :

$$R_{AB} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

2. On place une résistance R entre les points A et B (Fig.1.29):

On pose $r = \frac{R \cdot R_2}{R + R_2}$

d'où $I' = \frac{E}{R_1 + r}$

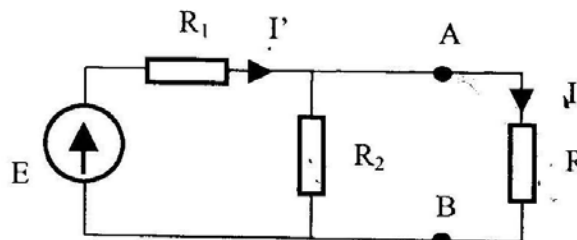


Fig.1.29

En appliquant la règle du diviseur de courant, on aura :

$$I = \frac{R_2}{R + R_2} I'$$

et par suite
$$I = \frac{R_2 E}{R_1(R+R_2) + R R_2}$$

Qui peut être réécrit comme suit :

$$I = \frac{\frac{E \cdot R_2}{R_1 + R_2}}{R + \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)}}$$

Conclusion:

Ce résultat est aussi obtenu beaucoup plus rapidement par application du théorème de Thévenin :

On peut remplacer tout réseau électrique linéaire (vu de deux de ses bornes) comportant plusieurs mailles par un simple circuit constitué par un générateur de f.é.m. $E_{Th} = E_0$ et de résistance interne $R_{Th} = R_{AB}$ comme l'indique la Fig.1.30.

Par application de la loi des mailles, on voit facilement que :

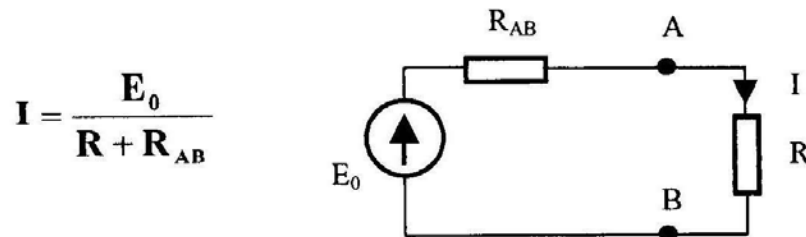


Fig.1.30

Application:

En réalisant une coupure au niveau des points C et D dans le circuit de la Fig.1.18, nous obtenons ainsi le schéma suivant: (Fig.1.31)

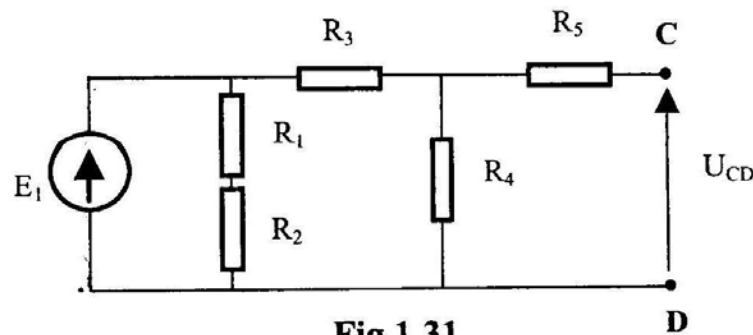


Fig.1.31

Calculons la résistance interne du générateur de Thévenin (E_1, r_1) vue des points C et D. La f.é.m. est parfaite et pour l'éteindre on la remplace par un court-circuit, d'où le schéma suivant:

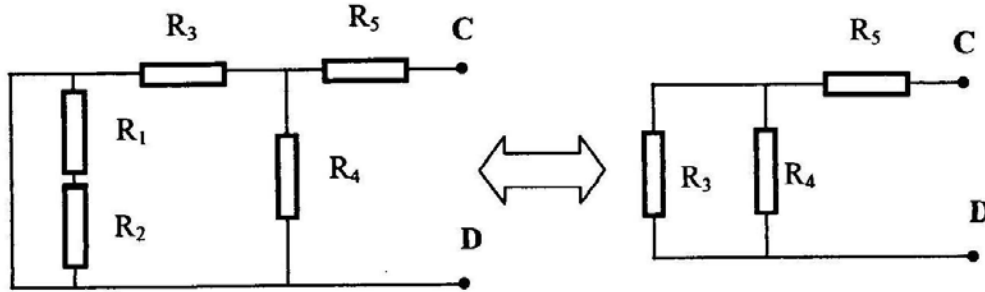


Fig.1.32

Ainsi la résistance équivalente vue des points C et D est:

$$R_{CD} = r_1 = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} + R_5$$

La f.é.m. E_1 de Thévenin est la tension U_{CD} à vide (ne rien brancher entre les bornes C et D) et c'est aussi la tension aux bornes de la résistance R_4 , d'où:

$$E_1 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot E \quad (\text{les résistances } R_1 \text{ et } R_2 \text{ n'interviennent pas dans le calcul})$$

Le schéma de la Fig.1.18 est donc équivalent au schéma suivant: (Fig.1.33)

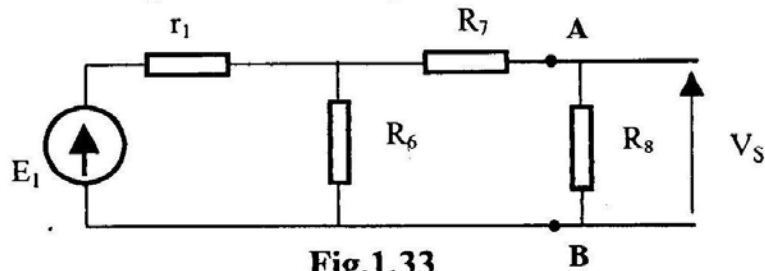


Fig.1.33

Un raisonnement analogue au précédent nous permet de déterminer le générateur de Thévenin équivalent vue des points A et B: (R_8 débranchée)

$$\text{On trouve } E_2 = \frac{R_6}{r_1 + R_6} \cdot E_1 \quad \text{et} \quad r_2 = \frac{r_1 \cdot R_6}{r_1 + R_6} + R_7$$

On a ainsi le schéma suivant : (Fig.1.34)

$$\text{D'où } V_s = \frac{R_8}{r_2 + R_8} \cdot E_2$$

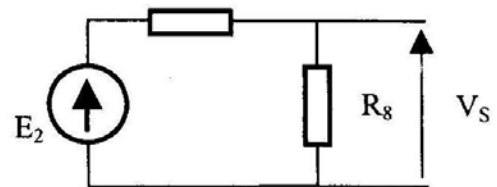


Fig.1.34

Exercice 2

Le schéma de montage étant celui de la Fig.1.19:

a) En appliquant le théorème de Millman, on obtient:

$$V_{AB} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

D'où
$$V_{AB} = \frac{R_2 \cdot E_1 - R_1 \cdot E_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}} \quad (1.3)$$

b) Application du théorème de superposition:

- $E_2 = 0$ (Fig.1.35)

En utilisant la règle du diviseur de tension, on obtient :

$$V_{AB1} = \frac{\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \cdot E_1}{\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} + R_1} \quad \text{D'où} \quad V_{AB1} = \frac{R_2 \cdot E_1}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}}$$

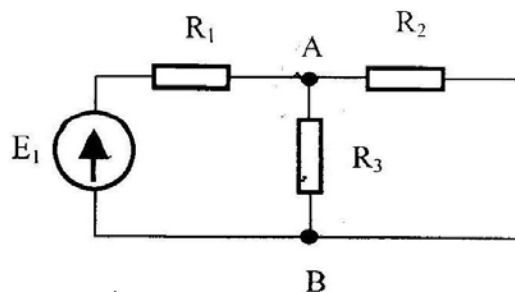


Fig. 1.35

- $E_1 = 0$ (Fig.1.36)
De la même façon :

$$V_{AB2} = \frac{-R_1 \cdot E_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}}$$

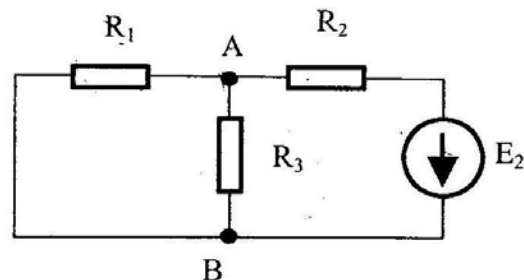


Fig. 1.36

Finalement, $V_{AB} = V_{AB1} + V_{AB2}$ nous donne de nouveau l'équation (1.3).

c) Théorème de Thévenin :

Pour cela, on débranche la charge R_3 (Fig.1.37)

A l'aide du théorème de Millman, on obtient :

$$U_{Th} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

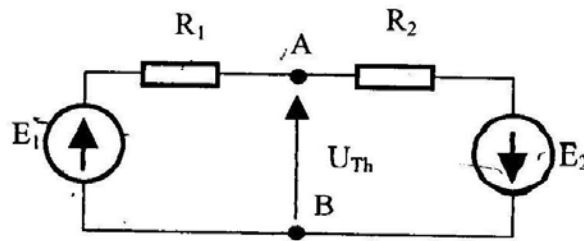


Fig. 1.37

et $R_{Th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ (Fig.1.38)

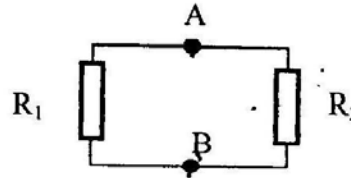


Fig. 1.38

Le circuit devient alors (Fig.1.39):

(diviseur de tension)

$$V_{AB} = \frac{R_3}{R_{Th} + R_3} \cdot U_{Th}$$

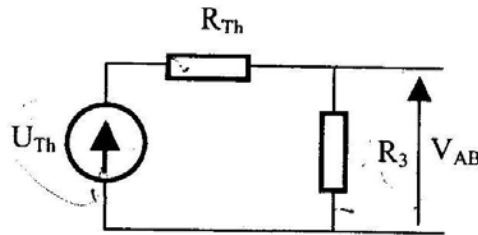


Fig.1.39

En remplaçant U_{Th} et R_{Th} par leur expression, on retrouve l'équation (1.3)

d) Théorème de Norton :

Calculons le courant de court-circuit: (Fig.1.40)

$$I_N = I_{CC} = I_1 + I_2$$

$$I_N = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}$$

et $R_N = R_{Th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

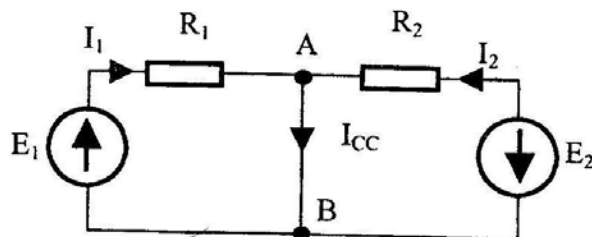


Fig. 1.40

D'où le schéma équivalent: (Fig.1.41)

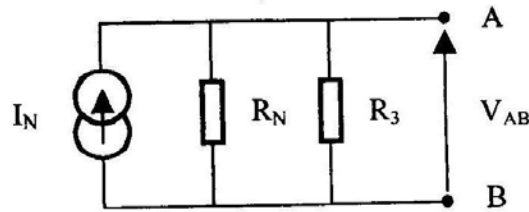


Fig.1.41

$$\text{et } V_{AB} = \frac{R_N R_3}{R_N + R_3} I_N$$

$$V_{AB} = \left(\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} \right) \frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} R_3}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3}$$

Exercice 3

Le schéma du montage, lorsque la charge R est débranchée, est le suivant (Fig.1.42):

$$\text{On obtient: } V_{AB} = \frac{R_2 E_1 - R_1 E_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}}$$

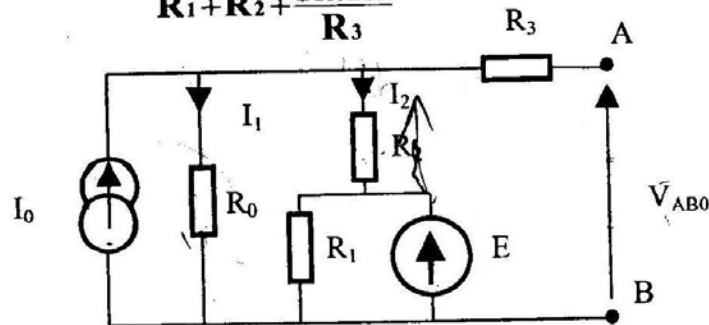


Fig.1.42

- Détermination de R_{AB}

Il faut ouvrir les branches des générateurs de courant et court-circuiter les générateurs de tension parfaits.

Le schéma devient alors (Fig.1.43):

$$R_{AB} = \frac{R_0 R_2}{R_0 + R_2} + R_3$$

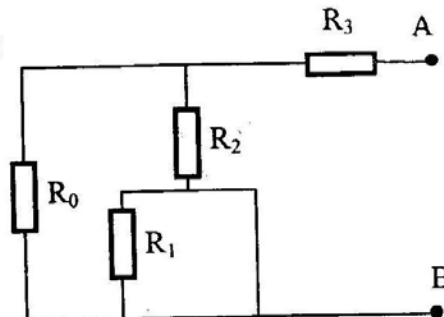


Fig.1.43

- Calcul de V_{AB0}

D'après le schéma de la Fig.1.42, on peut écrire :

$$V_{AB0} = E + R_2 \cdot I_2 \quad (1.4)$$

$$I_0 = I_1 + I_2 \quad \text{par suite} \quad I_2 = I_0 - I_1 \quad (1.5)$$

Le courant dans R_3 est nul, par suite $I_1 = \frac{V_{AB0}}{R_0}$

$$(1.5) \text{ devient : } I_2 = I - \frac{V_{AB0}}{R_0}$$

En remplaçant I_2 par son expression dans la relation (1.4), on aura :

$$V_{AB0} = \frac{R_0 \cdot (E + R_2 \cdot I)}{R_0 + R_2}$$

- Détermination de la tension V_R

En remplaçant le dipôle AB par le générateur de Thévenin équivalent (V_{AB0} , R_{AB}), on obtient le schéma de la Fig.1.44.

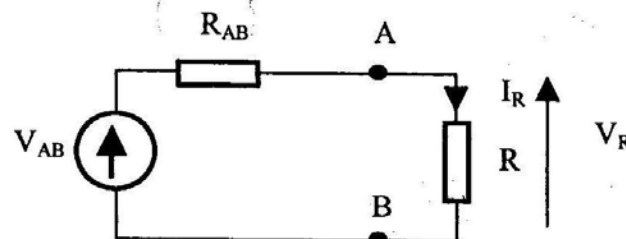


Fig.1.44

Une simple application de la règle du diviseur de tension, permet d'écrire :

$$V_R = \frac{R}{R + R_{AB}} \cdot \frac{R_0 \cdot (E + R_2 \cdot I)}{R_0 + R_2}$$

$$\text{D'où } I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{R_0 \cdot (E + R_2 \cdot I)}{(R_0 + R_2) \cdot (R + R_3) + R_0 \cdot R_2}$$

- Circuit (b)

$$V_2 = -\frac{R_{eq2}}{R_{eq2} + R_2} \cdot E_2 \quad \text{avec} \quad R_{eq2} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R}}$$

- Circuit (c)

$$V_3 = \frac{R_{eq3}}{R_{eq3} + R_3} \cdot E_3 \quad \text{avec} \quad R_{eq3} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}}$$

Finalement
$$V = \frac{R_{eq1}}{R_{eq1} + R_1} \cdot E_1 - \frac{R_{eq2}}{R_{eq2} + R_2} \cdot E_2 + \frac{R_{eq3}}{R_{eq3} + R_3} \cdot E_3$$

b) Théorème de Thévenin :

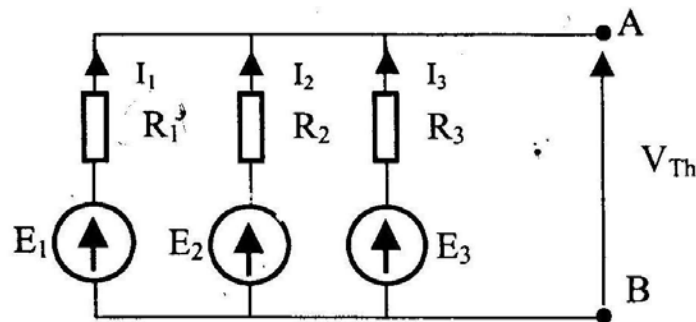


Fig.1.46

D'après le schéma de la figure ci-dessus (charge R débranchée), on peut écrire :

$$V_{Th} = E_1 - R_1 \cdot I_1 = -E_2 - R_2 \cdot I_2 = E_3 - R_3 \cdot I_3 \quad \text{et} \quad I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

D'où

$$\frac{E_1 - V_{Th}}{R_1} - \frac{E_2 + V_{Th}}{R_2} + \frac{E_3 - V_{Th}}{R_3} = 0$$

soit finalement :

$$V_{Th} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Pour calculer R_{Th} , il suffit de court-circuiter les générateurs, d'où :

$$R_{Th} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Le schéma devient comme l'indique la Fig.1.47 :

On a ainsi
$$V = \frac{R}{R + R_{Th}} \cdot V_{Th}$$

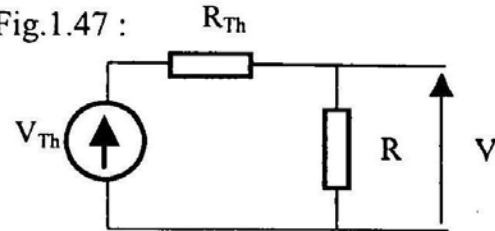


Fig.1.47

c) Théorème de Millman :

L'application du théorème de Millman permet d'écrire :

$$V = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R}}$$

Exercice 5

Déterminons le courant I qui traverse la résistance $R = 1\Omega$.

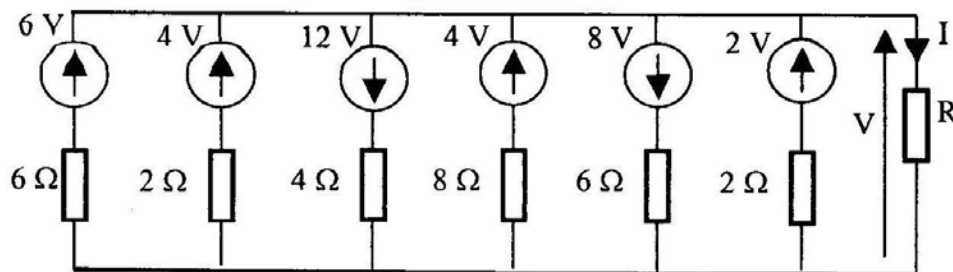


Fig.1.22

a) Théorème de Millman

En appliquant le théorème de Millman, la tension V sera donnée par la relation suivante :

$$V = \frac{\sum_{k=1}^N \frac{E_k}{R_k}}{\sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k} + \frac{1}{R}}$$

- $\sum_{k=1}^N \frac{E_k}{R_k} = \frac{6}{6} + \frac{4}{2} - \frac{12}{4} + \frac{4}{8} - \frac{8}{6} + \frac{2}{2} = \frac{1}{6} \text{ A}$
- $\sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k} + \frac{1}{R} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{65}{24} \Omega^{-1}$

D'où $V = 61,5 \text{ mV}$

$$\Rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{61,5 \cdot 10^{-3}}{1}$$

$$I = 61,5 \text{ mA}$$

b) Théorème de Norton

En appliquant le théorème de Norton, on aboutit au réseau équivalent ci-dessous (Fig.1.48) :

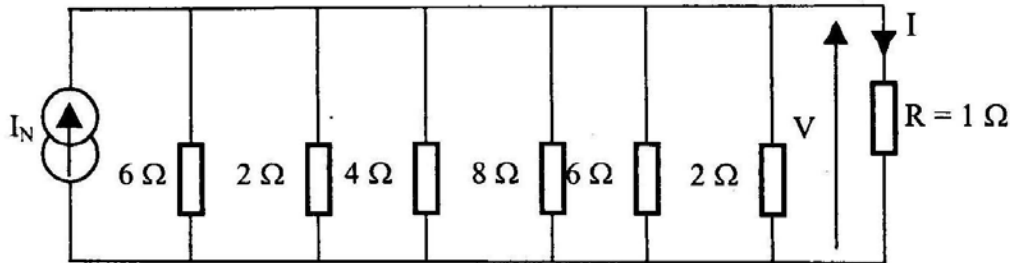


Fig.1.48

Sachant que :

- $I_N = \sum_{k=1}^N \frac{E_k}{R_k} = \frac{6}{6} + \frac{4}{2} - \frac{12}{4} + \frac{4}{8} - \frac{8}{6} + \frac{2}{2} = \frac{1}{6}$
- R_N est tel que $\frac{1}{R_N} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{41}{24} \Omega^{-1}$

La Fig.1.48 est ainsi équivalente à la Fig.1.49 :

La règle du diviseur de courant permet d'écrire :

$$I = \frac{R_N \cdot I_N}{R_N + R} = \frac{0,585}{1,585} = 61,5 \text{ mA}$$

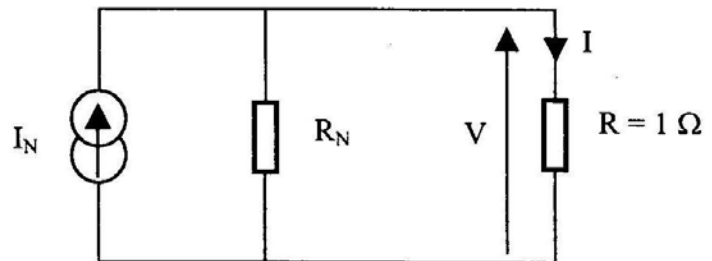


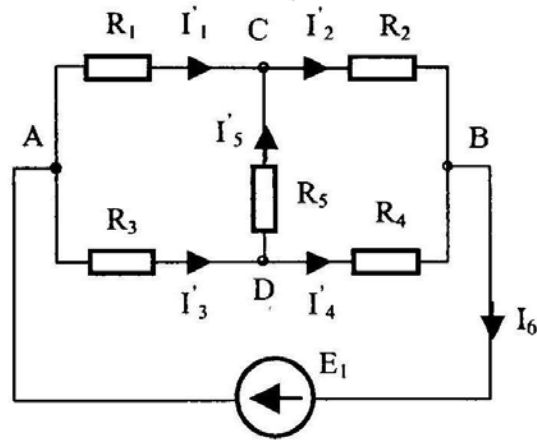
Fig.1.49

Exercice 6 :

Sur la Fig.1.11 nous avons deux sources de tension, donc on va considérer deux circuits comportant chacun un seul générateur de tension.

a) Circuit 1 (Fig.1.50) :

$$E_2 = 0 ; R_6 = 0$$

**Fig.1.50**

Le pont est équilibré puisque $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$

→ Le courant qui traverse R_5 est nul.

Ce qui permet d'écrire :

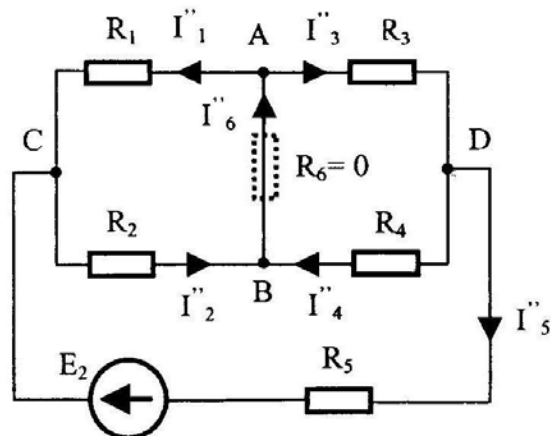
$$I'_1 = I'_2 = \frac{V_A - V_B}{R_1 + R_2} \quad \text{et} \quad I'_3 = I'_4 = \frac{V_A - V_B}{R_3 + R_4}$$

Puisque $V_A - V_B = E_1$, alors :

$$I'_1 = I'_2 = 0,5 \text{ A} \quad \text{et} \quad I'_3 = I'_4 = 0,25 \text{ A}$$

b) Circuit 2 (Fig.1.51) :

$$E_1 = 0 ; R_6 = 0$$

**Fig.1.51**

Entre C et D, on voit la résistance R_{CD} :

$$R_{CD} = (R_1 // R_2) + (R_3 // R_4)$$

$$\text{A.N.} \quad R_{CD} = \frac{3}{4} + \frac{12}{8}$$

$$R_{CD} = 2,25 \Omega$$

D'où on obtient le montage de la Fig.1.52 :

$$I_5'' = \frac{E_2}{R_5 + R_{CD}}$$

$$I_5'' = 0,21 \text{ A}$$

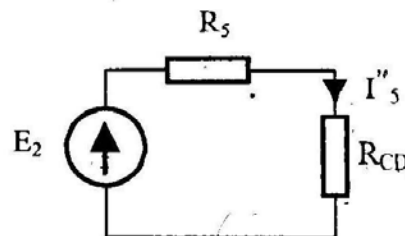


Fig.1.52

Le pont est équilibré $\rightarrow I_6'' = 0 \Leftrightarrow I_1'' = -I_3''$ et $I_2'' = -I_4''$

$$I_3'' = \frac{V_C - V_D}{R_1 + R_3} \quad \text{et} \quad I_2'' = \frac{V_C - V_D}{R_2 + R_4}$$

Puisque $V_C - V_D = E_2 - R_5 \cdot I_5'' = 0,465 \text{ V}$, alors :

$$\begin{aligned} I_1'' &= -0,16 \text{ A} & ; & & I_2'' &= 0,05 \text{ A} \\ I_3'' &= 0,16 \text{ A} & ; & & I_4'' &= -0,05 \text{ A} \end{aligned}$$

Finalement, on obtient:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_1' + I_1'' = 0,35 \text{ A} & ; & & I_2 &= I_2' + I_2'' = 0,55 \text{ A} \\ I_3 &= I_3' + I_3'' = 0,41 \text{ A} & ; & & I_4 &= I_4' + I_4'' = 0,20 \text{ A} \end{aligned}$$

Exercice 7

a) Générateur de Thévenin:

- Pour calculer R_{Th} , il suffit de court-circuiter les générateurs de tension E_1 , E_2 et E_3 d'où:

$$R_{Th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_0$$

- La tension $V_{CB} = E_3$, on peut ainsi simplifier le circuit (Fig.1.53) :

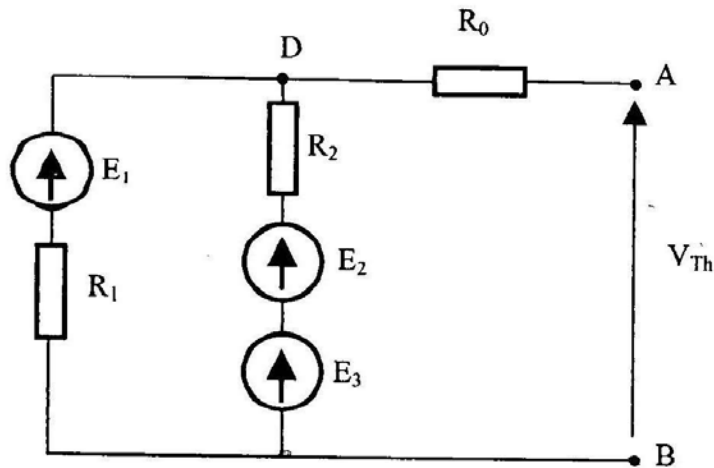


Fig.1.53

Le courant traversant R_0 est nul puisqu'on a un circuit ouvert entre les points A et B $\rightarrow V_{Th} = V_{DB}$.

Par application du théorème de Millman, on trouve :

$$V_{Th} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2 + E_3}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{E_1 \cdot R_2 + (E_2 + E_3) \cdot R_1}{R_1 + R_2}$$

b) Générateur de Norton:

Etant donné qu'un générateur de tension en série avec une résistance est équivalent à un générateur de courant en parallèle avec la même résistance, d'où la Fig.1.54 :

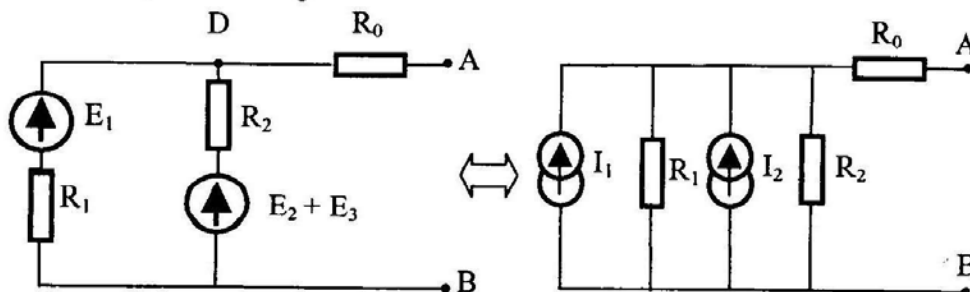


Fig.1.54

$$\text{Avec } I_1 = \frac{E_1}{R_1} \text{ et } I_2 = \frac{E_2 + E_3}{R_2}$$

Le courant de court-circuit ou le courant de Norton est la somme de ces deux courants I_1 et I_2 .

$$I_N = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2 + E_3}{R_2} \quad \text{et} \quad R_N = R_{Th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_0$$

Exercice 8 :

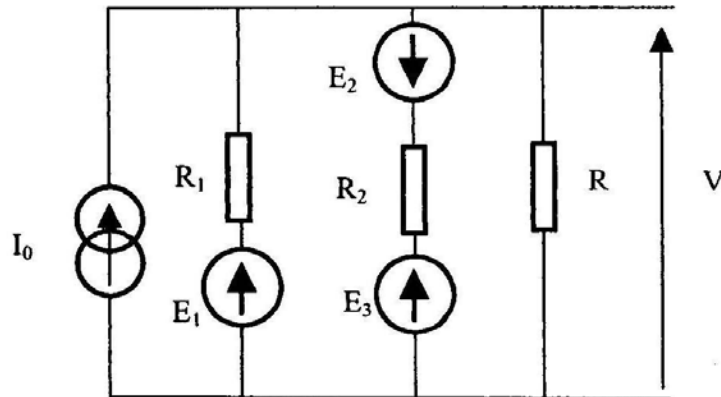


Fig.1.25

Par application du théorème de Millman, on obtient :

$$V = \frac{I_0 + \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_3 - E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}}$$

Exercice 9

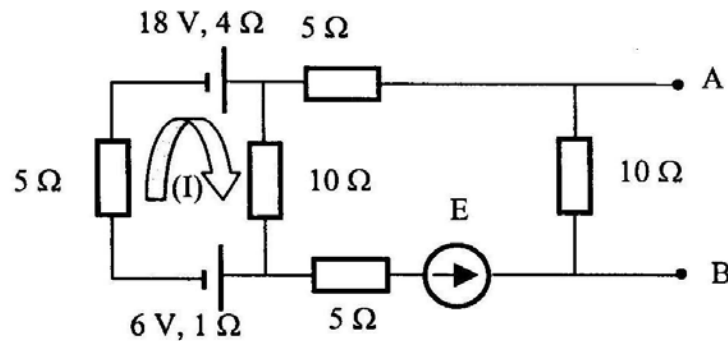


Fig.1.26

1. Dans la maille (I), on a deux générateurs en série. Ces deux générateurs sont en opposition donc la F.é.m. équivalente est :

$$E_1 = 18 - 6 = 12 \text{ V}$$

En remplaçant le générateur de tension par un générateur de courant, on aura le schéma de la Fig.1.55 :

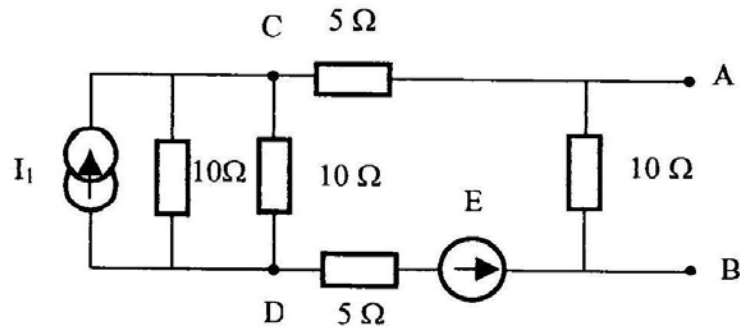


Fig.1.55

Avec $I_1 = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ A}$

On regroupe les deux résistances de 10Ω en parallèle entre C et D et on revient à la représentation de Thévenin (Fig.1.56).

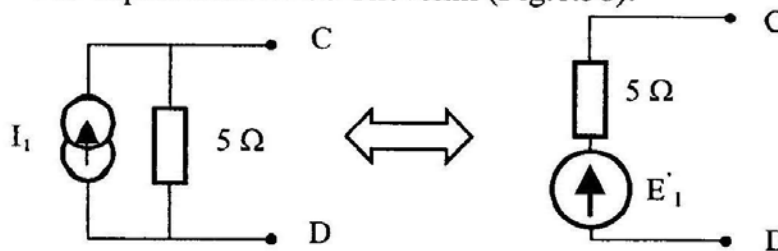


Fig.1.56

Avec $E'_1 = 5.1,2 = 6 \text{ V}$

On obtient ainsi un circuit électrique ayant une seule maille (Fig.1.57)

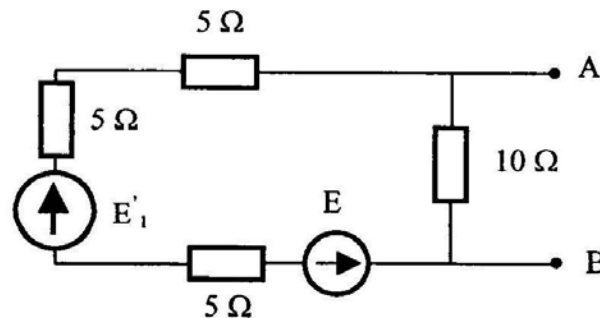


Fig.1.57

D'après la Fig.1.44, pour avoir un circuit équivalent à une résistance r_0 entre A et B, il faut que $E = 6 \text{ V}$ (car $E'_1 = 6 \text{ V}$).

2. La résistance équivalente est :

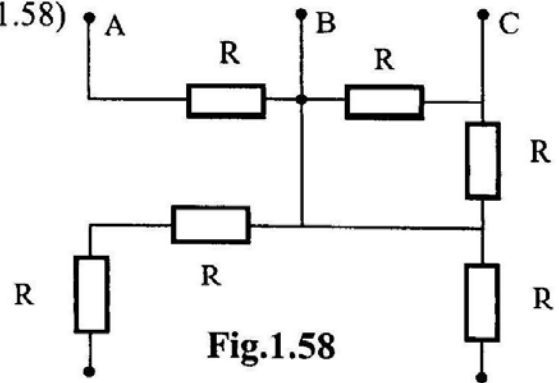
$$r_0 = \frac{10.(5+5+5)}{10+5+5+5} = 6 \Omega$$

Exercice 10**1- Générateur de Thévenin (entre A et B)**

- Détermination de R_{Th}

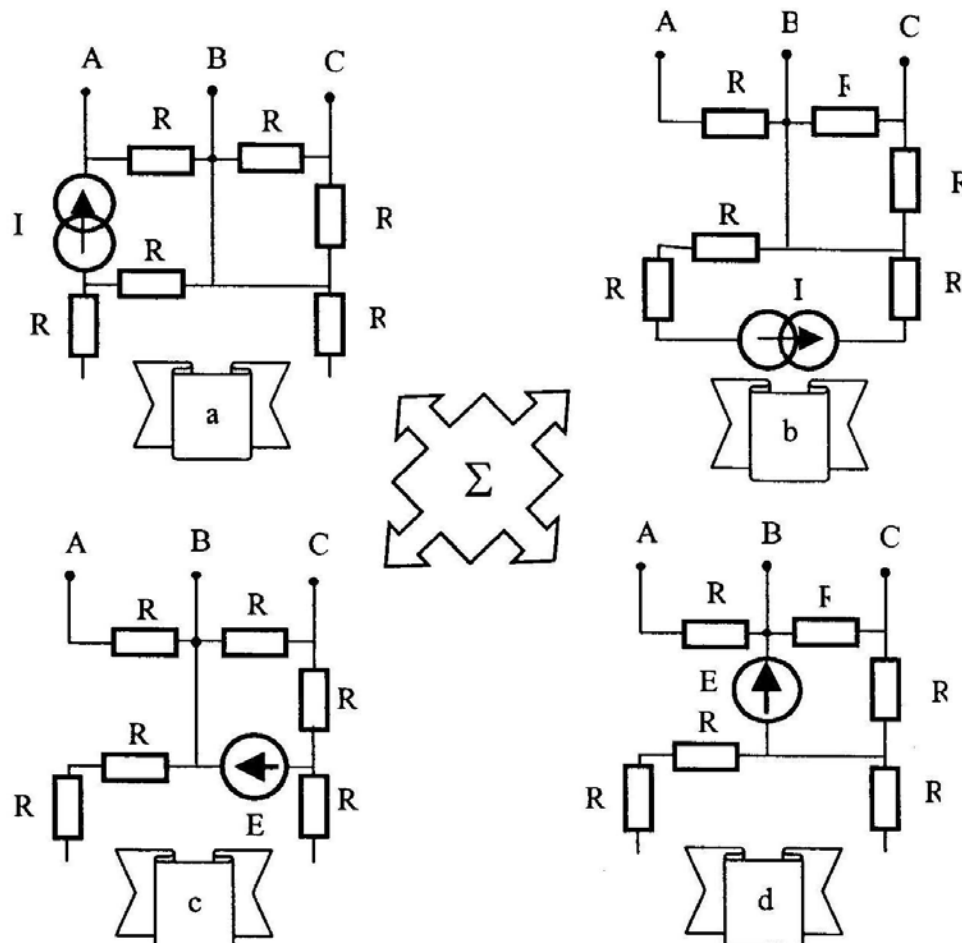
Il faut court-circuiter les générateurs de tension et ouvrir les générateurs de courant (Fig.1.58)

$$R_{Th} = R_{AB} = R$$

**Fig.1.58**

- Détermination de E_{Th}

Pour déterminer E_{th} (tension entre A et B), il vaut mieux appliquer le théorème de superposition (Fig.1.59):

**Fig.1.59**

❖ Circuit (a) :

Le circuit est équivalent à la Fig.1.60:

$$V_{AB1} = R.I$$

❖ Circuit (b) :

$$V_{AB2} = 0$$

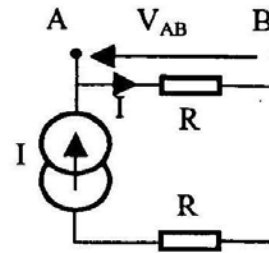


Fig.1.60

Car R n'est traversée par aucun courant, puisque c'est une branche ouverte.

❖ Circuit (c) :

$$V_{AB3} = 0$$

❖ Circuit (d) :

$$V_{AB4} = 0$$

D'où finalement :

$$V_{AB} = V_{AB1} + V_{AB2} + V_{AB3} + V_{AB4} = R.I$$

2- Générateur de Norton (entre B et C)

- Détermination de R_N

Entre B et C la résistance vue est : (Fig.1.45)

$$R_N = R // R = \frac{R}{2}$$

- Détermination de I_N

De la même manière :

$$\text{❖ Circuit (a)} \rightarrow V_{BC1} = 0$$

$$\text{❖ Circuit (b)} \rightarrow V_{BC2} = 0$$

$$\text{❖ Circuit (c)} \rightarrow V_{BC3} = \frac{R}{2R} . E = \frac{E}{2}$$

$$\text{❖ Circuit (d)} \rightarrow V_{BC4} = \frac{R}{2R} . E = \frac{E}{2}$$

$$\text{D'où } V_{BC} = V_{BC1} + V_{BC2} + V_{BC3} + V_{BC4} = E$$

$$\text{Ce qui permet d'écrire : } I_N = \frac{2.E}{R}$$

Exercice 11

1- αV_1 est un générateur de tension commandé en tension.

2- D'après la Fig.1.28 :

$$V_1 = E_G - R_2 \cdot I \quad (1.6)$$

$$I = \frac{\alpha V_1}{R_2 + R_3 + R_4} \quad (1.7)$$

$$V_{CD} = -R_4 \cdot I \quad (1.8)$$

D'où:

$$V_1 = E_G - \frac{\alpha \cdot R_2 \cdot V_1}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$V_1 = \frac{E_G (R_2 + R_3 + R_4) - \alpha \cdot R_2 \cdot V_1}{R_2 + R_3 + R_4}$$

ou aussi

$$V_1 = \frac{(R_2 + R_3 + R_4) \cdot E_G}{(1 + \alpha) \cdot R_2 + R_3 + R_4} \quad (1.9)$$

Les équations (1.7), (1.8) et (1.9) permettent facilement d'établir la relation suivante :

$$V_{CD} = E_{Th} = \frac{-\alpha \cdot R_4 \cdot E_G}{(1 + \alpha) \cdot R_2 + R_3 + R_4} \quad (1.10)$$

3- La résistance R_{Th} est la résistance vue entre C et D. On peut la calculer par deux méthodes différentes.

a) Première méthode:

On court-circuite l'entrée et on place un générateur de tension parfait en sortie (Fig.1.61).

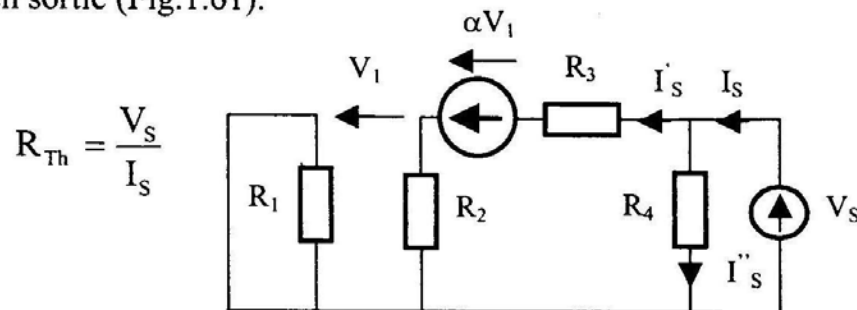


Fig.1.61

La loi des mailles, nous permet d'écrire :

$$V_1 = -R_2 \cdot I_S$$

$$-V_S + R_3 \cdot I_S - \alpha \cdot V_1 - V_1 = 0$$

$$\text{D'où } \frac{V_S}{I_S} = R_3 + (1 + \alpha) \cdot R_2 \text{ et } I_S'' = \frac{V_S}{R_4}$$

Et finalement :

$$R_{Th} = \frac{V_S}{I_S} = [R_3 + (1 + \alpha) \cdot R_2] // R_4$$

b) Deuxième méthode (généralement utilisée avec les sources liées):

D'après l'équivalence Thévenin-Norton, on peut écrire :

$$R_{Th} = \frac{E_{Th}}{I_N}$$

Or E_{Th} est déjà calculée: (Equation 1.10)

Calcul de I_N : (Fig.1.62)

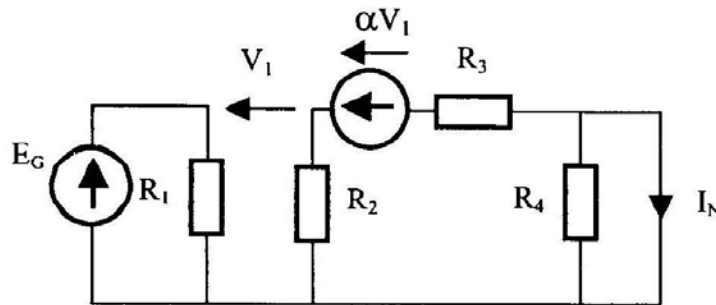


Fig.1.62

$$\alpha \cdot V_1 + I_N \cdot (R_2 + R_3) = 0 \quad (1.11)$$

$$E_G - V_1 + R_2 \cdot I_N = 0 \quad (1.12)$$

(1.12) donne: $V_1 = E_G + R_2 \cdot I_N$

Dans (1.11) :

$$\alpha E_G + \alpha \cdot R_2 \cdot I_N + I_N \cdot (R_2 + R_3) = 0. \text{ D'où } I_N = \frac{-\alpha E_G}{(1 + \alpha) \cdot R_2 + R_3}$$

$$\text{Et finalement : } R_{Th} = \frac{E_{Th}}{I_N} = \frac{[R_3 + (1 + \alpha) \cdot R_2] \cdot R_4}{(1 + \alpha) \cdot R_2 + R_3 + R_4}$$

Exercice 12

Pour être permise, une association de générateurs doit conduire pour chacun d'eux à un point de fonctionnement correspondant à des valeurs finies de l'intensité et de la tension aux bornes.

Etudions de ce point de vue les différents cas possibles:

a) Deux générateurs de tensions en série : (Fig.1.63)

Cas classique, l'ensemble est équivalent à un générateur de tension unique.

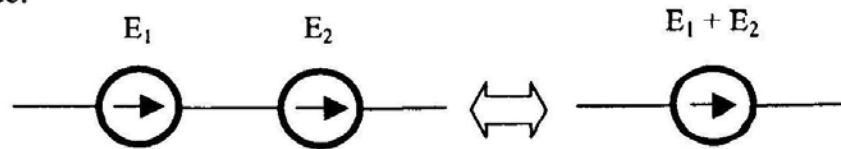


Fig.1.63

b) Deux générateurs de courant en parallèle : (Fig.1.64)

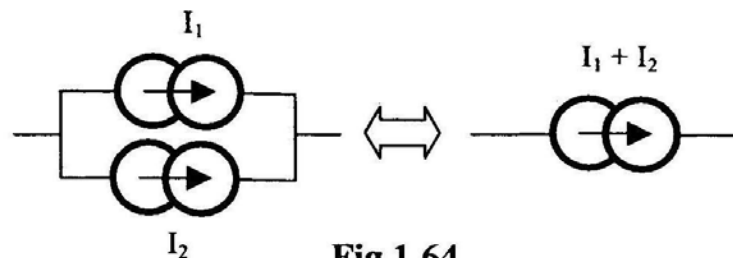
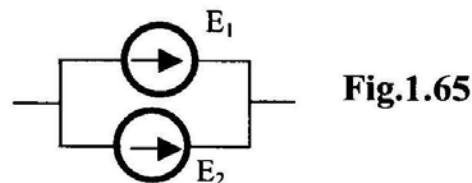


Fig.1.64

c) Deux générateurs de tensions en parallèle : (Fig.1.65)



Possible dans le cas particulier $E_1 = E_2$.

d) Deux générateurs de courant en série : (Fig.1.66)

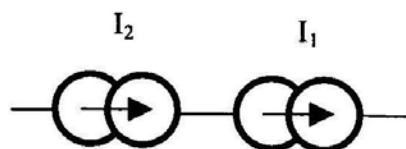


Fig.1.66

Possible dans le cas particulier $I_1 = I_2$.

e) Association mixte série: (Fig.1.67)

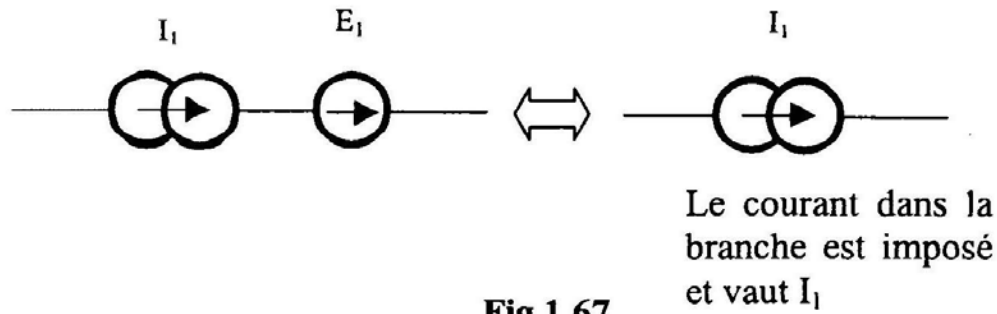


Fig.1.67

Association permise.

f) Association mixte parallèle: (Fig.1.68)

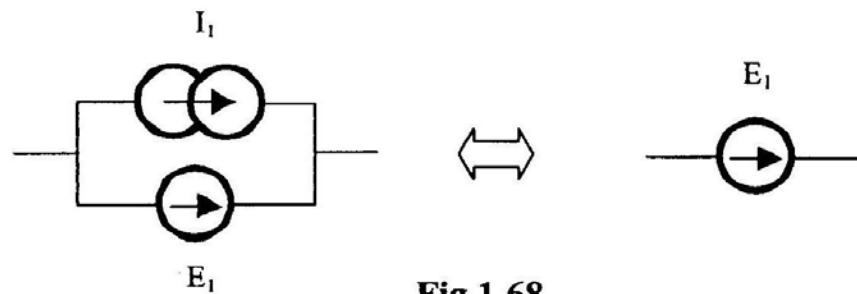


Fig.1.68

La tension aux bornes de l'ensemble est imposée et le courant parcourant le reste du circuit peut prendre une valeur quelconque.

D'une façon générale, il faut penser au théorème de Thévenin pour calculer le générateur équivalent.

CHAPITRE 2
CIRCUITS ÉLECTRIQUES EN RÉGIME
TRANSITOIRE ET SINUSOÏDAL

CIRCUITS ELECTRIQUES EN REGIME TRANSITOIRE ET SINUSOÏDAL (RAPPELS DE COURS)

I- Régime transitoire

I-1-Définition :

Le régime transitoire (temporaire) est défini lorsqu'il existe un intervalle de temps où les courants et tensions évoluent pour atteindre leur valeur finale.

I-2-Etude d'un circuit RL :

Considérons un circuit électrique (représenté par la Fig.2.1) comportant une source de tension de f.é.m. E en série avec une bobine et une résistance R.

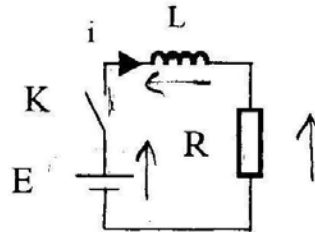


Fig.2.1

A la fermeture de l'interrupteur K, l'application de la loi des mailles permet d'établir l'équation suivante :

$$L \frac{di}{dt} + R.i = E$$

C'est une équation différentielle de 1^{er} ordre admettant comme solution générale:

$$i(t) = A. \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) + \frac{E}{R}$$

A est une constante à déterminer par les conditions initiales.

Supposons que: $i = 0$ à $t = 0$, d'où $A = -\frac{E}{R}$

$$\text{Par suite } i(t) = \frac{E}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right]$$

La rapidité de l'évolution temporelle est caractérisée par la constante de temps τ du circuit définie par:

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Le comportement du courant lors de l'établissement du régime est comme suit: (Fig.2.2)

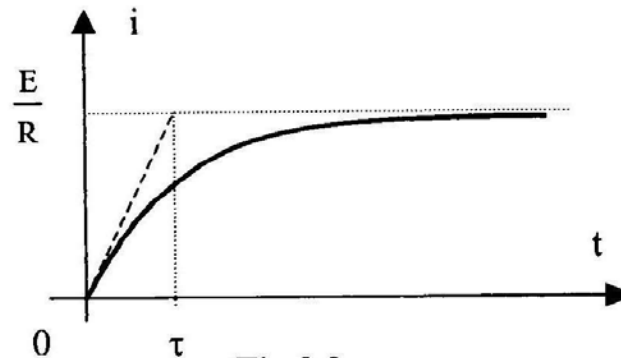


Fig.2.2

Si on ouvre l'interrupteur K à nouveau, le courant suit l'évolution suivante : (Fig.2.3)

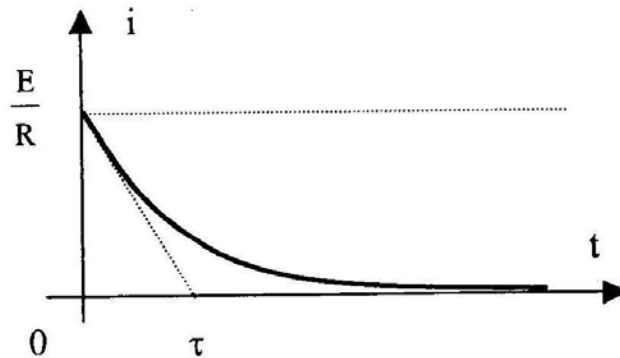


Fig.2.3

I-3- Etude d'un circuit RC :

Soit le circuit électrique de la Fig.2.4 :

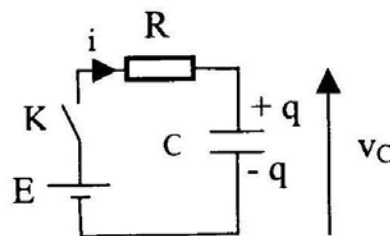


Fig.2.4

Le courant i est donné par : $i(t) = \frac{dq}{dt}$

q étant la charge d'une armature du condensateur.

Il en résulte d'après la loi des mailles :

$$E = R \cdot i + v_C = R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

C'est une équation différentielle de 1^{er} ordre dont la solution est :

$$q(t) = A \cdot \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) + C \cdot E$$

La constante A est déterminée par la condition initiale:

$$\text{à } t = 0 \quad q(t) = 0 \quad \text{soit} \quad A = -C \cdot E$$

$$\text{d'où} \quad q(t) = C \cdot E \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right]$$

- L'évolution en fonction du temps de la tension aux bornes du condensateur est donnée par la Fig.2.5

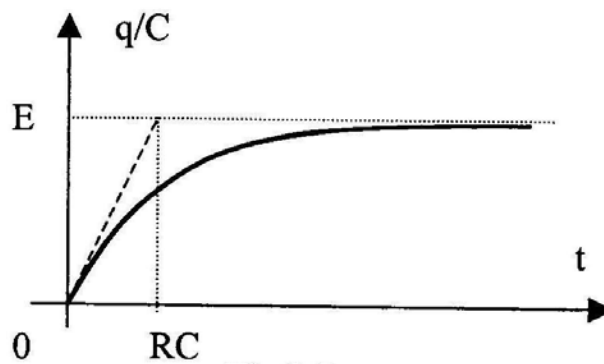


Fig.2.5

- Cependant le courant est de la forme : (Fig.2.6)

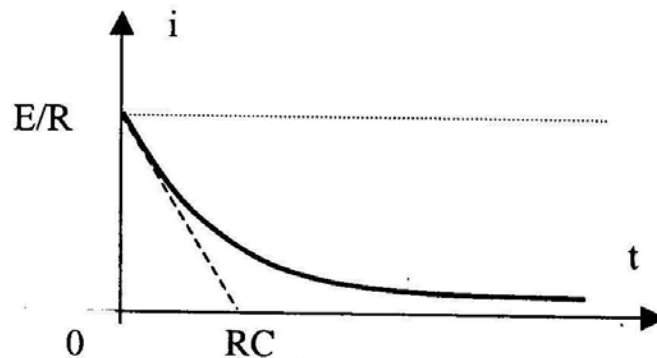


Fig.2.6

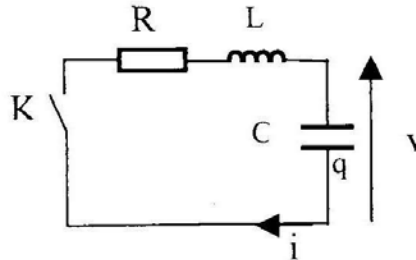
L'intensité s'annule progressivement lors de la charge.

L'énergie stockée par le condensateur est :

$$U_e = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E^2$$

I-4- Etude d'un circuit RLC :

Soit un circuit comportant une résistance R , une self L et une capacité en série avec un interrupteur K (Fig.2.7).

**Fig.2.7**

Supposons que le condensateur soit initialement chargé ($q(t=0)=q_0$ et $i(t=0) = 0$). Fermons l'interrupteur K , les charges vont s'écouler à travers la résistance R et la self L créant un courant i .

Nous pouvons à l'aide de la loi des mailles établir l'équation différentielle du second ordre :

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

Le discriminant $\Delta = R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}$

Suivant la valeur de Δ , nous pouvons distinguer trois cas :

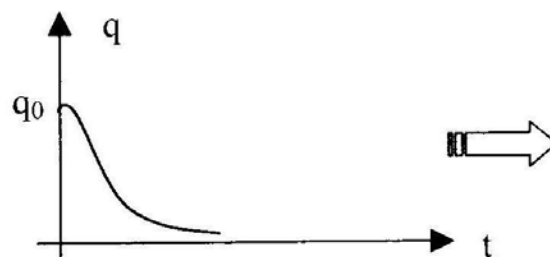
- $\Delta > 0$

La solution de cette équation se présente sous la forme :

$$q(t) = A \cdot \exp(-r_1 \cdot t) + B \cdot \exp(-r_2 \cdot t)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} r_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \\ r_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \end{cases}$$

A et B sont des constantes à déterminer à partir des conditions initiales.



**C'est le régime
apériodique**

Fig.2.8

- $\Delta < 0$

L'équation caractéristique a deux racines complexes conjuguées :

$$\begin{cases} r_1 = -\frac{R}{2L} + j\sqrt{-\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} = -\alpha + j\omega \\ r_2 = -\frac{R}{2L} - j\sqrt{-\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} = -\alpha - j\omega \end{cases}$$

La solution de cette équation se présente alors sous la forme :

$$q(t) = K \cdot \exp(-\alpha t) \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

avec $q_0 = K \cos(\phi)$ et $\alpha = -\omega \tan(\phi)$

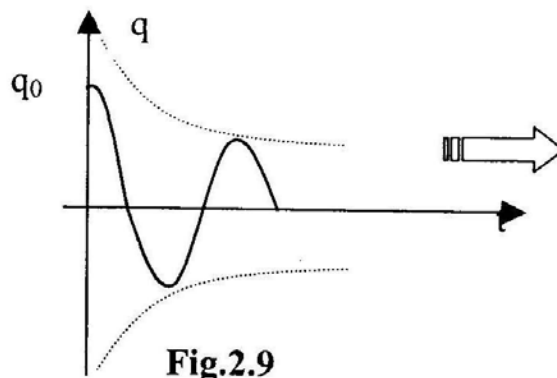


Fig.2.9

C'est le régime pseudo-périodique ou oscillatoire amorti

- $\Delta = 0$

la solution de cette équation se présente sous la forme :

$$q(t) = (A + Bt) \cdot \exp(-\alpha t)$$

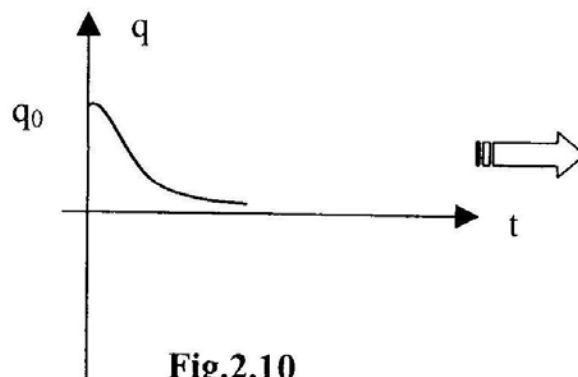


Fig.2.10

C'est le régime critique

II- Régime sinusoïdal permanent

On adopte une notation complexe pour étudier les circuits électriques en régime sinusoïdal permanent. A toute grandeur instantanée $A(t)$ (tension ou courant) sinusoïdale de valeur efficace A_{eff} :

$$A(t) = A_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_A), \text{ on associe la grandeur complexe :}$$

$$\underline{A} = A_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_A)}$$

Ainsi, les lois de Kirchhoff s'écrivent en grandeurs complexes :

$$\sum_N \underline{I}_N = 0 \quad \text{et} \quad \sum_N \underline{V}_N = 0$$

II-1-Puissance reçue par un dipôle :

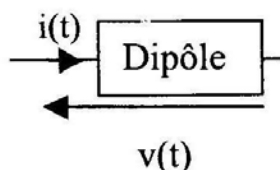


Fig.2.11

- La puissance instantanée est définie par :

$$P(t) = v(t) \cdot i(t)$$
- La puissance moyenne^(*) reçue par le dipôle dans le cas d'un régime périodique de période T est définie par :

$$P_m = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) \cdot dt$$

Rappelons aussi qu'en régime sinusoïdal permanent, la loi d'Ohm reste valable : (Fig.2.12)

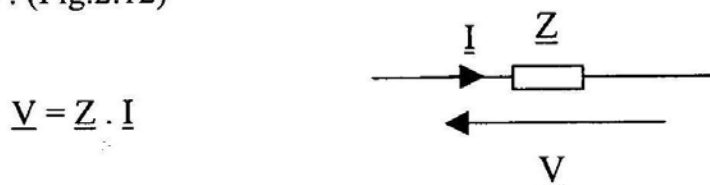


Fig.2.12

(*) La puissance moyenne est aussi appelée puissance active :

$$P_m = V_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos(\varphi_v - \varphi_i); \cos(\varphi_v - \varphi_i) \text{ est le facteur de puissance du dipôle.}$$

La puissance complexe :

$$\underline{P} = \frac{1}{2} \cdot \underline{V} \cdot \underline{I}^* \quad \text{et} \quad P_m = \text{Rel}(\underline{P}); \quad \text{avec } \underline{I}^* \text{ le conjugué de } \underline{I}.$$

L'impédance \underline{Z} peut être celle :

- D'une résistance $R \rightarrow \underline{Z} = R$
- D'un condensateur $C \rightarrow \underline{Z} = \frac{1}{jC\omega}$ puisque $\underline{I} = C \frac{d\underline{V}}{dt}$
- d'une bobine $L \rightarrow \underline{Z} = jL\omega$ puisque $\underline{V} = L \frac{d\underline{I}}{dt}$
- L'association de dipôles linéaires d'impédances complexes \underline{Z}_N peut être en série ou en parallèle :

➤ Association série : $\underline{Z} = \sum_N \underline{Z}_N$

➤ Association parallèle : $\frac{1}{\underline{Z}} = \sum_N \frac{1}{\underline{Z}_N}$

II-2-Etude des phénomènes de résonance :

- L'impédance complexe d'un circuit RLC série (Fig. 2.13) est définie par l'équation suivante :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$

D'où $\underline{I} = \frac{\underline{V}}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$

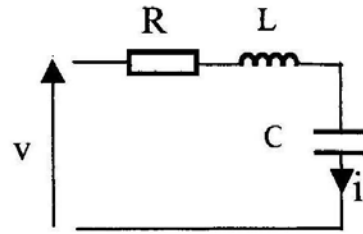


Fig.2.13

Si on pose :

$$x = \frac{\omega}{\omega_0}; \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} : \text{facteur de qualité}$$

L'expression de l'intensité du courant devient alors:

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{R \left(1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right) \right)}$$

\underline{I} est complexe, on peut déterminer donc son module et son argument :

$$|\underline{I}| = I = \frac{V}{R \sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x} \right)^2}}$$

$$\varphi = \text{Arctg} \left(-Q \cdot \left(x - \frac{1}{x} \right) \right)$$

L'amplitude I du courant est maximale et le déphasage φ est nul pour la pulsation ω_0 .

On dit que le circuit est à la résonance. La pulsation ω_0 et la fréquence correspondante $f_0 = \omega_0/2\pi$ sont appelées respectivement pulsation propre et fréquence propre du circuit.

Dans ce cas l'impédance Z est minimale et on a :

$$Z = |Z| = \frac{V}{I_{\max}} = R$$

La courbe de résonance (I en fonction de ω) est représentée sur la figure 2.14.

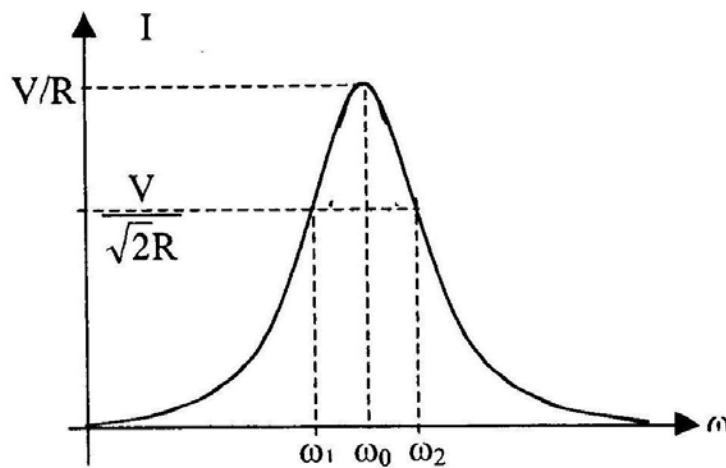


Fig. 2.14

Les pulsations ω_1 et ω_2 sont appelées respectivement pulsations de coupures basse et haute et sont déterminées en résolvant l'équation :

$$Z = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{V}{\sqrt{2}R}.$$

On trouve :

$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \omega_0^2} \quad \text{et} \quad \omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \omega_0^2}$$

On appelle $\Delta\omega_0 = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q}$ la largeur de bande.

La tension aux bornes de la bobine est :

$$\underline{V}_L = jL\omega_0 \underline{I} = jL\omega_0 \frac{V}{R} = jQ.V$$

$$\text{de même pour } \underline{V}_C = \frac{1}{jC\omega_0} \underline{I} = -jQ.V$$

si $Q > 1$, il y'a surtension aux bornes de la bobine et du condensateur, d'où le nom de coefficient de surtension pour Q .

- Cas d'un circuit RLC parallèle (Fig.2.15) :

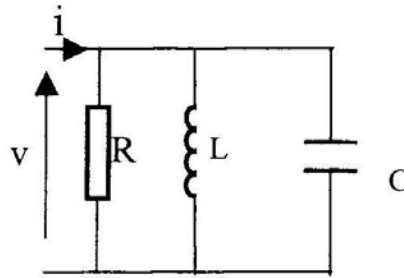


Fig.2.15

L'admittance de ce circuit est donnée par :

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{V}} = \frac{1}{R} + j\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right) = G + j\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right).$$

L'étude de ce réseau peut être ramenée à celle du circuit RLC série à condition de remplacer \underline{I} par \underline{V} , R par G , L par C et donc C par L . Ainsi les résultats obtenus pour le circuit série sont utilisables pour le circuit parallèle.

L'admittance $Y=|\underline{Y}|$ est minimale ($Y_{\min} = G$) pour une pulsation $\omega_a = \omega_0$, dite pulsation d'antirésonance. Nous pouvons avoir dans ce cas une surintensité dans la bobine et le condensateur.

II-3-Représentation de Fresnel:

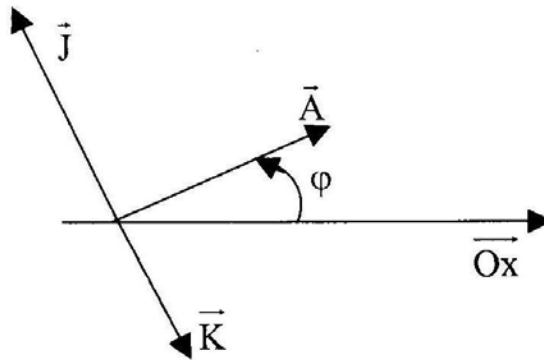
A chaque grandeur sinusoïdale du type $A(t) = A_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$, on associe un vecteur d'amplitude A_0 et tournant avec la vitesse angulaire ω mais que l'on représente à l'instant $t=0$.

$A(t)$ sera représentée par un vecteur \vec{A} de module A_0 et faisant un angle φ avec l'axe \vec{Ox} .

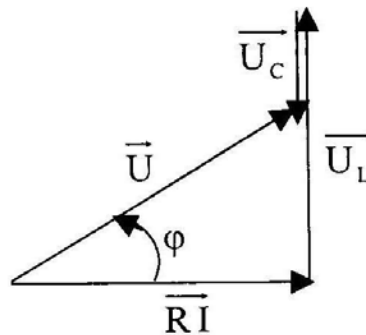
La dérivée de $A(t)$, ie $dA/dt = -\omega A_0 \sin(\omega t + \varphi) = \omega A_0 \cos(\omega t + \varphi + \pi/2)$ sera associée à un vecteur \vec{J} d'amplitude ωA_0 et en quadrature avance sur \vec{A} .

La primitive de $A(t)$, ie $\int A dt = (A_0/\omega) \cos(\omega t + \varphi - \pi/2)$ sera associée à un vecteur \vec{K} de module A_0/ω en quadrature retard sur \vec{A} , donc en opposition de phase par rapport à \vec{J} .

D'où le schéma suivant :



La construction de Fresnel pour un circuit RLC série se déduit facilement du schéma de principe précédent. Ainsi en prenant le courant comme origine des phases nous obtenons le schéma suivant :

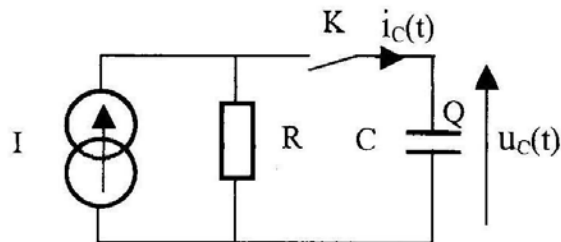


Lorsque φ est positif, le courant est en retard par rapport à la tension et le circuit est globalement inductif.

CIRCUITS ELECTRIQUES EN REGIME
TRANSITOIRE ET SINUSOÏDAL
(ENONCES DES EXERCICES)

Exercice 1

Soit un circuit électrique formé par un condensateur C , un interrupteur K et un générateur de courant réel, d'intensité I et de résistance interne R (Fig.2.16).

**Fig.2.16**

On donne :

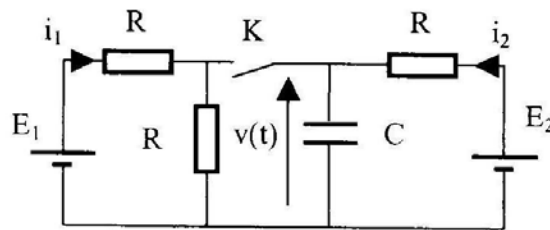
$$R = 5 \text{ M}\Omega ; C = 1 \text{ }\mu\text{F} ; I = 1 \text{ }\mu\text{A}$$

A l'instant $t = 0$, le condensateur étant initialement déchargé, on ferme K .

1. Ecrire l'équation différentielle à laquelle obéit la charge Q du condensateur et la résoudre.
2. En déduire l'expression du courant $i_C(t)$ ainsi que la tension $u_C(t)$ et faire leur représentation graphique.

Exercice 2

On se propose d'étudier les évolutions respectives de la tension aux bornes d'un condensateur C et de celle aux bornes d'une bobine L , dans les circuits représentés ci-dessous : (Fig.2.17 et Fig.2.18)

**Fig.2.17**

$$R = 10 \text{ k}\Omega ; C = 100 \text{ }\mu\text{F} ; E_1 = E_2 = 15 \text{ V}$$

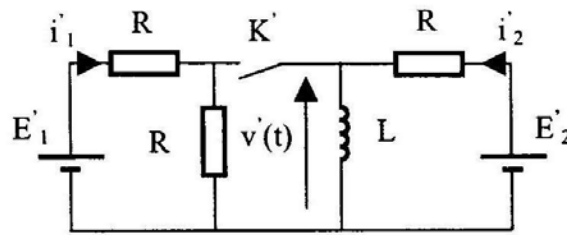


Fig.2.18

$R = 30 \, \Omega$; $L = 100 \, \text{mH}$; $E'_1 = E'_2 = 6 \, \text{V}$

1. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K et on suppose que le condensateur C est complètement chargé. Déterminer la différence de potentiel $v(t)$ aux bornes du condensateur C .
2. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K' . Déterminer la différence de potentiel $v'(t)$ aux bornes de la bobine L .

Exercice 3

Une bobine réelle peut-être modélisée par le dipôle AB schématisé par le circuit de la Fig.2.19.

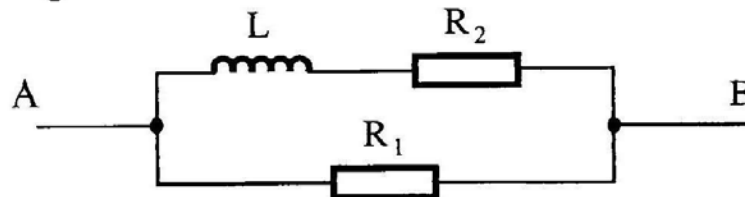


Fig.2.19

- L : coefficient de self inductance.
 R_1 : résistance de fuite.
 R_2 : résistance interne de la bobine.

On applique entre les bornes A et B de la bobine une tension sinusoïdale de pulsation ω .

1. Déterminer l'impédance \underline{Z}_{AB} de cette bobine.
2. Lorsque $R_1 \gg R_2$ montrer que \underline{Z}_{AB} peut se mettre sous la forme

$$\underline{Z}_{AB} = \frac{a + j.b\omega}{1 + j.d\omega} \quad \text{où } a, b \text{ et } d \text{ sont des constantes réelles que l'on déterminera.}$$

Exercice 4

1. On alimente le circuit RLC suivant (Fig.2.20) par un générateur de tension sinusoïdale.
 - a. Déterminer l'impédance complexe \underline{Z}_{AB} ainsi que la fréquence de résonance.
 - b. Déterminer le coefficient de qualité du circuit.
 - c. Calculer à la résonance les tensions aux bornes de L, C et R.

Interpréter ces résultats

A.N. : $R = 5\Omega$; $L = 1\text{ mH}$; $C = 1\text{ nF}$.

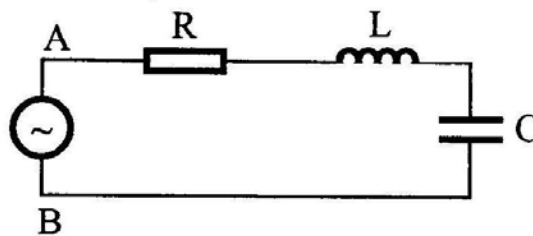


Fig.2.20

2. Soit le circuit RLC parallèle (Fig.2.21) alimenté par un générateur de courant sinusoïdal.
 - a. Déterminer l'admittance complexe \underline{Y}_{AB} ainsi que la fréquence d'antirésonance.
 - b. Déterminer le coefficient de qualité.
 - c. Calculer à l'antirésonance les courants circulant dans L, C et R.

Interpréter ces résultats.

A.N. : $R = 10\text{ K}\Omega$, $L = 10\text{ }\mu\text{H}$, $C = 1\text{ nF}$.

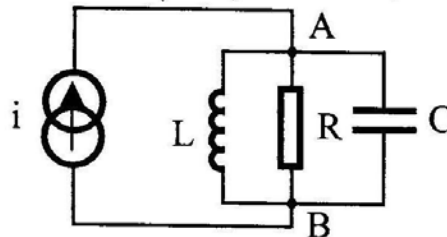


Fig.2.21

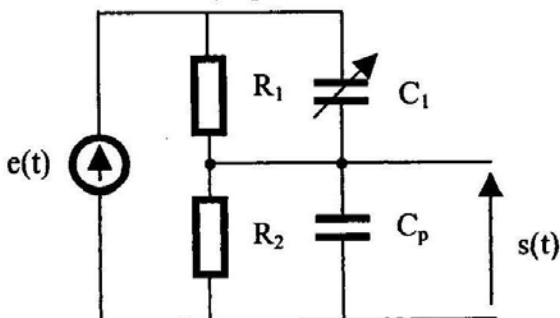
Exercice 5

On relie la sortie d'un générateur de force électromotrice sinusoïdale d'amplitude E_m et d'impédance interne $\underline{Z} = R + jX$ à une charge $\underline{Z}_C = R_C + jX_C$.

1. Déterminer la puissance P fournie à la charge.
2. Pour une charge \underline{Z}_C variable (R_C et X_C sont variables), dans quel cas la puissance P est-elle maximale ?

Exercice 6

Soit le diviseur de tension suivant : (Fig.2.22)

**Fig.2.22**

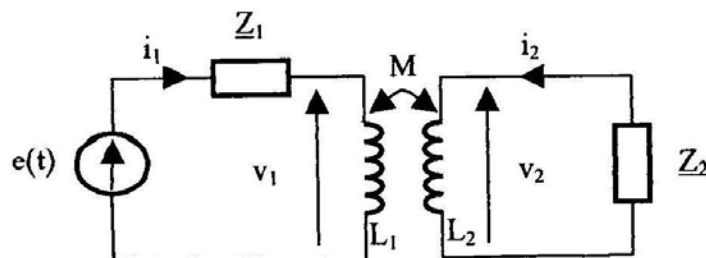
C_p : Capacité parasite en parallèle à R_2 .

C_1 : Capacité variable.

1. Déterminer la tension $s(t)$ en fonction de $e(t)$.
2. Quelle relation doit lier R_1 , R_2 , C_1 et C_p pour que le rapport $s(t)/e(t)$ soit indépendant de la fréquence.
3.
 - a. Soit $R_1 = 990 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$; $C_p = 10 \text{ pF}$.
Quelle est la valeur de C_1 ?
 - b. Cette valeur est-elle pratiquement réalisable ? Si non comment peut-on contourner cette difficulté ?

Exercice 7

A) On considère un transformateur défini par les paramètres suivants : (Fig.2.23)

**Fig.2.23**

$$L_1 = a \cdot n_1^2 ; \quad L_2 = a \cdot n_2^2 ;$$

n_1, n_2 : nombre de spires des enroulements primaire et secondaire.

L_1, L_2 : coefficient d'auto-induction.

On suppose que le couplage est parfait, donc le coefficient de mutuelle inductance s'écrit : $M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$, et que $n_1 I_1 + n_2 I_2 = 0$.

1. Etablir la relation entre v_1 et v_2 .
2. Déterminer le schéma équivalent ramené au primaire, puis celui ramené au secondaire.
3. Dédire des questions précédentes l'utilité du transformateur.

B) La puissance apparente d'un transformateur parfait en charge est $S = 3 \text{ kVA}$.

1. Quelle est la puissance active fournie par le secondaire, si la charge est :

- a. purement résistive ?
- b. inductive, avec un facteur de puissance de 0,8 ?

2. Les mesures de l'intensité fournie par le secondaire et de la tension aux bornes de l'enroulement primaire ont donné :

$I_{2\text{eff}} = 27,3 \text{ A}$ et $V_{1\text{eff}} = 220 \text{ V}$ pour une charge purement résistive.

- a. Quel est le rapport de transformation ?
- b. Quelle serait l'intensité du courant débité par le secondaire si la charge était inductive ($\cos \varphi_2 = 0,8$), la tension au primaire étant $V_{1\text{eff}} = 210 \text{ V}$ ($P_2 = 2,4 \text{ kW}$) ?

Exercice 8

Soit le circuit électrique suivant :

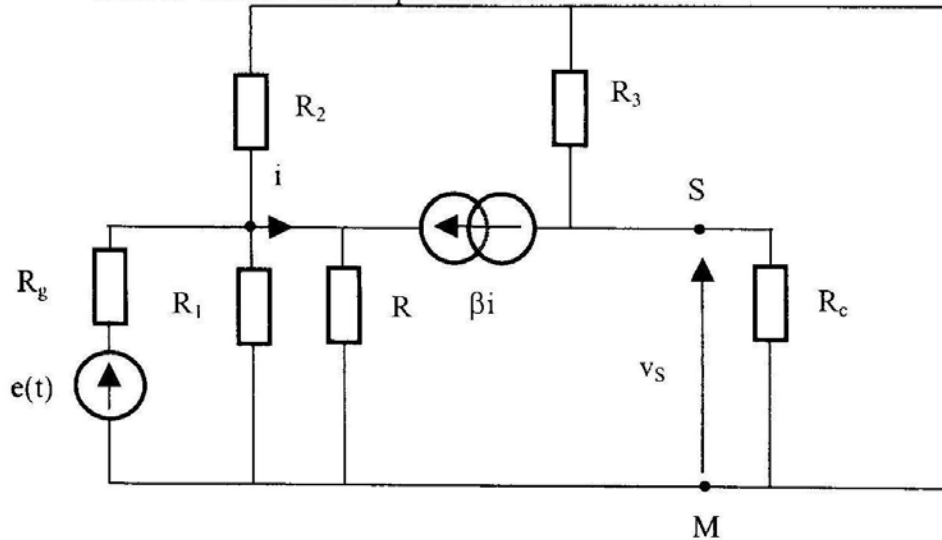


Fig.2.24

Avec $e(t) = E \cos \omega t$ et $v_s(t) = V_s \cos(\omega t + \varphi)$.

1. Proposer un schéma électrique plus simple, et déterminer $v_s(t)$ en fonction de $e(t)$.

- En déduire la valeur de φ ainsi que le rapport $\frac{V_s}{E}$, que devient ce rapport si $\beta \gg 1$.
- Montrer qu'entre les points S et M, le circuit proposé (R_C débranchée) est équivalent à une source de tension sinusoïdale dont on précisera la f.é.m. et la résistance interne.

Exercice 9

Considérons le circuit électrique présenté par la Fig.2.25.

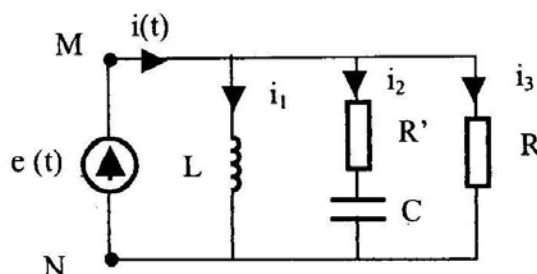


Fig.2.25

$$e(t) = 30\sqrt{2} \cdot \cos \omega t$$

$$L\omega = R = 200 \, \Omega ; R' = 100 \, \Omega \text{ et } C\omega = 10^{-2} \, \Omega^{-1}.$$

- Calculer l'admittance Y_{MN} vue par le générateur.
- Déduire la valeur efficace et le déphasage, par rapport à la tension $e(t)$, du courant $i(t)$.
- Calculer les courants électriques i_1 , i_2 et i_3 traversant les trois branches en précisant pour chacun la valeur efficace et la phase à l'origine.

Exercice 10

Soit le circuit suivant : (Fig.2.26)

- Exprimer I_2 en fonction de I_1 .
- Montrer que l'on peut écrire :

$$I_1 = \left(\frac{1}{2 + jx} \right) \cdot I$$

$$\text{avec } x = RC\omega$$

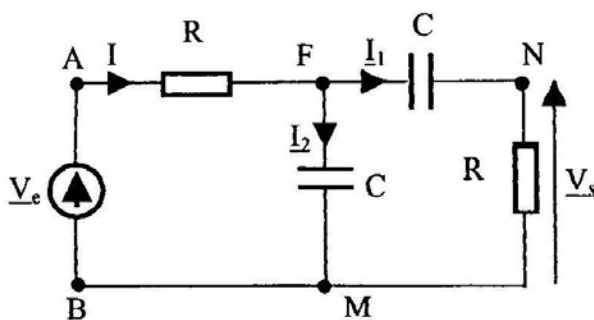


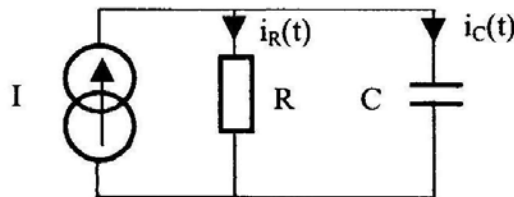
Fig.2.26

- Déduire l'expression de la tension de sortie V_s en fonction R , x et I .
- Exprimer la tension d'entrée en fonction de x et I et déterminer l'impédance d'entrée du circuit.
- Déterminer le gain en tension $G = |V_s/V_e|$ et tracer la courbe $G(x)$.

CIRCUITS ELECTRIQUES EN REGIME**SINUSOÏDAL ET TRANSITOIRE****(CORRIGES DES EXERCICES)****Exercice 1**

1. Lorsque K est fermé le schéma devient comme l'indique la Fig.2.27, d'où le courant I :

$$I = i_R(t) + i_C(t)$$

**Fig.2.27**

2. Equation différentielle

$$u_C(t) = R \cdot i_R(t) = \frac{Q(t)}{C}$$

$$R \cdot [I - i_C(t)] = \frac{Q(t)}{C} \quad \text{sachant que } i_C(t) = \frac{dQ}{dt}$$

$$\text{D'où } \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot Q = I$$

3. La résolution de cette équation comporte deux parties :

- Une solution de l'équation sans second membre :

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot Q = 0 \quad \text{avec } \tau = RC$$

Cette équation admet comme solution :

$$Q = A \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

- Une solution particulière déterminée comme suit :

$$\text{Pour } Q = \text{constante} \rightarrow \frac{dQ}{dt} = 0, \text{ d'où } \frac{1}{RC} \cdot Q = I$$

$$\text{Il en résulte } Q = RC \cdot I$$

Par suite la solution générale sera :

$$Q(t) = A \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + RC \cdot I$$

$$\text{à } t = 0, Q(0) = 0 \text{ d'où } A = -Q_0 = -RC \cdot I$$

$$\text{Enfin } Q(t) = Q_0 \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$$

A.N. :

$$Q_0 = 5.10^{-6} \text{ Coulomb}$$

$$\tau = 5 \text{ secondes}$$

Si $t \rightarrow \infty$ alors $Q(t) \rightarrow Q_0$

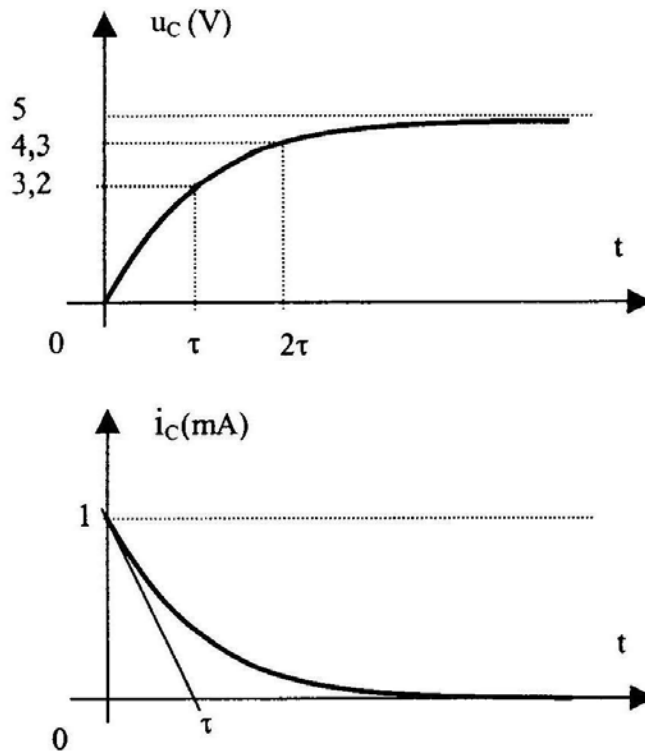
$$\text{Si } t = \tau \text{ alors } Q(\tau) = Q_0 \cdot [1 - \exp(-1)] \approx \frac{2}{3} \cdot Q_0$$

τ est la durée nécessaire pour avoir une charge à $\frac{2}{3} \cdot Q_0$.

4. Le courant $i_C(t)$ et la tension $u_C(t)$ s'expriment par :

$$i_C(t) = \frac{dQ(t)}{dt} \quad \text{et} \quad u_C(t) = \frac{Q(t)}{C}$$

$$\text{D'où } i_C(t) = I \left[\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \quad \text{et} \quad u_C(t) = R I \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$$

**Fig.2.28**

u_C est bien une fonction continue contrairement à i_C .

Exercice 2

1. Au nœud A, on peut écrire : (Fig.2.29)

$$i_1 + i_2 = i + i_3$$

(2.1)

$$\text{Avec } i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dv}{dt} \quad \text{et} \quad i_3 = \frac{v}{R}$$

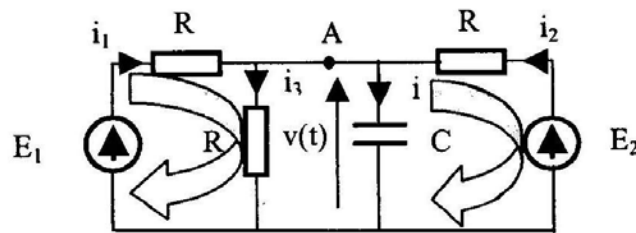


Fig.2.29

La loi des mailles permet d'écrire :

$$E_1 = E = v + R \cdot i_1 \quad (2.2)$$

$$E_2 = E = v + R \cdot i_2 \quad (2.3)$$

Les équations (2.2) et (2.3) donnent les courants :

$$i_1 = \frac{E - v}{R} \quad \text{et} \quad i_2 = \frac{E - v}{R}$$

En remplaçant tous les courants par leurs expressions dans l'équation 2.1, on aura :

$$\frac{E - v}{R} + \frac{E - v}{R} = \frac{v}{R} + C \frac{dv}{dt}$$

d'où l'équation différentielle :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{3}{\tau} v = \frac{2 \cdot E}{\tau} \quad \text{avec } \tau = RC$$

La résolution de cette équation donne :

$$v(t) = A \cdot \exp\left(-\frac{3}{\tau} t\right) + \frac{2 \cdot E}{3}$$

$$\text{à } t = 0 ; \quad v(0) = E_2 = E \quad \Rightarrow A = \frac{E}{3}$$

$$\text{D'où la solution est :} \quad v(t) = \frac{E}{3} \cdot \left[2 + \exp\left(-\frac{3}{\tau} t\right) \right]$$

$$\underline{\text{A.N.}} : \quad v(t) = 5 \left[2 + \exp\left(-\frac{3}{\tau} t\right) \right]$$

La courbe représentative sera comme l'indique la Fig.2.30 :

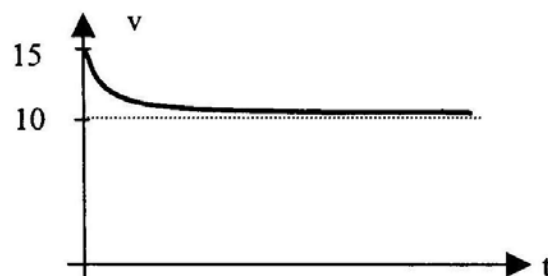


Fig.2.30

2. Au nœud A, on peut écrire : (Fig.2.31)

$$i'_1 + i'_2 = i' + i'_3 \quad (2.4)$$

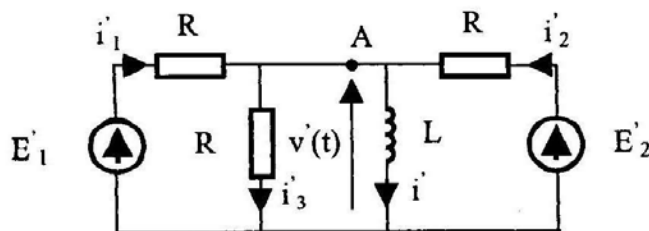


Fig.2.31

La loi des mailles permet d'écrire :

$$E'_1 = E' = v' + R.i'_1 \quad (2.5)$$

$$E'_2 = E' = v' + R.i'_2 \quad (2.6)$$

Les équations 2.5 et 2.6 donnent les courants :

$$i'_1 = i'_2 = \frac{E' - v'}{R} \quad \text{de plus on a} \quad i'_3 = \frac{v'}{R}$$

D'autre part on peut aussi écrire : $v'(t) = L \frac{di'}{dt}$

Ainsi l'équation 2.4 devient : $2 \frac{E' - v'}{R} = i' + \frac{v'}{R}$

Par suite l'équation différentielle à résoudre s'écrit :

$$i' + 3.\tau' \frac{di'}{dt} = 2 \frac{E'}{R} \quad \text{avec} \quad \tau' = \frac{L}{R}$$

Et la solution est du type : $i'(t) = A \exp\left(-\frac{1}{3.\tau'} t\right) + 2 \frac{E'}{R}$, or à $t=0$ on ferme K et on suppose qu'un régime permanent s'est établi auparavant. On peut donc écrire $i'(0) = \frac{E'_2}{R} = \frac{E'}{R}$.

$$\text{Finalement} \quad i'(t) = 2 \frac{E'}{R} \left(1 - \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{1}{3.\tau'} t\right)\right)$$

La courbe représentative de $i'(t)$ sera comme l'indique la Fig.2.32 :

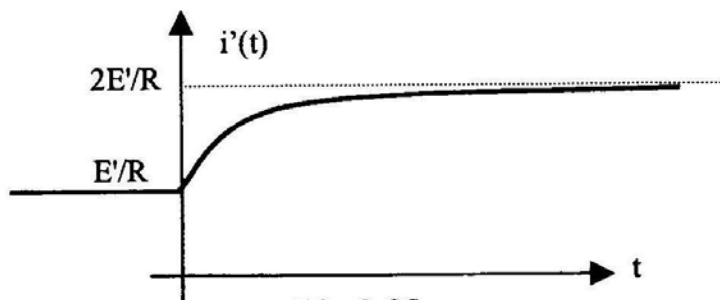


Fig.2.32

On constate bien que le courant dans une self est une fonction continue.

Exercice 3:

1. L et R_2 sont en série et les deux en parallèle avec R_1 d'où :

$$\frac{1}{Z_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + jL\omega}$$

Par suite
$$Z_{AB} = \frac{R_2 + jL\omega}{1 + \frac{R_2}{R_1} + j\frac{L}{R_1}\omega}$$

2. Lorsque $R_1 \gg R_2$, l'impédance Z_{AB} devient :

$$Z_{AB} = \frac{R_2 + jL\omega}{1 + j\frac{L}{R_1}\omega} \quad (2.7)$$

d'où la forme $\frac{a + jb\omega}{1 + jd\omega}$ avec $\begin{cases} a = R_2 \\ b = L \\ d = \frac{L}{R_1} \end{cases}$

Exercice 4

- 1.

- a. L'impédance vue entre A et B a pour expression :

$$Z_{AB} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$

A la résonance l'impédance Z_{AB} est équivalente à une résistance pure $Z_{AB} = R$, ce qui se produit pour une pulsation ω_0 telle que :

$$L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0$$

$$\text{soit } LC\omega_0^2 = 1 \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

- b. Le coefficient de qualité à vide Q_0 est donné par :

$$Q_0 = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Par suite, l'expression de \underline{Z}_{AB} devient :

$$\underline{Z}_{AB} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = R\left[1 + j\frac{L\omega_0}{R}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{LC\omega_0\omega}\right)\right]$$

Sachant que $Q_0 = \frac{L\omega_0}{R}$ et $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

On obtient ainsi : $\underline{Z}_{AB} = R\left[1 + jQ_0\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right]$

- c. A la résonance $Z_{AB} = R$, donc le courant qui circule dans le circuit sera maximal :

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}_{AB}}{R}$$

- Tension aux bornes de L :

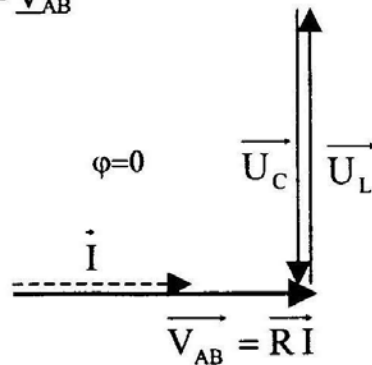
$$\underline{V}_L = jL\omega_0 \underline{I} = jL\omega_0 \frac{\underline{V}_{AB}}{R} = jQ_0 \underline{V}_{AB}$$

- Tension aux bornes de C :

$$\underline{V}_C = \frac{1}{jC\omega_0} \underline{I} = -j\frac{\underline{V}_{AB}}{RC\omega_0} = -jQ_0 \underline{V}_{AB}$$

- Tension aux bornes de R :

$$\underline{V}_R = R \cdot \underline{I} = \underline{V}_{AB}$$



Interprétation :

On voit bien que \underline{V}_L et \underline{V}_C sont en opposition de phase et la tension totale est en phase avec celle aux bornes de la résistance R.

A.N. :

- $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 159 \text{ kHz}$

- $Q_0 = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 200$

On voit qu'il y'a une surtension aux bornes de L et de C, d'où le nom de coefficient de surtension pour Q_0 .

$$|\underline{V}_L| = |\underline{V}_C| = Q_0 V_{AB}$$

Si par exemple $V_{AB} = 10 \text{ V}$ alors $|\underline{V}_L| = |\underline{V}_C| = 200.10 = 2000 \text{ V}$

Il faut donc s'assurer que les composants sont capables de supporter une telle surtension.

2.

a. L'admittance vue entre A et B a pour expression :

$$\underline{Y}_{AB} = \frac{1}{R} + j \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)$$

A la fréquence d'antirésonance l'admittance \underline{Y}_{AB} est réelle $\underline{Y}_{AB} = 1/R$ (le déphasage entre \underline{I} et \underline{V}_{AB} est nul : $\varphi=0$)

$$\text{d'où } C\omega_0 - \frac{1}{L\omega_0} = 0$$

$$\text{Par suite } LC\omega_0^2 = 1 \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ et } f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

b. Le facteur de qualité Q_0 est donné par :

$$Q_0 = RC\omega_0 = \frac{R}{L\omega_0} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

Par suite, l'expression de \underline{Y}_{AB} devient :

$$\underline{Y}_{AB} = \frac{1}{R} \left[1 + jRC\omega_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{LC\omega_0\omega} \right) \right]$$

$$\text{Sachant que } Q_0 = RC\omega_0 \text{ et } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{Alors } \underline{Y}_{AB} = \frac{1}{R} \left[1 + jQ_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]$$

A l'antirésonance $\underline{V}_{AB} = R.\underline{I}$ et le courant est maximal.

- Courant dans la self :

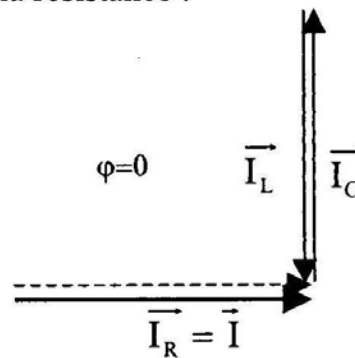
$$\underline{I}_L = \frac{\underline{V}_{AB}}{jL\omega_0} = \frac{R.\underline{I}}{jL\omega_0} = -jQ_0.\underline{I}$$

- Courant dans le condensateur :

$$\underline{I}_C = jC\omega_0 \underline{V}_{AB} = jC\omega_0 R.\underline{I} = jQ_0.\underline{I}$$

- Courant dans la résistance :

$$\underline{I}_R = \underline{I}$$



Interprétation :

Les courants \underline{I}_L et \underline{I}_C sont en opposition de phase et le courant total \underline{I} est en phase avec celui dans la résistance \underline{I}_R .

A.N. :

- $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1,59 \text{ kHz}$
- $Q_0 = RC\omega_0 = R\sqrt{\frac{C}{L}} = 100$

Si $I = 10 \text{ mA}$ alors $I_C = I_L = 1 \text{ A}$. Nous avons bien une surintensité dans la self et le condensateur

Exercice 5

Le schéma de montage sera comme l'indique la Fig.2.33.

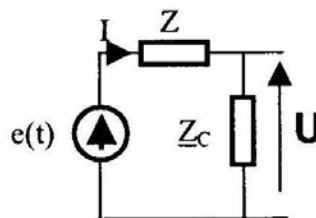


Fig.2.33

1. La puissance fournie à la charge est :

$$P = \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} \underline{U} \cdot \underline{I}^* \right)$$

Sachant que $\underline{U} = \underline{Z}_C \cdot \underline{I}$

$$\text{Alors } P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\underline{Z}_C \cdot |\underline{I}|^2 \right)$$

$$\text{or } \underline{I} = \frac{E_m}{\underline{Z} + \underline{Z}_C} = \frac{E_m}{R + R_C + j(X + X_C)}$$

$$\text{d'où } P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\frac{E_m^2 (R_C + jX_C)}{(R + R_C)^2 + (X + X_C)^2} \right]$$

$$\text{Finalement } P = \frac{1}{2} \frac{R_C E_m^2}{(R + R_C)^2 + (X + X_C)^2}$$

2. La charge varie donc X_C et R_C varient. Pour avoir le maximum de puissance, il faut que $\frac{\partial P}{\partial X_C} = 0$ et $\frac{\partial P}{\partial R_C} = 0$

$$\text{Or } \frac{\partial P}{\partial X_C} = \frac{(X + X_C) R_C E_m^2}{((R + R_C)^2 + (X + X_C)^2)^2}$$

$$\text{donc } \frac{\partial P}{\partial X_C} = 0 \Leftrightarrow X_C = -X$$

$$\text{L'expression de } P \text{ devient dans ce cas } P = \frac{1}{2} \frac{R_C E_m^2}{(R + R_C)^2}$$

$$\text{Et par suite } \frac{\partial P}{\partial R_C} = \frac{(R - R_C) E_m^2}{2(R + R_C)^3} = 0 \Leftrightarrow R_C = R$$

La puissance moyenne reçue par la charge est donc maximale si son impédance est égale au conjugué de l'impédance de la source $\underline{Z}_C = \underline{Z}^*$.

On dit qu'il y a adaptation d'impédance et la puissance maximale vaut alors

$$P_{\max} = \frac{E_m^2}{8R} = \frac{E_{\text{eff}}^2}{4R} \text{ la puissance reçue est égale à la puissance dissipée par la source.}$$

Exercice 6

1. En appliquant la règle du diviseur de tension, et en posant

$$\underline{Z}_1 = R_1 // \underline{Z}_{C_1} = \frac{R_1}{1 + jR_1 C_1 \omega}; \quad \underline{Z}_2 = R_2 // \underline{Z}_{C_p} = \frac{R_2}{1 + jR_2 C_p \omega}$$

$$\text{On obtient alors : } \underline{s}(t) = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \underline{e}(t) = \frac{1}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}} \underline{e}(t)$$

$$\underline{s}(t) = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{1 + jR_2 C_P \omega}{1 + jR_1 C_1 \omega}} \underline{e}(t)$$

2. Pour que le rapport $\frac{\underline{s}(t)}{\underline{e}(t)}$ soit indépendant de la fréquence, il faut :

$$1 + jR_1 C_1 \omega = 1 + jR_2 C_P \omega$$

$$\text{d'où } R_1 C_1 = R_2 C_P$$

3.

a. La valeur de C_1 est :

$$C_1 = \frac{R_2}{R_1} C_P$$

A.N. :

$$C_1 = \frac{10 \cdot 10^3}{990 \cdot 10^3} 10 \cdot 10^{-12} = 0,1 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

$$C_1 = 0,1 \text{ pF}$$

- b. $C_1 = 0,1 \text{ pF}$ est une valeur très faible et il n'existe pas de condensateur qui a cette capacité. Pour contourner cette difficulté il faut rajouter un condensateur en parallèle avec C_P :

$$C_2 = C_P + C.$$

Si par exemple $C = 1000 \text{ pF}$ alors $C_2 = 1010 \text{ pF}$.

Par suite

$$C_1 = \frac{R_2}{R_1} C_2 \quad \text{A.N. : } C_1 = \frac{10 \cdot 10^3}{990 \cdot 10^3} 1010 \cdot 10^{-12} = 10,2 \text{ pF}$$

Cette valeur de C_1 est réalisable en pratique. C'est le principe d'une sonde d'oscilloscope R_2 et C_P représente l'impédance d'entrée de l'oscilloscope et on prévoit le réglage de C_1 pour que la sonde ne déforme pas le signal à visualiser sur l'oscilloscope.

Exercice 7:

A)

1. D'après la Fig.2.23 et en appliquant la loi des mailles, on obtient :

$$\begin{cases} \underline{v}_1 = jL_1 \omega \underline{i}_1 + jM \omega \underline{i}_2 = \underline{e}(t) - \underline{Z}_1 \underline{i}_1 & (2.7) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{v}_2 = jL_2 \omega \underline{i}_2 + jM \omega \underline{i}_1 = -\underline{Z}_2 \underline{i}_2 & (2.8) \end{cases}$$

On peut écrire l'équation (2.8) :

$$\underline{v}_2 = jL_2 \frac{M}{L_1} \omega \underline{i}_2 + jM \frac{L_1}{L_1} \omega \underline{i}_1$$

$$\text{Or } \begin{cases} \frac{L_2}{M} = \frac{L_2}{\sqrt{L_1 L_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \\ \frac{M}{L_1} = \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{L_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \end{cases}$$

$$\text{D'où } \underline{v}_2 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \underbrace{(jM\omega \underline{i}_2 + jL_1\omega \underline{i}_1)}_{\underline{v}_1}$$

$$\text{Et puisque } \frac{L_2}{L_1} = \frac{n_2^2}{n_1^2} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2$$

$$\text{Alors } \underline{v}_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot \underline{v}_1 = m \cdot \underline{v}_1 ; m : \text{rapport de transformation.}$$

2.

- Schéma du montage ramené au primaire :
L'impédance d'entrée du transformateur est

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{v}_1}{\underline{i}_1} = \frac{\frac{\underline{v}_2}{m}}{-m \underline{i}_2} = \frac{1}{m^2} \left(\frac{-\underline{v}_2}{\underline{i}_2} \right) = \frac{\underline{Z}_2}{m^2}$$

D'où le schéma de montage ramené au primaire : (Fig.2.34)

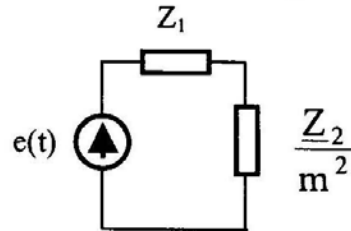


Fig.2.34

- Schéma du montage ramené au secondaire :

$$\underline{v}_1 = e(t) - \underline{Z}_1 \cdot \underline{i}_1$$

$$\text{Or } \underline{v}_1 = \frac{\underline{v}_2}{m} \quad \text{et} \quad \underline{i}_1 = -m \underline{i}_2$$

$$\text{Alors } \frac{\underline{v}_2}{m} = e(t) + \underline{Z}_1 \cdot m \underline{i}_2$$

$$\text{D'où } \underline{v}_2 = m \cdot e(t) + m^2 \cdot \underline{Z}_1 \cdot \underline{i}_2$$

D'où le schéma du montage ramené au secondaire : (Fig.2.35)

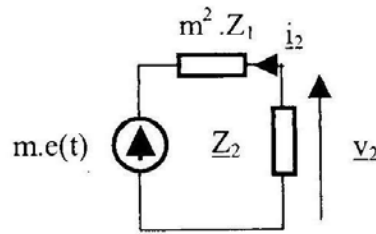


Fig.2.35

3. Un transformateur peut être utilisé comme :
- Elévateur ou abaisseur de tension ou de courant sinusoïdal;
 - Adaptateur d'impédance ;
 - Isolateur de masse ($m = 1$).

B)

1. Pour un transformateur parfait la puissance absorbée par le primaire P_1 est égale à la puissance fournie par le secondaire à la charge P_2 .
D'une façon générale :

$$\begin{cases} P_1 = V_{1\text{eff}} I_{1\text{eff}} \cos\varphi_1 \\ P_2 = V_{2\text{eff}} I_{2\text{eff}} \cos\varphi_2 \end{cases}$$

or $P_1 = P_2$ et $m = \frac{V_{2\text{eff}}}{V_{1\text{eff}}} = \frac{I_{1\text{eff}}}{I_{2\text{eff}}}$ donc $\varphi_1 = \varphi_2$.

- a. Cas d'une charge résistive :

$$\varphi_2 = 0 \Rightarrow P_2 = S \cdot \cos\varphi_2 = S$$

A.N. : $P_2 = 3 \text{ kW}$

- b. Cas d'une charge inductive :

$$\cos\varphi_2 = 0,8 \Rightarrow P_2 = S \cdot \cos\varphi_2$$

A.N. : $P_2 = 2,4 \text{ kW}$

2.

- a. Le rapport de transformation est $m = \frac{V_{2\text{eff}}}{V_{1\text{eff}}}$

Puisque $P_2 = V_{2\text{eff}} \cdot I_{2\text{eff}} = S$ alors $V_{2\text{eff}} = \frac{S}{I_{2\text{eff}}}$

$$\text{D'où } m = \frac{V_{2\text{eff}}}{V_{1\text{eff}}} = \frac{S}{V_{1\text{eff}} I_{2\text{eff}}}$$

$$\text{A.N. : } m = \frac{3.10^3}{220.27,3} = 0,5$$

b. Le courant fourni à la charge est :

$$I_{2\text{eff}} = \frac{P_2}{V_{2\text{eff}} \cos \varphi_2} \quad \text{sachant que } V_{2\text{eff}} = m.V_{1\text{eff}}$$

$$\text{Alors } I_{2\text{eff}} = \frac{P_2}{m.V_{1\text{eff}} \cos \varphi_2}$$

$$\text{A.N. : } I_{2\text{eff}} = \frac{2,4.10^3}{0,5.210.0,8} = 28,6 \text{ A}$$

Exercice 8:

1. Par la Fig.2.36 on propose un schéma plus simple :

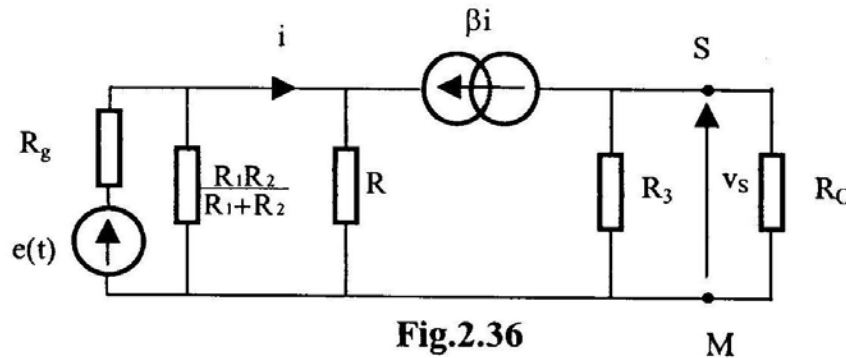


Fig.2.36

On posera $\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}$ et $\frac{1}{R'_C} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_C}$

2. Dans le circuit précédent (Fig.2.36), la source $e(t)$ avec la résistance R_g en série peuvent être remplacées par le générateur de courant équivalent (Générateur de Norton) : (Fig2.37)

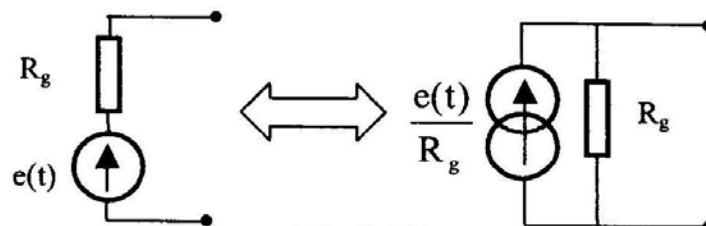


Fig.2.37

La Fig.2.36 devient comme l'indique la Fig.2.38 :

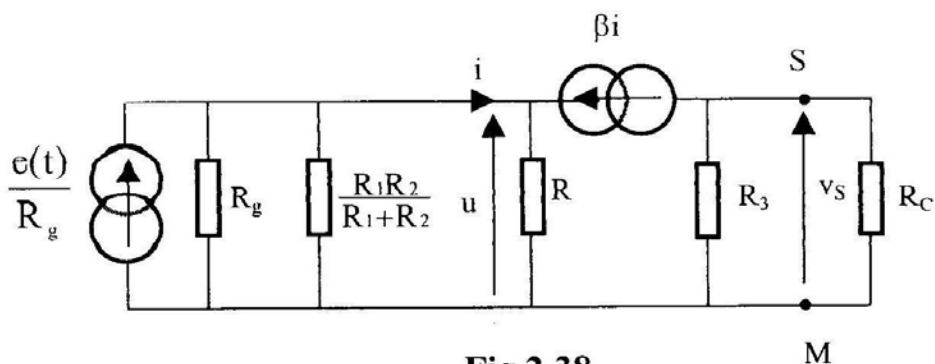


Fig.2.38

Dans les branches de droite, nous avons :

$$\frac{v_s(t)}{R_3} + \frac{v_s(t)}{R_C} = -\beta \cdot i \quad (2.9)$$

Et dans la partie de gauche :

$$\frac{e(t)}{R_g} = \frac{u}{R_g} + \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + i \quad (2.10)$$

$$\text{Enfin, aux bornes de } R : u = R \cdot (\beta + 1) \cdot i \quad (2.11)$$

En tenant compte de l'équation (2.11), l'équation (2.10) devient :

$$\frac{e(t)}{R_g} = i \left[1 + (\beta + 1) \cdot \frac{R}{R_{eq}} \right] \quad (2.12)$$

Les équations (2.9) et (2.12) donnent :

$$\frac{v_s(t)}{R'_C} = -\frac{\beta e(t)}{R_g} \cdot \frac{1}{1 + (\beta + 1) \cdot \frac{R}{R_{eq}}}$$

La tension $v_s(t)$ est en opposition de phase avec $e(t)$, d'où :

$$v_s(t) = -V_S \cos \omega t$$

$$v_s(t) = V_S \cos(\omega t + \pi), \text{ d'où } \varphi = \pi$$

$$\text{avec } V_S = \frac{\beta \cdot E}{R_g} \cdot \frac{R'_C}{1 + (\beta + 1) \cdot \frac{R}{R_{eq}}}$$

$$\text{et par suite } \frac{V_S}{E} = \frac{\beta}{R_g} \cdot \frac{R'_C}{1 + (\beta + 1) \cdot \frac{R}{R_{eq}}}$$

- Si $\beta \gg 1$ et en supposant que le rapport des résistances $\frac{R}{R_{eq}}$ n'est pas très faible, on obtient alors :

$$\frac{V_S}{E} \approx \frac{R'_C R_{eq}}{R_g R}$$

3. D'après les résultats précédents, on peut écrire :

$$v_S(t) = -\frac{e(t)}{R} \cdot \frac{R_{eq}}{R_g} \cdot \left(\frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_C}} \right) = \left(\frac{i_S(t)}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_C}} \right)$$

Ce qui correspond au circuit de la Fig.2.39

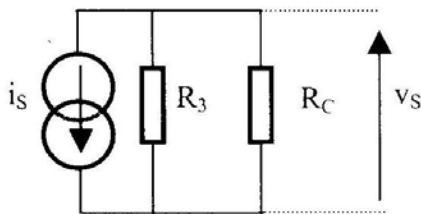


Fig.2.39

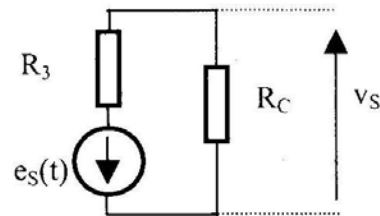


Fig.2.40

Ou encore, en revenant à la représentation de Thévenin : (Fig.2.40)

L'amplitude E_S de la source de tension sinusoïdale a pour valeur :

$$E_S = R_3 \cdot I_S = R_3 \cdot \frac{E}{R} \cdot \frac{R_{eq}}{R_g}$$

Et la résistance interne est : $R_S = R_3$.

Exercice 9

1. L'admittance vue entre M et N est :

$$\underline{Y}_{MN} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + \frac{1}{R' - \frac{j}{C\omega}}$$

$$\underline{Y}_{MN} = \frac{1}{200} + \frac{1}{j \cdot 200} + \frac{1}{100(1-j)} = \frac{1}{200}(1-j) + \frac{1}{100} \left(\frac{1+j}{2} \right)$$

$$\text{Finalement, on obtient : } \underline{Y}_{MN} = \frac{1}{R'} = \frac{1}{100}$$

2. Le courant délivré par le générateur est :

$$i(t) = Y_{MN} \cdot e(t) = \frac{1}{R'} E \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t}$$

L'expression de $i(t)$ est de la forme : $i(t) = I \sqrt{2} \cdot e^{j\phi} e^{j\omega t}$

Donc $i(t)$ est en phase avec $e(t) \rightarrow \varphi = 0$

et a pour valeur efficace $\rightarrow I = \frac{E}{R'} = \frac{30}{100} = 0,3A$.

3. Le courant dans les trois branches :

- Courant dans la bobine :

$$i_1(t) = Y_L \cdot e(t) = \frac{1}{jR} E \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \frac{I}{2} \sqrt{2} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{j\omega t}$$

Donc la phase de $i_1(t)$ est : $\varphi_1 = -\frac{\pi}{2}$

Et la valeur efficace est : $I_1 = \frac{I}{2} = 0,15A$.

D'où
$$i_1(t) = \frac{I}{2} \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

- Courant dans la branche C, R' :

$$i_2(t) = Y_{CR'} \cdot e(t) = \frac{(1+j)}{2R'} E \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \frac{\sqrt{2} \cdot I}{2} \sqrt{2} \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} \cdot e^{j\omega t}$$

Donc la phase de $i_2(t)$ est : $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$

Et la valeur efficace est : $I_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} I = 0,21A$.

D'où
$$i_2(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} I \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$

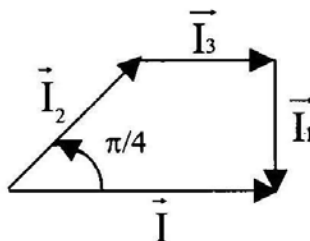
- Courant dans la résistance R :

$$i_3(t) = \frac{E}{R} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \frac{I}{2} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t}$$

Donc la phase de $i_3(t)$ est : $\varphi_3 = 0$

Et la valeur efficace est : $I_3 = \frac{I}{2} = 0,15A$.

D'où
$$i_3(t) = \frac{I}{2} \sqrt{2} \cdot \cos \omega t$$



Exercice 10

1. Expression de
- \underline{I}_2
- en fonction de
- \underline{I}_1
- :

$$\underline{U}_{FM} = \underline{Z}_C \underline{I}_2 = \frac{\underline{I}_2}{jC\omega}$$

La maille de sortie donne :

$$-\underline{Z}_C \underline{I}_2 + \underline{Z}_C \underline{I}_1 + R \underline{I}_1 = 0$$

$$\text{par suite } \underline{I}_2 = \left(\frac{R + \underline{Z}_C}{\underline{Z}_C} \right) \underline{I}_1 = \left(\frac{R}{\underline{Z}_C} + 1 \right) \underline{I}_1$$

D'où

$$\underline{I}_2 = (1 + jx) \underline{I}_1 \quad (2.13)$$

avec $x = RC\omega$

2. La loi des nœuds au point F donne :
- $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{I}$

$$\text{Par suite } \underline{I}_2 = \underline{I} - \underline{I}_1 = (1 + jx) \underline{I}_1$$

D'où

$$\underline{I}_1 = \left(\frac{1}{2 + jx} \right) \underline{I} \quad (2.14)$$

avec $x = RC\omega$ La tension de sortie a pour expression : $\underline{V}_S = R \underline{I}_1$ Il suffit de remplacer \underline{I}_1 par son expression (2.14), pour obtenir :

$$\underline{V}_S = \left(\frac{R}{2 + jx} \right) \underline{I} \quad (2.15)$$

- avec $x = RC\omega$

3. La maille d'entrée donne :

$$\underline{V}_e = R \underline{I} + \underline{Z}_C \underline{I}_2 \quad (2.16)$$

Les équations (2.13) et (2.14) donnent :

$$\underline{I}_2 = \left(\frac{1 + jx}{2 + jx} \right) \underline{I} \quad \text{avec } x = RC\omega$$

En remplaçant les courants \underline{I} et \underline{I}_2 par leurs expressions, l'équation (2.16) devient :

$$\underline{V}_e = \left(R + \frac{R}{jx} \cdot \frac{1 + jx}{2 + jx} \right) \underline{I}$$

D'où

$$\underline{V}_e = R \cdot \left[\frac{3x + j(x^2 - 1)}{(2 + jx) \cdot x} \right] \underline{I} \quad (2.17)$$

avec $x = RC\omega$

L'impédance d'entrée est définie par : $\underline{Z}_e = \underline{V}_e / \underline{I}$ et d'après l'équation 2.17 on en déduit que :

$$\underline{Z}_e = R \cdot \left[\frac{3x + j \cdot (x^2 - 1)}{x \cdot (2 + jx)} \right]$$

4. Pour exprimer \underline{V}_s en fonction de \underline{V}_e , il suffit de tirer le courant \underline{I} de l'équation (2.17) et le remplacer dans l'équation (2.15) :

$$\underline{I} = \left(\frac{(2 + jx) \cdot x}{3x + j(x^2 - 1)} \right) \frac{\underline{V}_e}{R}$$

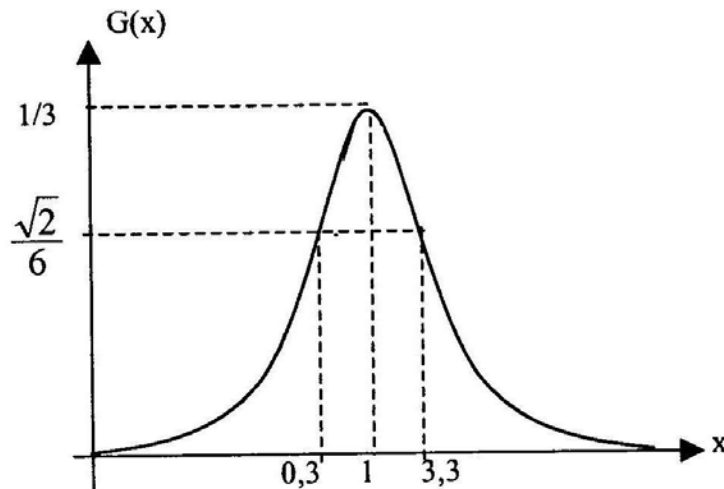
D'où

$$\underline{V}_s = \left(\frac{R}{2 + jx} \right) \cdot \left(\frac{(2 + jx) \cdot x}{3x + j(x^2 - 1)} \right) \frac{\underline{V}_e}{R}$$

$$\text{Enfin } \underline{V}_s = \frac{1}{3 + j \cdot \left(x - \frac{1}{x} \right)} \cdot \underline{V}_e$$

$$\text{Il vient alors : } \underline{G}(x) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \frac{1}{3 + j \cdot \left(x - \frac{1}{x} \right)} \text{ soit } G(x) = \frac{1}{\sqrt{9 + \left(x - \frac{1}{x} \right)^2}}$$

La courbe représentative de $G(x)$ est la suivante :



CHAPITRE 3
LES QUADRIPOLES LINEAIRES

LES QUADRIPOLES LINEAIRES

(RAPPELS DE COURS)

I- Généralités

I-1-Définitions :

Un quadripôle est un circuit (linéaire ou non) qui assure la transmission ou la transformation d'un signal. Il comporte deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie (Fig.3.1)

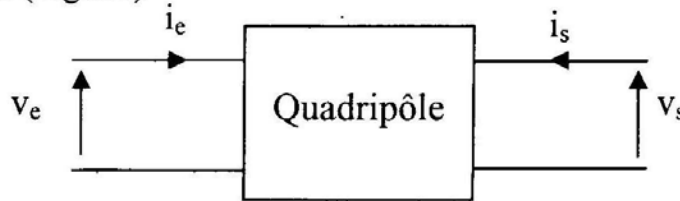


Fig.3.1

Il possède ainsi une tension et un courant d'entrée (v_e , i_e) ; une tension et un courant de sortie (v_s , i_s). Si le quadripôle dissipe uniquement de l'énergie par effet Joule, il est passif. Dans le cas contraire, il est actif. On ne s'intéresse ici qu'aux quadripôles linéaires (dont les éléments sont linéaires).

I-2-Paramètres d'un quadripôle :

Il existe six combinaisons pour exprimer deux quelconques des courants ou tensions en fonction des deux autres.

Ces relations seront linéaires et les coefficients qui en découlent ne dépendront que des éléments constituant le quadripôle et définiront ainsi les paramètres du quadripôle. Nous définissons ici quelques paramètres.

2-1-Paramètres impédances ou matrice Z :

Si on choisit i_e et i_s comme variables on peut écrire :

$$\begin{cases} v_e = Z_{11}i_e + Z_{12}i_s \\ v_s = Z_{21}i_e + Z_{22}i_s \end{cases}$$

Ou encore en écriture matricielle

$$\begin{pmatrix} v_e \\ v_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_e \\ i_s \end{pmatrix}$$

Les coefficients z_{ij} ont la dimension d'une impédance $[\Omega]$.

a- Calcul des coefficients z_{ij} :

Nous pourrions déterminer les paramètres z_{ij} de la façon suivante :

$$z_{11} = \left(\frac{v_e}{i_e} \right)_{i_s=0} : \text{C'est l'impédance d'entrée, sortie ouverte}$$

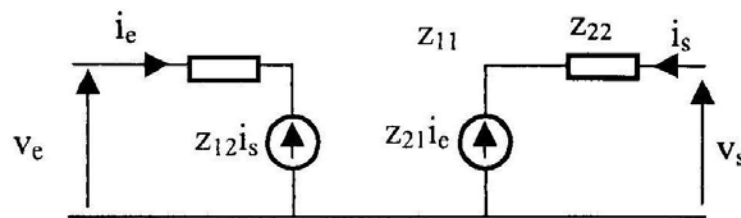
$$z_{12} = \left(\frac{v_e}{i_s} \right)_{i_e=0} : \text{C'est la trans-impédance d'entrée, entrée ouverte.}$$

$$z_{21} = \left(\frac{v_s}{i_e} \right)_{i_s=0} : \text{C'est la trans-impédance de sortie, sortie ouverte.}$$

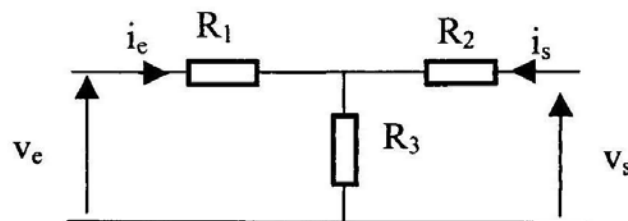
$$z_{22} = \left(\frac{v_s}{i_s} \right)_{i_e=0} : \text{C'est l'impédance de sortie, entrée ouverte.}$$

b- Schéma équivalent :

Le schéma équivalent d'un quadripôle décrit par ces paramètres Z est le suivant :

**Fig.3.2***c- Exemple :*

Soit le quadripôle en T suivant :

**Fig.3.3**

Par application de la loi des mailles on peut écrire :

$$\begin{cases} v_e = R_1 i_e + R_3 (i_e + i_s) \\ v_s = R_2 i_s + R_3 (i_e + i_s) \end{cases} \quad \text{Soit} \quad \begin{cases} v_e = (R_1 + R_3) i_e + R_3 i_s \\ v_s = R_3 i_e + (R_2 + R_3) i_s \end{cases}$$

D'où $z_{11} = R_1 + R_3$; $z_{12} = z_{21} = R_3$ et $z_{22} = R_2 + R_3$

Par application des définitions du paragraphe 2.1.a, on a :

$$z_{11} = \left(\frac{v_e}{i_e} \right)_{i_s=0}$$

On a bien $z_{11} = \frac{v_e}{i_e} = R_1 + R_3$

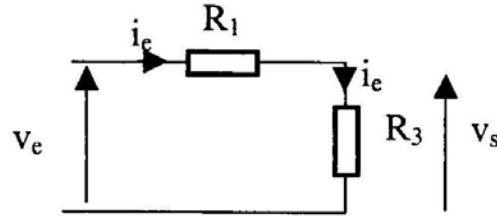


Fig.3.4

$$z_{12} = \left(\frac{v_e}{i_s} \right)_{i_e=0}$$

$$z_{12} = R_3$$

De même

$$z_{21} = \left(\frac{v_s}{i_e} \right)_{i_s=0} = R_3 \text{ d'après la Fig.3.4}$$

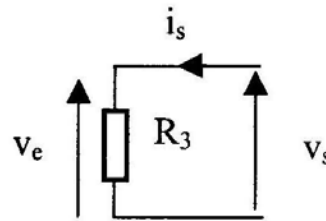


Fig.3.5

Et enfin $z_{22} = \left(\frac{v_s}{i_s} \right)_{i_e=0} = R_2 + R_3$ d'après la Fig.3.6

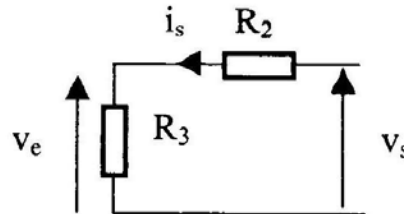


Fig.3.6

2-2 Paramètres admittance ou matrice Y :

Dans ce cas se sont les tensions qui sont considérées comme variables, les relations sont donc :

$$\begin{cases} i_e = y_{11}v_e + y_{12}v_s \\ i_s = y_{21}v_e + y_{22}v_s \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} i_e \\ i_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_e \\ v_s \end{pmatrix}$$

Les coefficients (y_{ij}) ont la dimension d'une admittance [Ω^{-1}].

a- Calcul des coefficients y_{ij} :

De la même façon que pour les paramètres Z on peut écrire :

$$y_{11} = \left(\frac{i_e}{v_e} \right)_{v_s=0} : \text{C'est l'admittance d'entrée, sortie court-circuitée}$$

$$y_{12} = \left(\frac{i_e}{v_s} \right)_{v_e=0} : \text{C'est la trans-admittance d'entrée, entrée en court-circuit.}$$

$$y_{21} = \left(\frac{i_s}{v_e} \right)_{v_s=0} : \text{C'est la trans-admittance de sortie, sortie en court-circuit.}$$

$$y_{22} = \left(\frac{i_s}{v_s} \right)_{v_e=0} : \text{C'est l'admittance de sortie, entrée en court-circuit.}$$

Remarque : y_{22} correspond à l'inverse de l'impédance du générateur de Thévenin équivalent au quadripôle vu de ces bornes de sorties $y_{22} = \frac{1}{Z_{TH}}$.

b- Schéma équivalent :

En paramètre Y , le quadripôle a pour schéma équivalent :

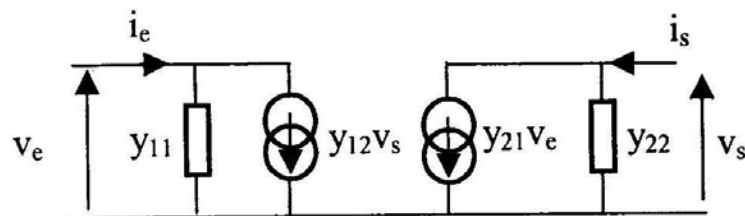


Fig.3.7

c- Exemple :

Pour le quadripôle en π suivant, calculer les paramètres y_{ij} :

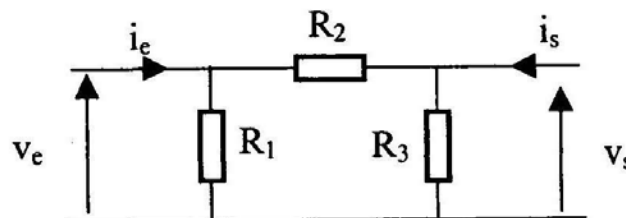


Fig.3.8

Réponse : $y_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$; $y_{12} = y_{21} = -\frac{1}{R_2}$ et $y_{22} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

2-3 Paramètres hybrides ou matrice H :

Pour ces paramètres on écrit :

$$\begin{cases} v_e = h_{11}i_e + h_{12}v_s \\ i_s = h_{21}i_e + h_{22}v_s \end{cases}$$

Ou encore :

$$\begin{pmatrix} v_e \\ i_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_e \\ v_s \end{pmatrix}$$

Tous ces paramètres n'ont pas la même dimension $[h_{11}] = [\Omega]$; $[h_{21}] = [h_{12}] = [1]$ et $[h_{22}] = [\Omega^{-1}]$.

a- Calcul des coefficients h_{ij} :

A partir des équations précédentes on écrit :

$$h_{11} = \left(\frac{v_e}{i_e} \right)_{v_s=0} : \text{C'est l'impédance d'entrée, sortie court-circuitée.}$$

$$h_{12} = \left(\frac{v_e}{v_s} \right)_{i_e=0} : \text{Gain inverse en tension, entrée ouverte.}$$

$$h_{21} = \left(\frac{i_s}{i_e} \right)_{v_s=0} : \text{Gain en courant, sortie en court-circuit.}$$

$$h_{22} = \left(\frac{i_s}{v_s} \right)_{i_e=0} : \text{C'est l'admittance de sortie, entrée ouverte.}$$

b- Schéma équivalent :

Les paramètres hybrides sont très utilisés dans l'étude des transistors bipolaires, et le schéma équivalent d'un quadripôle décrit par ces paramètres est le suivant :

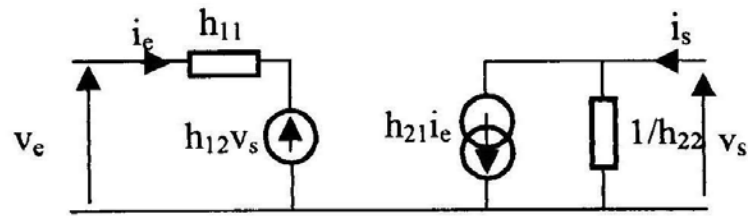


Fig.3.9

2-4 Paramètres de transfert ou matrice T :

En prenant pour variables les grandeurs de sortie v_s et $-i_s$ (pour faciliter l'étude des groupements en cascade), on pourra écrire :

$$\begin{cases} v_e = t_{11} v_s - t_{12} i_s \\ i_e = t_{21} v_s - t_{22} i_s \end{cases}$$

ou bien
$$\begin{pmatrix} v_e \\ i_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_s \\ -i_s \end{pmatrix}$$

Calcul des coefficients t_{ij} de la matrice T :

$$t_{11} = \left(\frac{v_e}{v_s} \right)_{i_s=0} : \text{Gain inverse en tension, sortie ouverte ;}$$

$$t_{12} = - \left(\frac{v_e}{i_s} \right)_{v_s=0} : \text{Trans-impédance d'entrée, sortie en court circuit ;}$$

$$t_{21} = \left(\frac{i_e}{v_s} \right)_{i_s=0} : \text{Trans-admittance d'entrée, sortie ouverte ;}$$

$$t_{22} = - \left(\frac{i_e}{i_s} \right)_{v_s=0} : \text{Gain inverse en courant, sortie en court circuit.}$$

I-3- Autres caractéristiques d'un quadripôle :

Considérons un quadripôle linéaire assurant la liaison entre un dipôle actif (Générateur de f.é.m. E_g et d'impédance interne Z_g) et un dipôle passif linéaire D.

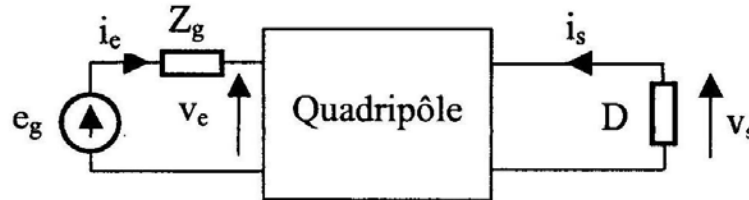


Fig.3.10

3.1- Impédance d'entrée :

L'impédance d'entrée du montage précédent est définie par : $Z_e = \frac{v_e}{i_e}$; Z_e

dépend généralement de la charge D. Ainsi vu du générateur le quadripôle chargé est équivalent à une impédance Z_e :

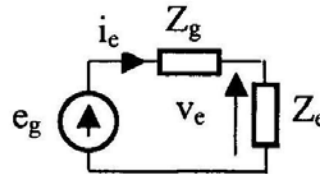


Fig.3.11

3.2- Impédance de sortie :

Vu de la charge, le quadripôle est un dipôle actif qui peut être remplacé par son modèle équivalent de Thévenin ou de Norton.

L'impédance de sortie du quadripôle est donc l'impédance interne du générateur équivalent (de Thévenin ou Norton) vu des bornes de sortie.

Pour calculer Z_s (ou Z_{Th}), on peut procéder de deux façons :

*) On éteint les générateurs indépendants (en les remplaçant par leur impédance interne).

On place une source de tension parfaite à la sortie de Q et l'impédance de

sortie est donc $Z_s = \frac{E_s}{I_s}$.

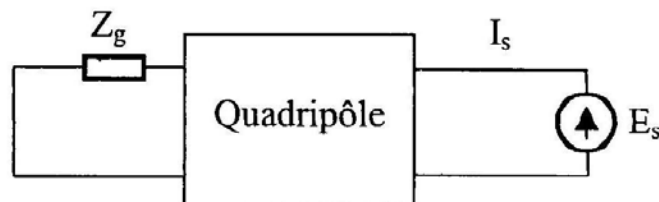


Fig.3.12

****)** Après avoir déterminé la tension de Thévenin E_{Th} (égale à v_s pour $I_s = 0$) ainsi que le courant de court-circuit ($I_N = I_{cc}$) du quadripôle vu de la sortie.

On écrit : $Z_s = Z_{+n} = Z_N = \frac{E_{+n}}{I_{cc}}$, d'où le schéma équivalent du quadripôle:

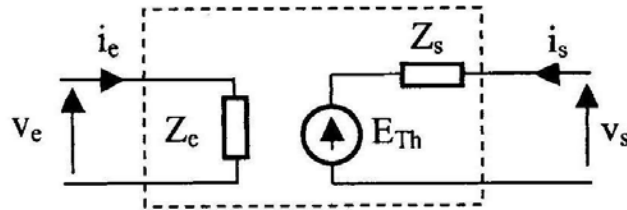


Fig.3.13

3.3- Fonction de transfert ou transmittance :

Dans le cas général la transmittance peut être définie comme étant le rapport d'une grandeur de sortie sur une grandeur d'entrée $\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}}$ (en notation complexe).

On définit ainsi la transmittance en tension (ou gain en tension) $\underline{A}_v = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e}$.

On a aussi $\underline{A}_i = \frac{\underline{I}_s}{\underline{I}_e}$: Transmittance en courant ou gain en courant.

Remarque : \underline{H} n'est pas toujours sans dimension, et elle est appelée aussi la fonction de transfert dynamique.

3.4- Application :

Dans la représentation de Thévenin du quadripôle la f.é.m. E_{th} peut s'écrire :

$$E_{th} = A_{v0} v_e \text{ avec } A_{v0} \text{ le gain en tension à vide } (I_s = 0).$$

Ainsi en regroupant les résultats précédents nous pouvons représenter le quadripôle par l'un des deux schémas équivalents suivants :

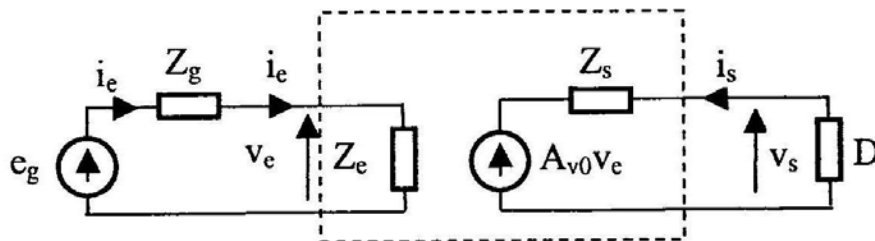


Fig.3.14

Ou encore

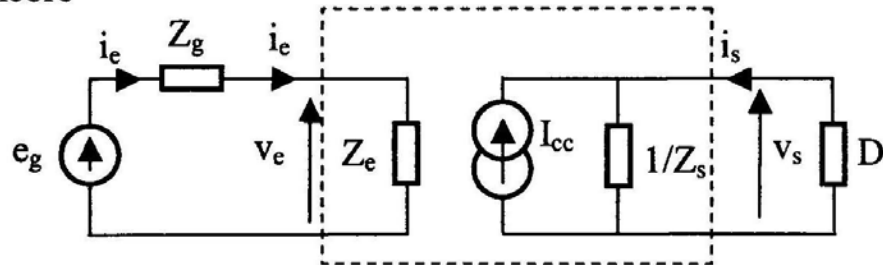


Fig.3.15

II- Les filtres

1. Définition d'un filtre :

On appelle filtre électrique un dispositif qui permet d'atténuer des signaux dans une bande de fréquences données.

2. Différents types de filtres :

Il existe quatre types de filtres:

- Filtre passe bas : (Fig.3.16)

Laisse passer uniquement les signaux de fréquences inférieures à $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$.

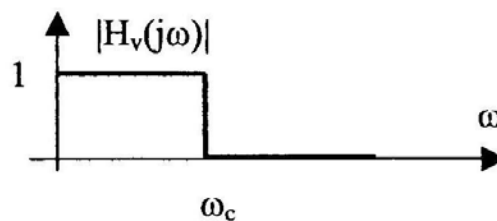


Fig.3.16

- Filtre passe haut : (Fig.3.17)

Laisse passer uniquement les signaux de fréquences supérieures à $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$.

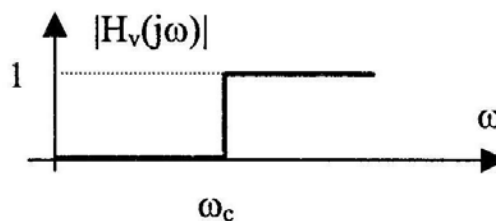


Fig.3.17

- Filtre passe bande : (Fig.3.18)

La bande passante est limitée entre $f_{c1} = \frac{\omega_{c1}}{2\pi}$ et

$$f_{c2} = \frac{\omega_{c2}}{2\pi}.$$

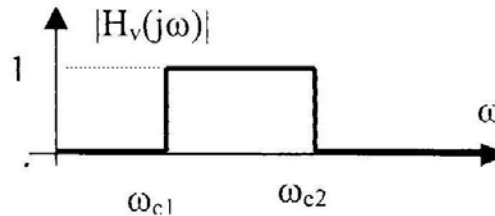


Fig.3.18

- Filtre coupe bande : (Fig.3.19)

Permet de couper une bande du spectre de fréquence.

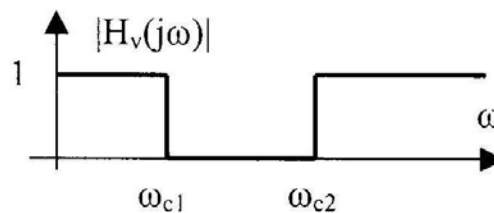


Fig.3.19

3. Diagramme de Bode

En régime sinusoïdal, la transmittance d'un quadripôle dépend généralement de la fréquence. La réponse fréquentielle d'un quadripôle consiste en l'étude de la fonction de transfert dynamique \underline{H} avec la fréquence.

Une façon de faire, c'est le diagramme de Bode qui est l'ensemble des deux courbes de réponses : en gain et en phase de la fonction de transfert. Etant donné que les fréquences peuvent varier sur de très larges intervalles, on les place alors sur un axe à graduation logarithmique et on exprime le gain $G=|\underline{H}|$ en décibel (dB), soit $G_{dB}=20\log(G)$. L'argument ou la phase de \underline{H} est calculé en degré ($^\circ$).

LES QUADRIPOLES LINEAIRES (ENONCES DES EXERCICES)

Exercice 1

Déterminer en fonction de u_e les générateurs de Thévenin et Norton équivalents au quadripôle Q, vu des points A et B. En déduire le gain en tension du quadripôle chargé par une résistance R_L . (Fig.3.20)

La tension d'entrée u_e est sinusoïdale

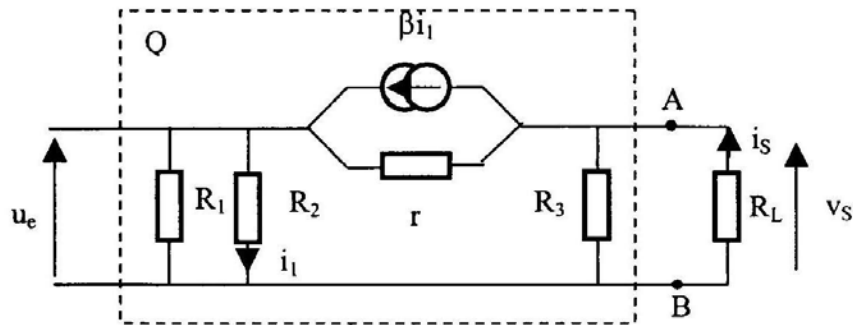


Fig.3.20

Exercice 2

Soit un quadripôle Q défini par sa matrice de transfert

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{pmatrix}$$

1. Préciser la signification de chaque terme de la matrice de transfert.
2. Le quadripôle Q est suivi d'un autre quadripôle Q' en cascade de coefficients a' , b' , c' , d' .

Quelle est la matrice de transfert du quadripôle équivalent ?

3. Soient les quadripôles Q_1 et Q_2 suivants (Fig.3.21):

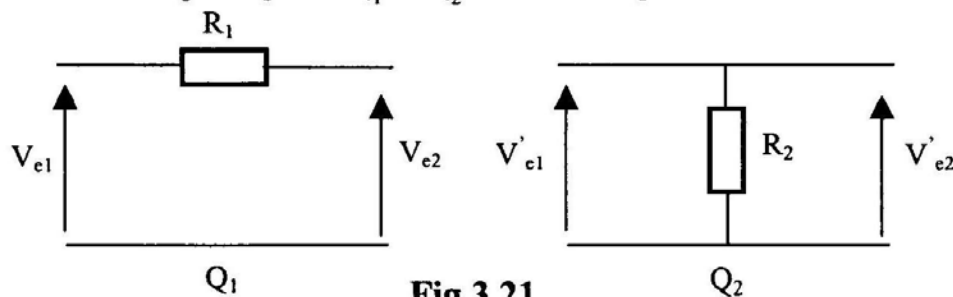
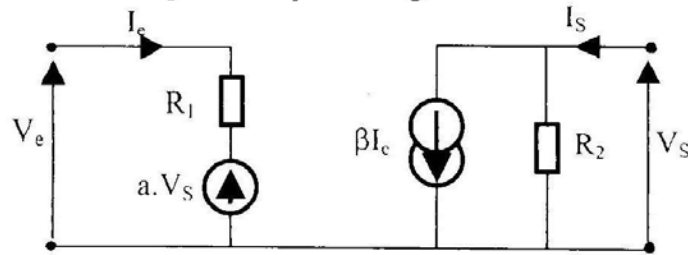


Fig.3.21

- a- Déterminer la matrice de transfert de chaque quadripôle.
- b- En déduire la matrice de transfert du quadripôle en T (Q_1 , Q_2 , Q_1).
4. Déterminer l'impédance caractéristique ou (itérative) du quadripôle en T.

Exercice 3

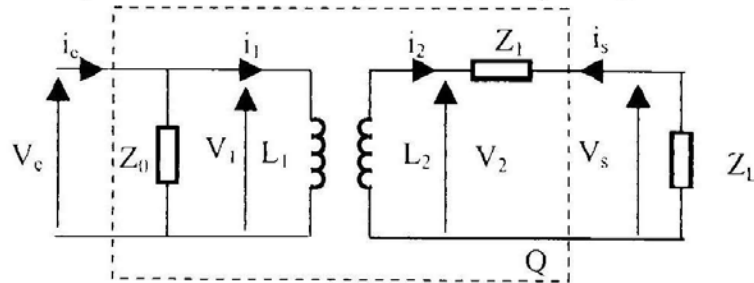
Considérons le circuit présenté par la Fig.3.22.

**Fig.3.22**

1. Déterminer les paramètres hybrides de ce quadripôle.
2. Donner la signification physique de chaque terme.

Exercice 4

Un transformateur réel peut être représenté par le quadripôle Q suivant (Fig.3.23):

**Fig.3.23**

Le rapport de transformation est défini par :

$$m = -\frac{V_2}{V_1} = -\frac{I_1}{I_2}$$

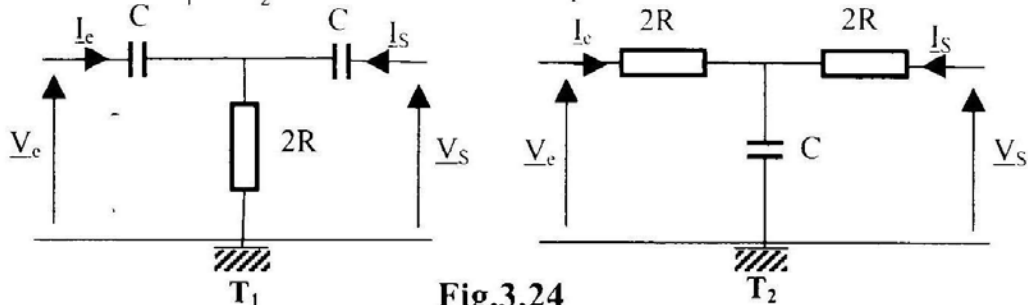
1. Déterminer la matrice de transfert de ce quadripôle.
2. En déduire les deux équations fondamentales du transformateur.

$$\underline{I_e} = f(\underline{V_e}, \underline{Z_0}, m, \underline{I_s}) \quad \underline{V_s} = f(\underline{V_e}, m, \underline{Z_L}, \underline{I_s})$$

3. Que peut-on conclure ?

Exercice 5

Soit T_1 et T_2 deux cellules en T représentées sur la Fig.3.24.

**Fig.3.24**

\underline{V}_e et \underline{V}_s sont les tensions d'entrée et de sortie prises par rapport à la masse, \underline{I}_e et \underline{I}_s sont les courants d'entrée et de sortie.

On décrit les deux quadripôles par leur matrice admittance d'éléments respectifs Y_{ij} et X_{ij} .

1. Déterminer les matrices admittances des cellules T_1 et T_2 .
2. Existe-t-il une façon simple de déduire X_{ij} de Y_{ij} ?
3. Quelles sont les conséquences de la symétrie des cellules T_1 et T_2 sur les paramètres Y_{ij} et X_{ij} ?

Exercice 6:

Un générateur basse fréquence (B.F) de résistance interne négligeable délivre une tension $u_1(t) = U_1 \cos \omega t$. La tension u_1 alimente le quadripôle Q (Fig.3.25).

Ce quadripôle est chargé par une résistance R.

On donne : $R = 30 \text{ K}\Omega$

$C = 10 \text{ nF}$

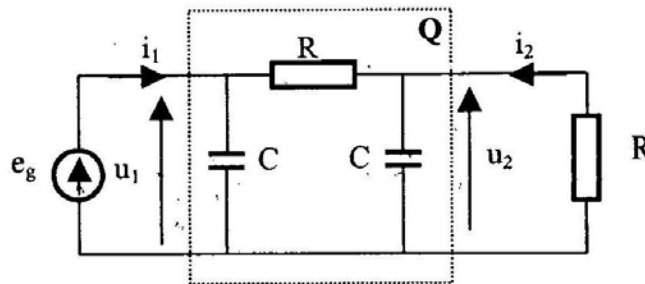
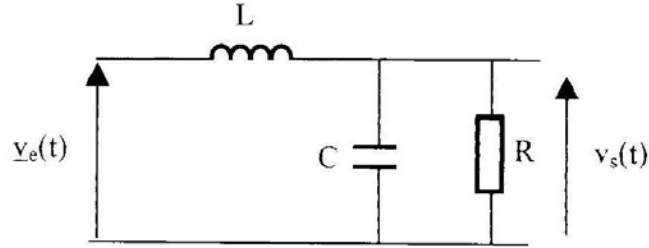


Fig.3.25

- 1- a. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$ du quadripôle Q (non chargé).
 b. Tracer le diagramme de Bode en module et phase de $\underline{H}(j\omega)$.
 c. Conclusion.
- 2- a. Déterminer l'impédance d'entrée \underline{Z}_e du quadripôle chargé par R.
 b. Montrer que pour la pulsation de coupure, ce réseau est équivalent à un dipôle série (R_1, C_1) dont on calculera la résistance R_1 et la capacité C_1 équivalentes.
 c. Donner l'expression de l'impédance de sortie \underline{Z}_s du quadripôle Q.
- 3- Le générateur étant réglé sur la fréquence de coupure, calculer :
 a- La puissance P_1 fournie par le générateur au réseau.
 b- La puissance P_2 recueillie sur la résistance de charge.

Exercice 7

Soit le montage de la Fig.3.26, attaqué par un générateur de tension alternative sinusoïdale de pulsation ω .

**Fig.3.26**

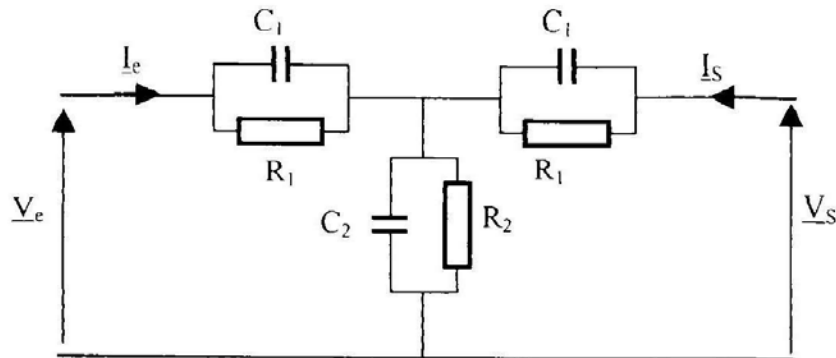
1. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$.
2. Dans quelle condition aura t-on l'expression suivante ?

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4}} \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$$

- Donner alors dans cette condition les valeurs de L et C en fonction de R et ω_0 .
3. Tracer avec précision le diagramme de Bode en Module de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$.

Exercice 8

Soit le quadripôle suivant (Fig.3.27):

**Fig.3.27**

\underline{V}_e est une tension sinusoïdale de pulsation ω .

1. Déterminer la matrice Z de ce quadripôle.
2. Dédire les impédances d'entrée et de sortie.

3. Calculer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e}$.
4. Tracer le diagramme de Bode de $\underline{H}(j\omega)$.

Exercice 9

On considère un circuit électrique de fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$.

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{(1+j\frac{\omega}{\omega_1})(1+j\frac{\omega}{\omega_2})} \quad \text{avec } \omega_1 < \omega_2.$$

Tracer le diagramme de Bode en module et phase de $\underline{H}(j\omega)$.

Exercice 10

Soit le circuit suivant : (Fig.3.28)

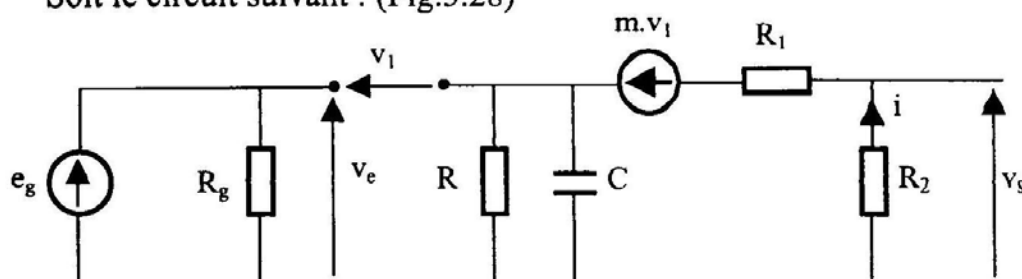


Fig.3.28

On donne : $R = 333 \, \Omega$; $R_1 = 167 \, k\Omega$; $R_2 = 3,2 \, k\Omega$
 $C = 120 \, \mu F$; $m = 334$; $R_g = 100 \, k\Omega$

1. Déterminer la fonction de transfert

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e}$$

2. Montrer que $\underline{H}(j\omega)$ peut être écrite sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = H_0 \cdot \frac{(1 + j\frac{\omega}{\omega_1})}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_2})}$$

3. Calculer numériquement H_0 , ω_1 et ω_2 .
4. Tracer le diagramme de Bode en amplitude et phase de $\underline{H}(j\omega)$.
5. Déterminer l'impédance de sortie par deux méthodes différentes.

LES QUADRIPOLES LINEAIRES (CORRIGES DES EXERCICES)

Exercice 1

- Générateur de Thévenin:
En passant du modèle de Norton au modèle de Thévenin (pour la source liée $(\beta i_1, r)$), on obtient le schéma de la Fig.3.29.

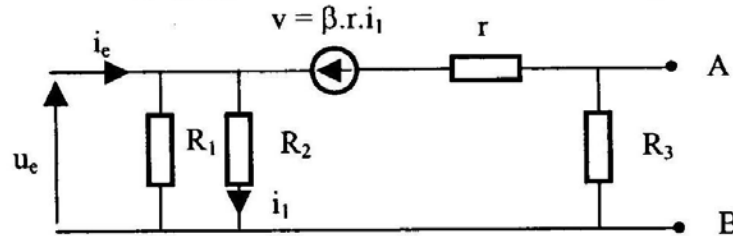


Fig.3.29

- Détermination de E_{Th} :

La loi du diviseur de tension permet d'écrire:

$$E_{Th} = u_{AB} = \frac{R_3}{R_3 + r} (u_e - v)$$

Sachant que $v = \beta \cdot r \cdot i_1$ avec $i_1 = \frac{u_e}{R_2}$

on peut donc écrire $u_{AB} = \frac{R_3}{R_3 + r} \left(1 - \frac{\beta \cdot r}{R_2} \right) u_e$

D'où

$$E_{Th} = u_{AB} = \frac{R_3 (R_2 - \beta \cdot r)}{R_2 (R_3 + r)} u_e$$

- Détermination de R_{Th} :

En court-circuitant la source de tension d'entrée, R_1 et R_2 seront court-circuitées, on obtient alors la Fig.3.30 avec $i_1 = 0$ donc $v = 0$.

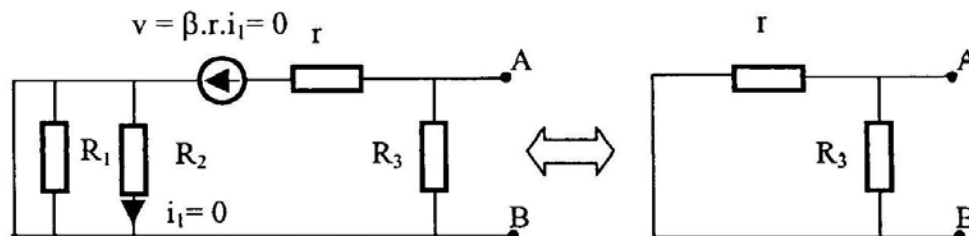


Fig.3.30

D'où $R_{Th} = \frac{r \cdot R_3}{r + R_3}$

- Générateur de Norton:
 - Détermination de R_N :

$$R_N = R_{Th} = \frac{r \cdot R_3}{r + R_3}$$

- Détermination de i_N : (Fig.3.31)

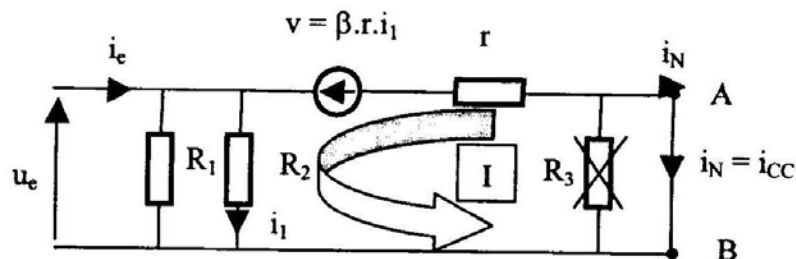


Fig.3.31

Maille I: $\beta \cdot r \cdot i_1 - R_2 \cdot i_1 + r \cdot i_N = 0$

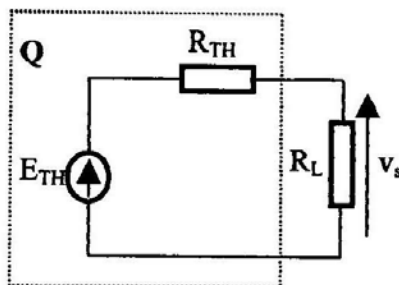
Sachant que $u_e = R_2 \cdot i_1 \Leftrightarrow i_1 = \frac{u_e}{R_2}$

On aura : $i_N = \frac{R_2 - \beta \cdot r}{r} i_1 = \frac{R_2 - \beta \cdot r}{r} \cdot \frac{u_e}{R_2}$

D'où $i_N = \frac{R_2 - \beta \cdot r}{r \cdot R_2} u_e$

On vérifie bien que : $R_{TH} = \frac{E_{TH}}{i_N}$

En remplaçant le quadripôle par son générateur de Thévenin équivalent on obtient le schéma suivant :



D'où : $A_v = \frac{v_s}{E_{TH}} = \frac{R_L}{R_{TH} + R_L} = \frac{R_L(r + R_3)}{rR_3 + R_L(r + R_3)}$

Exercice 2

1. D'après l'équation matricielle, on peut écrire :

$$\begin{cases} v_1 = a.v_2 - b.i_2 \\ i_1 = c.v_2 - d.i_2 \end{cases}$$

• $a = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)_{i_2=0}$: Gain en tension inverse ; sortie en circuit ouvert

(la fonction de transfert inverse en tension à vide).

• $b = \left(\frac{-v_1}{i_2} \right)_{v_2=0}$: Trans-impédance d'entrée; sortie en court-circuit.

• $c = \left(\frac{i_1}{v_2} \right)_{i_2=0}$: Trans-admittance d'entrée; sortie en circuit ouvert.

• $d = \left(\frac{-i_1}{i_2} \right)_{v_2=0}$: Gain en courant inverse; sortie en court-circuit.

2. La matrice de transfert du quadripôle équivalent est le produit des deux matrices (Fig.3.32).

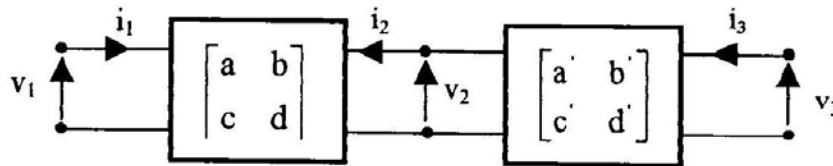


Fig.3.32

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{bmatrix}$$

En effet :

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_3 \\ -i_3 \end{pmatrix}$$

3. a-

- Quadripôle Q_1 (Fig.3.33)

$$\begin{cases} v_{e1} = v_{e2} - R_1 i_2 \\ i_1 = -i_2 \end{cases} \Rightarrow T_1 = \begin{pmatrix} 1 & R_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

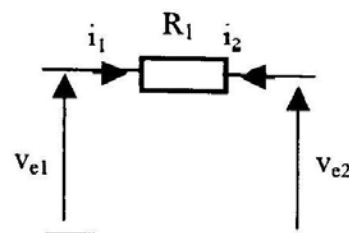


Fig.3.33

- Quadripôle Q_2 (Fig.3.34)

$$\begin{cases} v_{e1} = v_{e2} \\ i_1 = \frac{v_{e2}}{R_2} - i_2 \end{cases} \Rightarrow T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_2} & 1 \end{pmatrix}$$

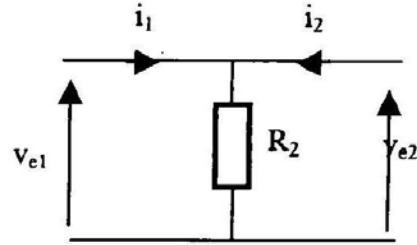


Fig.3.34

- b- Quadripôle en T (Fig.3.35)

$$T = T_1 \cdot T_2 \cdot T_1$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & R_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & R_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 + \frac{R_1}{R_2} & 2R_1 + \frac{R_1^2}{R_2} \\ \frac{1}{R_2} & 1 + \frac{R_1}{R_2} \end{pmatrix}$$

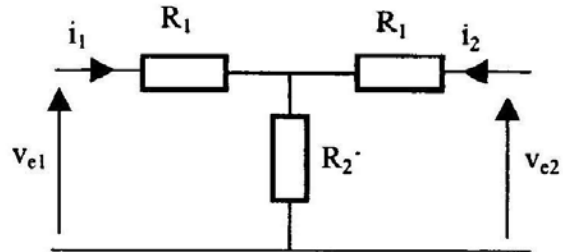


Fig.3.35

4. Impédance itérative:

L'impédance itérative est l'impédance qui placée à la sortie du quadripôle est égale à son impédance d'entrée (Fig.3.36).

$$Z_e = \frac{v_{e1}}{i_1} = Z_{kT}$$

$$Z_e = R_1 + R_2 \parallel (R_1 + Z_{kT})$$

$$Z_e = R_1 + \frac{R_2 (R_1 + Z_{kT})}{R_2 + (R_1 + Z_{kT})}$$

Cherchons Z_{kT} tel que $Z_e = Z_{kT}$

$$Z_{kT} = R_1 + \frac{R_2 (R_1 + Z_{kT})}{R_2 + (R_1 + Z_{kT})}$$

$$\text{Soit : } Z_{kT} = \sqrt{2R_1 R_2 + R_1^2}$$

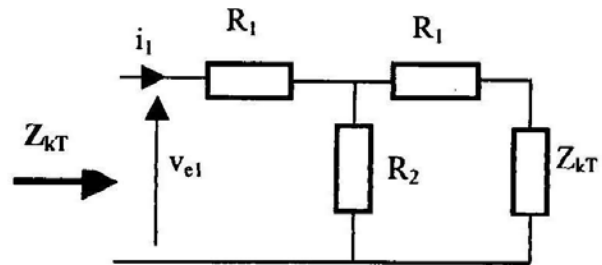


Fig.3.36

Exercice 3

1. Détermination des paramètres hybrides :

$$\begin{cases} v_e = h_{11}i_e + h_{12}v_s \\ i_s = h_{21}i_e + h_{22}v_s \end{cases}$$

a) D'où $h_{11} = \left(\frac{V_e}{i_e} \right)_{V_S=0}$

Le circuit équivalent est (Fig.3.37):

$$h_{11} = R_1$$

b) $h_{12} = \left(\frac{V_e}{V_S} \right)_{i_e=0}$ (Fig.3.38)

R_1 n'est pas traversée par un courant.

$$V_e = \alpha V_S$$

$$\alpha = \frac{V_e}{V_S} = h_{12}$$

c) $h_{21} = \left(\frac{i_s}{i_e} \right)_{i_e=0}$ (Fig.3.39)

$$\beta i_e = i_s \Leftrightarrow \frac{i_s}{i_e} = \beta = h_{21}$$

d) $h_{22} = \left(\frac{i_s}{V_S} \right)_{i_e=0} = \frac{1}{R_2}$

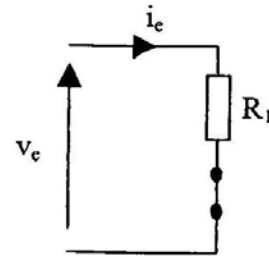


Fig.3.37

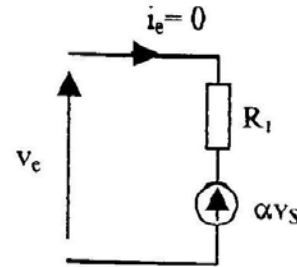


Fig.3.38

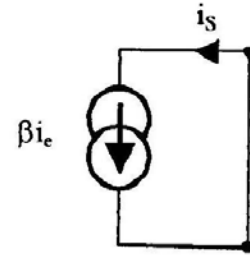


Fig.3.39

2. Interprétation :

- i) h_{11} : Impédance d'entrée lorsque la sortie est court-circuitée.
- ii) h_{21} : Gain en courant, sortie en court-circuit.
- iii) h_{12} : Gain inverse en tension, entrée ouverte.
- iv) h_{22} : Admittance de sortie, entrée ouverte.

Exercice 4

1. Soit les quadripôles Q_0 , Q_1 et Q_2 suivants: (représentés respectivement sur les figures : 3.40, 3.41 et 3.42)

On peut écrire pour Q_0 :

$$\begin{cases} V_1 = -\frac{V_2}{m} \\ I_1 = -m I_2 \end{cases} \Rightarrow T_{Q_0} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{m} & 0 \\ 0 & -m \end{pmatrix}$$

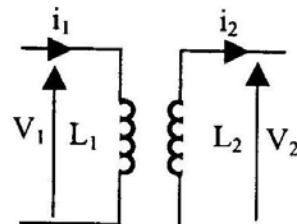


Fig.3.40

De même pour Q_1 : (Fig.3.41)

$$\begin{cases} \underline{V}_e = \underline{V}_1 \\ \underline{I}_e = \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_0} + \underline{I}_1 \end{cases} \Rightarrow T_{Q_1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\underline{Z}_0} & 1 \end{pmatrix}$$

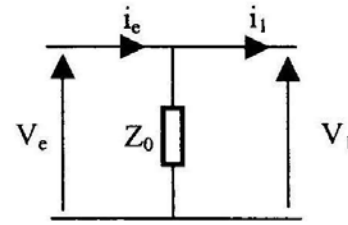


Fig.3.41

Et enfin pour Q_2 : (Fig.3.42)

$$\begin{cases} \underline{V}_2 = \underline{V}_s - \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_s \\ \underline{I}_2 = -\underline{I}_s \end{cases} \Rightarrow T_{Q_2} = \begin{pmatrix} 1 & \underline{Z}_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

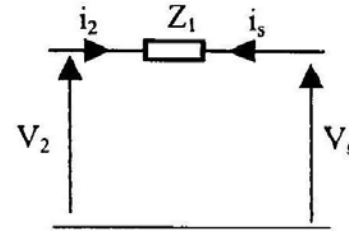


Fig.3.42

D'où la matrice de transfert du quadripôle de la Fig.3.23 sera:

$$T = T_{Q_0} \cdot T_{Q_1} \cdot T_{Q_2}$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\underline{Z}_0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{m} & 0 \\ 0 & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \underline{Z}_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} -\frac{1}{m} & -\frac{\underline{Z}_1}{m} \\ -\frac{1}{m \cdot \underline{Z}_0} & -m - \frac{\underline{Z}_1}{m \cdot \underline{Z}_0} \end{pmatrix}$$

2. Les équations générales seront:

$$\begin{cases} \underline{V}_e = -\frac{1}{m} \cdot \underline{V}_s + \frac{\underline{Z}_1}{m} \cdot \underline{I}_s \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\begin{cases} \underline{I}_e = \frac{-1}{m \cdot \underline{Z}_0} \cdot \underline{V}_s + \left(m + \frac{\underline{Z}_1}{m \cdot \underline{Z}_0} \right) \underline{I}_s \end{cases} \quad (3.2)$$

De l'équation (3.1), on peut écrire:

$$\underline{V}_s = m \cdot \underline{V}_e - \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_s$$

Remplaçant \underline{V}_s par son expression dans l'équation (3.2):

$$\underline{I}_e = \frac{-1}{m \underline{Z}_0} \left(-m \cdot \underline{V}_e + \underline{Z}_1 \underline{I}_s \right) + \left(m + \frac{\underline{Z}_1}{m \underline{Z}_0} \right) \underline{I}_s$$

$$\text{d'où :} \quad \underline{I}_e = \frac{\underline{V}_e}{\underline{Z}_0} + m \underline{I}_s$$

3. Conclusion:

$\frac{\underline{V}_e}{\underline{Z}_0}$ représente le courant primaire lorsque le secondaire fonctionne

à vide ($\underline{I}_s=0$).

\underline{Z}_1 représente l'impédance de sortie du transformateur que l'on peut déterminer par un essai en court circuit de ce dernier.

Exercice 5

1. Détermination de la matrice \underline{Y} :

$$\begin{cases} \underline{I}_e = \underline{Y}_{11} \underline{V}_e + \underline{Y}_{12} \underline{V}_s \\ \underline{I}_s = \underline{Y}_{21} \underline{V}_e + \underline{Y}_{22} \underline{V}_s \end{cases}$$

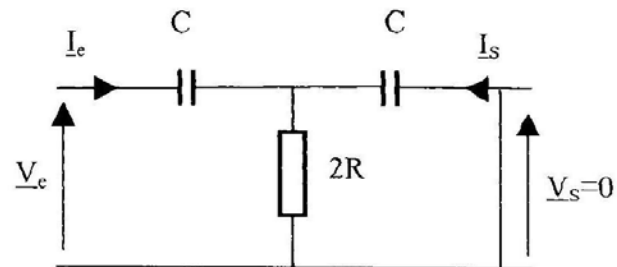


Fig.3.43

$$\bullet \quad \underline{Y}_{11} = \left(\frac{\underline{I}_e}{\underline{V}_e} \right)_{\underline{V}_s=0} \quad (\text{voir Fig.3.43})$$

$$\underline{Y}_{11} = \left(\frac{2R}{1+j2RC\omega} + \frac{1}{jC\omega} \right)^{-1}$$

$$\underline{Y}_{11} = \frac{jC\omega.(1+j2RC\omega)}{1+j4RC\omega}$$

T_1 est un quadripôle symétrique, on peut donc intervertir l'entrée et la sortie, ainsi on peut écrire:

$$\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{22} \quad ; \quad \underline{Y}_{21} = \underline{Y}_{12}$$

Donc

$$\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{22} = \frac{jC\omega.(1+j2RC\omega)}{1+j4RC\omega}$$

$$\bullet \quad \underline{Y}_{21} = \left(\frac{\underline{I}_s}{\underline{V}_e} \right)_{\underline{V}_s=0}$$

$$\underline{V}_e = \left(\frac{1}{jC\omega} + 2R \right) \underline{I}_e + 2R \underline{I}_s \quad (3.3)$$

Utilisons la grande maille, lorsque la sortie est court-circuitée:

$$\underline{V}_e = \frac{1}{jC\omega} (\underline{I}_e - \underline{I}_s) \quad \Leftrightarrow \quad \underline{I}_e = jC\omega \underline{V}_e + \underline{I}_s \quad (3.4)$$

Remplaçons \underline{I}_e de l'équation (3.3) par son expression (3.4):

$$\underline{V}_e = \left(\frac{1}{jC\omega} + 2R \right) (jC\omega \underline{V}_e + \underline{I}_s) + 2R \underline{I}_s$$

$$\text{D'où} \quad \underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21} = \left(\frac{\underline{I}_s}{\underline{V}_e} \right)_{V_s=0} = \frac{2RC^2\omega^2}{1+j4RC\omega}$$

$$\text{Finalement} \quad \underline{Y} = \begin{pmatrix} \frac{jC\omega(1+j2RC\omega)}{1+j4RC\omega} & \frac{2RC^2\omega^2}{1+j4RC\omega} \\ \frac{2RC^2\omega^2}{1+j4RC\omega} & \frac{jC\omega(1+j2RC\omega)}{1+j4RC\omega} \end{pmatrix}$$

2. Détermination de la matrice \underline{X} :

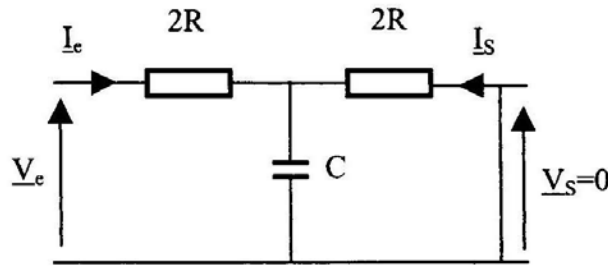


Fig.3.44

$$\text{Ou bien} \quad \underline{Y} = \frac{1}{1+j4RC\omega} \begin{pmatrix} jC\omega(1+j2RC\omega) & 2RC^2\omega^2 \\ 2RC^2\omega^2 & jC\omega(1+j2RC\omega) \end{pmatrix}$$

$$\bullet \quad \underline{X}_{11} = \left(\frac{\underline{I}_e}{\underline{V}_e} \right)_{V_s=0} \quad (\text{voir Fig.3.44})$$

$$\underline{X}_{11} = \left(2R + \frac{\frac{2R}{jC\omega}}{2R + \frac{1}{jC\omega}} \right)^{-1}$$

$$\text{D'où} \quad \underline{X}_{11} = \underline{X}_{22} = \frac{1+j2RC\omega}{4R(1+jRC\omega)}$$

- $\underline{X}_{12} = \left(\frac{\underline{I}_e}{\underline{V}_s} \right)_{\underline{V}_e=0}$ (voir Fig.3.45)

$$\underline{V}_s = 2R \cdot (\underline{I}_s - \underline{I}_e) \quad (3.5)$$

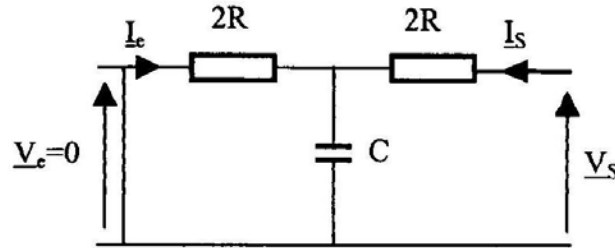


Fig.3.45

En appliquant la règle du diviseur de courant, on aura:

$$\underline{I}_e = \frac{\frac{1}{jC\omega}(-\underline{I}_s)}{2R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{-\underline{I}_s}{1 + j2RC\omega}$$

D'où $\underline{I}_s = -\underline{I}_e(1 + j2RC\omega)$ (3.6)

Remplaçons \underline{I}_s de l'équation (3.5) par son expression (3.6):

$$\underline{V}_s = -4R \cdot (1 + jRC\omega) \underline{I}_e$$

D'où $\underline{X}_{12} = \underline{X}_{21} = \frac{-1}{4R \cdot (1 + jRC\omega)}$

Finalement $\underline{X} = \frac{1}{4R \cdot (1 + jRC\omega)} \begin{pmatrix} 1 + j2RC\omega & -1 \\ -1 & 1 + j2RC\omega \end{pmatrix}$

3. Pour déduire \underline{X}_{ij} de \underline{Y}_{ij} , il suffit de remplacer dans \underline{Y}_{ij} , $\left(\frac{1}{jC\omega} \right)$ par $2R$ et vice versa.

Vérification:

On a :

- $\underline{Y}_{11} = \frac{jC\omega \cdot (1 + j2RC\omega)}{1 + j4RC\omega}$

Soit \underline{A} la valeur de \underline{Y}_{11} en réalisant la permutation indiquée ci-dessus.

$$\underline{A} = \frac{(2R)^{-1} [1 + (jC\omega)^{-1}(2R)^{-1}]}{1 + 2(jC\omega)^{-1}(2R)^{-1}} = \frac{1 + j2RC\omega}{4R(1 + jRC\omega)} = \underline{X}_{11} = \underline{X}_{22}$$

$$\bullet \quad \underline{Y}_{12} = \frac{(2RC_2\omega_2)}{1 + j4RC\omega} = \frac{-2R(jC\omega)(jC\omega)}{1 + j4RC\omega}$$

Soit \underline{B} la valeur de \underline{Y}_{12} en réalisant cette même permutation.

$$\underline{B} = \frac{-(jC\omega)^{-1}(2R)^{-1}(2R)^{-1}}{1 + 2(jC\omega)^{-1}(2R)^{-1}} = \frac{-1}{4R(1 + jRC\omega)} = \underline{X}_{12} = \underline{X}_{21}$$

4. Les conséquences de la symétrie de T_1 et T_2 sont que:

$$\begin{cases} \underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21} \\ \underline{X}_{12} = \underline{X}_{21} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{22} \\ \underline{X}_{11} = \underline{X}_{22} \end{cases}$$

Exercice 6

1.

a. La fonction de transfert du quadripôle Q, d'après la Fig.3.46, sera en appliquant la règle du diviseur de tension :

$$\underline{u}_2 = \frac{\underline{Z}_C}{R + \underline{Z}_C} \underline{u}_1 \quad \text{avec} \quad \underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$$

$$\text{Par suite} \quad \underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_1} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

$$\text{D'où} \quad \underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} \quad \text{avec} \quad \omega_c = \frac{1}{RC}$$

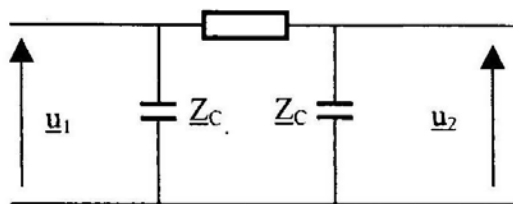


Fig.3.46

b. Le traçage du diagramme de Bode est comme suit:

- En module: (Fig.3.47)

- $\omega \ll \omega_c$:

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log 1 = 0$$

Donc pour $\omega \ll \omega_c$ la courbe du module admet comme asymptote horizontale l'axe '0 dB'.

- $\omega = \omega_c$:

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log 1 + 20 \log \sqrt{2} = -3dB$$

- $\omega \gg \omega_c$:

$$|H(j\omega)|_{dB} = -20 \log \omega$$

Donc pour $\omega \gg \omega_c$ la courbe du module admet une asymptote oblique, la droite de pente -20dB / Décade et passant par le point $(\omega_c, 0)$.

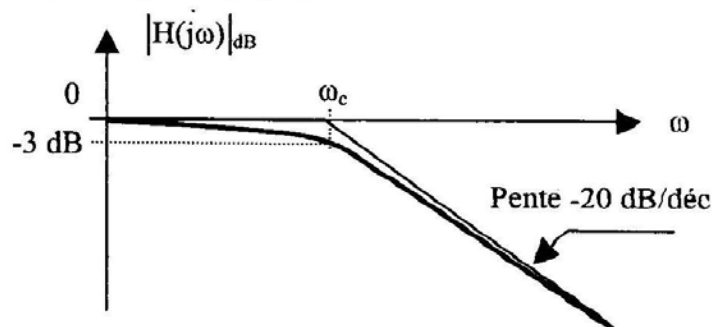


Fig.3.47

- En phase: (Fig.3.48)

$$\text{Arg}[H(j\omega)] = -\text{Arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$

- $\omega \ll \omega_c$:

$$\text{Arg}[H(j\omega)] = 0$$

Donc pour $\omega \ll \omega_c$ la courbe du module admet une asymptote horizontale au point '0 °'.

- $\omega = \omega_c$:

$$\text{Arg}[H(j\omega)] = -\text{Arc tg } 1 = -\frac{\pi}{4} \quad (-45^\circ)$$

- $\omega \gg \omega_c$:

$$\text{Arg}[H(j\omega)] = -\text{Arc tg } \infty = -\frac{\pi}{2} \quad (-90^\circ)$$

Donc pour $\omega \gg \omega_c$ la courbe du module admet une asymptote horizontale au point $-\frac{\pi}{2}$.

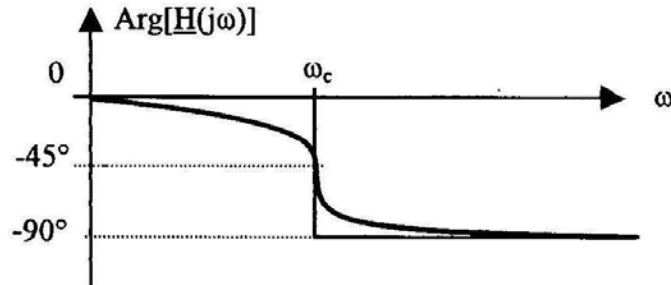


Fig.3.48

c. C'est un filtre passe bas.

2.a. L'impédance d'entrée, en tenant compte de la charge, est:

$$\underline{Z}_e = \underline{Z}_c // [R + (\underline{Z}_c // R)]$$

$$\underline{Z}_e = \frac{1}{jC\omega} \left(R + \frac{R}{1 + jRC\omega} \right)$$

$$\underline{Z}_e = \frac{1}{jC\omega} + R + \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

D'où
$$\underline{Z}_e = \frac{R(2 + jRC\omega)}{1 - R^2C^2\omega^2 + j3RC\omega}$$

2.b. Pour $\omega = \omega_c$, l'impédance d'entrée devient:

$$\underline{Z}_e = \frac{R(2 + jRC \frac{1}{RC})}{1 - R^2C^2 \frac{1}{R^2C^2} + j3RC \frac{1}{RC}} = \frac{R(2 + j)}{3j} = \frac{R}{3} - j\frac{2R}{3}$$

Par identification avec un circuit R_1C_1 série on obtient:

$$R_1 = \frac{R}{3} \quad \text{et} \quad C_1 = \frac{3C}{2} \quad \text{A.N: } R_1 = 10 \text{ k}\Omega ; C_1 = 15 \text{ nF}$$

2.c. L'impédance de sortie est celle vue des bornes A et B (entrée en court-circuit): (Fig3.49)

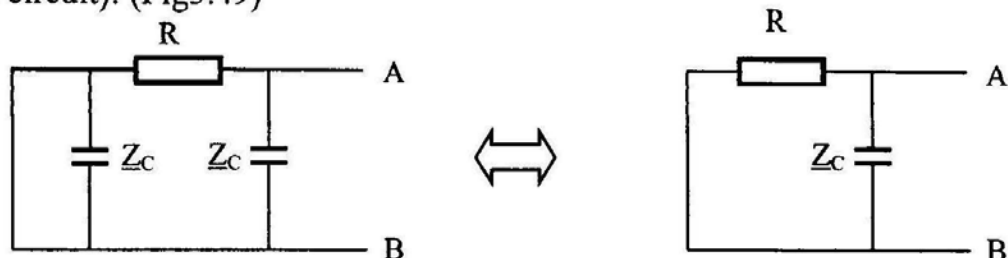


Fig.3.49

Donc $\underline{Z}_s = \underline{Z}_c // R$

$$\text{D'où } \underline{Z}_s = \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

$$3.a. P_1 = \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* \right)$$

Sachant que $\underline{U}_1 = U_1 \cdot e^{j\omega_c t}$

$\underline{Z}_c = Z_c \cdot e^{j\varphi}$ avec $\operatorname{tg}\varphi = -2$ d'après l'équation (3.7).

$$\text{Par suite } \underline{I}_1^* = \frac{U_1}{Z_c} \cdot e^{-j(\omega_c t - \varphi)}$$

$$\text{d'où } P_1 = \frac{1}{2} \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* = \frac{U_1^2}{2Z_c} \cdot e^{j\varphi}$$

$$\text{par suite } P_1 = \frac{U_1^2}{2Z_c} \cdot \cos\varphi \quad \text{avec } Z_c = \frac{R}{3}\sqrt{5}$$

$$\text{et } \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Finalement } P_1 = \frac{U_1^2}{2 \cdot \frac{R}{3}\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{3}{10} \frac{U_1^2}{R}$$

$$3.b. P_2 = \operatorname{Re} \left(-\frac{1}{2} \underline{U}_2 \underline{I}_2^* \right) = \left(\frac{1}{2} R \underline{I}_2 \underline{I}_2^* \right) = \left(\frac{1}{2} R |\underline{I}_2|^2 \right) \quad \text{or pour } \omega = \omega_c \text{ on a :}$$

$$\underline{I}_2 = -H(j\omega_c) \underline{U}_1 \frac{1}{R + \underline{Z}_s(\omega_c)} = -\frac{1}{R} \frac{1}{1+j} \underline{U}_1 \frac{1}{2+j} \quad \text{d'où :}$$

$$|\underline{I}_2|^2 = \frac{U_1^2}{10 \cdot R} \Rightarrow P_2 = \frac{U_1^2}{10R}$$

On remarque que $P_1 > P_2$ la différence est dissipée par effet Joule dans la résistance R qui relie l'entrée à la sortie.

Exercice 7

1. En appliquant la règle du diviseur de tension (Fig.3.26), on obtient:

$$\underline{v}_s = \frac{\underline{Z} \cdot \underline{v}_e}{\underline{Z} + jL\omega} \quad \text{avec } \underline{Z} = R // \underline{Z}_C = \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

$$\text{Donc } \underline{v}_s = \frac{\frac{R}{1+jRC\omega} \cdot \underline{v}_e}{\frac{R}{1+jRC\omega} + jL\omega} = \frac{R \cdot \underline{v}_e}{R + jL\omega(1+jRC\omega)}$$

$$\text{D'où } \underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + j\frac{L}{R}\omega}$$

2. Cherchant le module de $\underline{H}(j\omega)$:

$$|\underline{H}(j\omega)|^2 = \frac{1}{(1 - LC\omega^2)^2 + \left(\frac{L}{R}\omega\right)^2} = \frac{1}{1 + L^2C^2\omega^4 + \left(\frac{L^2}{R^2} - 2.LC\right).\omega^2}$$

$$|\underline{H}(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + L^2C^2\omega^4} \quad \text{si} \quad \frac{L^2}{R^2} - 2.LC = 0 \Rightarrow L = \frac{R\sqrt{2}}{\omega_0}$$

$$\text{puisque } LC\omega_0^2 = 1 \Leftrightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2} \quad \text{donc} \quad C = \frac{1}{R\omega_0\sqrt{2}}$$

$$\text{Finalement } |\underline{H}(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^4}} \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{Si} \quad \begin{cases} L = \frac{R\sqrt{2}}{\omega_0} \\ C = \frac{1}{R\omega_0\sqrt{2}} \end{cases}$$

Ce cas particulier permet d'obtenir une atténuation d'un facteur 100 du signal d'entrée donc un meilleur filtrage pour $\omega > \omega_0$.

3. Diagramme de Bode en module: (Fig.3.50)

$$|\underline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^4}}} \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$[\underline{H}(j\omega)]_{dB} = 20 \cdot \log |\underline{H}(j\omega)| = -10 \cdot \log \left(1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^4} \right)$$

- $\omega \ll \omega_0$

$[\underline{H}(j\omega)]_{dB} = 0 \rightarrow$ La courbe a pour asymptote horizontale l'axe 0 dB.

- $\omega = \omega_0$

$$[\underline{H}(j\omega)]_{dB} = -3 \text{ dB}$$

- $\omega \gg \omega_0$

$$[\underline{H}(j\omega)]_{dB} = -10 \cdot \log \left(\frac{\omega^4}{\omega_0^4} \right)$$

➤ En posant $y = [\underline{H}(j\omega)]_{dB}$ et $x = \log \omega$, la courbe du module suivra la direction asymptotique régie par l'équation: $y = -40x + 40 \cdot \log \omega_0$. Cette dernière passe par le point d'abscisse à l'origine $\omega = \omega_0$.

➤ Pour $\omega = 10\omega_0$:

$$[\underline{H}(j\omega)]_{dB} = -10 \cdot \log \left(\frac{10^4 \omega_0^4}{\omega_0^4} \right) = -40 \text{ dB}$$

La pente de l'asymptote oblique est de -40 dB / déc.

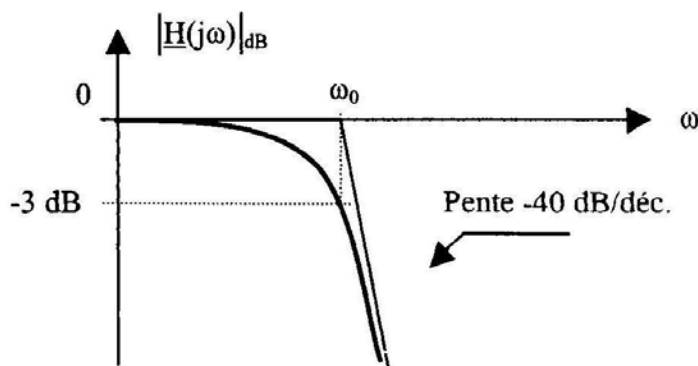


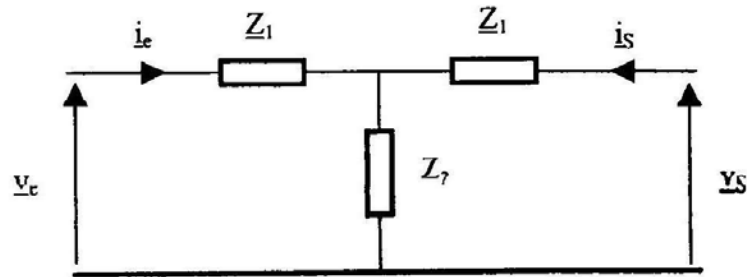
Fig.3.50

Exercice 8

1. Le quadripôle de la Fig.3.13, peut être remplacé par la Fig.3.51 avec :

$$\underline{Z}_1 = R_1 // \underline{Z}_{C1} \text{ et } \underline{Z}_2 = R_2 // \underline{Z}_{C2}$$

$$\begin{cases} \underline{v}_e = \underline{Z}_{11} \underline{i}_e + \underline{Z}_{12} \underline{i}_s \\ \underline{v}_s = \underline{Z}_{21} \underline{i}_e + \underline{Z}_{22} \underline{i}_s \end{cases}$$

**Fig.3.51**

$$\bullet \quad \underline{Z}_{11} = \left(\frac{\underline{v}_e}{\underline{i}_e} \right)_{\underline{i}_s=0} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$$

$$\bullet \quad \underline{Z}_{12} = \left(\frac{\underline{v}_e}{\underline{i}_s} \right)_{\underline{i}_e=0} = \underline{Z}_2$$

$$\bullet \quad \underline{Z}_{21} = \left(\frac{\underline{v}_s}{\underline{i}_e} \right)_{\underline{i}_s=0} = \underline{Z}_2$$

$$\bullet \quad \underline{Z}_{22} = \left(\frac{\underline{v}_s}{\underline{i}_s} \right)_{\underline{i}_e=0} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$$

Sachant que la matrice $\underline{Z} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 & \underline{Z}_2 \\ \underline{Z}_2 & \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \end{pmatrix}$ et que :

$$\underline{Z}_1 = R_1 // \underline{Z}_{C1} = \frac{R_1}{1 + jR_1 C_1 \omega}$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 // \underline{Z}_{C2} = \frac{R_2}{1 + jR_2 C_2 \omega}$$

Alors

$$\underline{Z} = \begin{pmatrix} \frac{R_1}{1 + jR_1 C_1 \omega} + \frac{R_2}{1 + jR_2 C_2 \omega} & \frac{R_2}{1 + jR_2 C_2 \omega} \\ \frac{R_2}{1 + jR_2 C_2 \omega} & \frac{R_1}{1 + jR_1 C_1 \omega} + \frac{R_2}{1 + jR_2 C_2 \omega} \end{pmatrix}$$

2.

- Impédance d'entrée (sortie ouverte):

$$\underline{Z}_e = \left(\frac{\underline{V}_e}{\underline{I}_e} \right)_{\underline{I}_s=0} = \underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$$

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{R}_1}{1 + j\underline{R}_1 \underline{C}_1 \omega} + \frac{\underline{R}_2}{1 + j\underline{R}_2 \underline{C}_2 \omega}$$

- Impédance de sortie (puisque le générateur de tension est parfait) :

$$\underline{Z}_s = \left(\frac{\underline{V}_s}{\underline{I}_s} \right)_{\underline{V}_e=0} = \underline{Z}_1 + (\underline{Z}_1 // \underline{Z}_2)$$

$$\underline{Z}_s = \frac{\underline{R}_1}{1 + j\underline{R}_1 \underline{C}_1 \omega} + \frac{\underline{R}_1 \underline{R}_2}{\underline{R}_1 + \underline{R}_2 + j\underline{R}_1 \underline{R}_2 (\underline{C}_1 + \underline{C}_2) \omega}$$

3. Le montage n'est pas chargé, donc il sera équivalent à celui de la Fig.3.52 du point de vu du gain en tension.

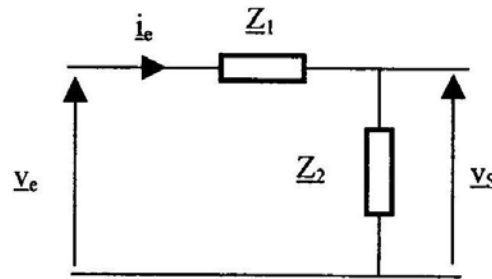


Fig.3.52

En appliquant la règle du diviseur de tension, on obtient :

$$\underline{V}_s = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \underline{V}_e$$

$$\underline{Z}_1 = \underline{R}_1 // \underline{Z}_{C1} = \frac{\underline{R}_1}{1 + j\underline{R}_1 \underline{C}_1 \omega}$$

Avec

$$\underline{Z}_2 = \underline{R}_2 // \underline{Z}_{C2} = \frac{\underline{R}_2}{1 + j\underline{R}_2 \underline{C}_2 \omega}$$

$$\text{D'où } \underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{R}_2 + j\underline{R}_1 \underline{R}_2 \underline{C}_1 \omega}{\underline{R}_1 + \underline{R}_2 + j\underline{R}_1 \underline{R}_2 (\underline{C}_1 + \underline{C}_2) \omega}$$

Finalement

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + jR_1 C_1 \omega}{1 + j \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (C_1 + C_2) \omega}$$

En posant

$$k = \frac{R_2}{R_1 + R_2}; \quad \omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1} \quad \text{et} \quad \omega_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 (C_1 + C_2)}$$

$\underline{H}(j\omega)$ se mettra sous la forme suivante:

$$\underline{H}(j\omega) = k \cdot \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_2}} = \underline{H}_0(j\omega) \cdot \frac{\underline{H}_1(j\omega)}{\underline{H}_2(j\omega)} \quad (3.8)$$

avec $\underline{H}_0(j\omega) = k$; $\underline{H}_1(j\omega) = 1 + j \frac{\omega}{\omega_1}$ et $\underline{H}_2(j\omega) = 1 + j \frac{\omega}{\omega_2}$

sachant que $k < 1$ et supposons que $\omega_2 < \omega_1$

4. Diagramme de Bode:

- En module

$$|\underline{H}(j\omega)| = |\underline{H}_0(j\omega)| \cdot \frac{|\underline{H}_1(j\omega)|}{|\underline{H}_2(j\omega)|} = k \cdot \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}}$$

$$|\underline{H}(j\omega)|_{\text{dB}} = |\underline{H}_0(j\omega)|_{\text{dB}} + |\underline{H}_1(j\omega)|_{\text{dB}} - |\underline{H}_2(j\omega)|_{\text{dB}}$$

$$|\underline{H}(j\omega)|_{\text{dB}} = 20 \log k + 10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 \right] - 10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)^2 \right]$$

➤ Diagramme asymptotique: (Fig.3.53)

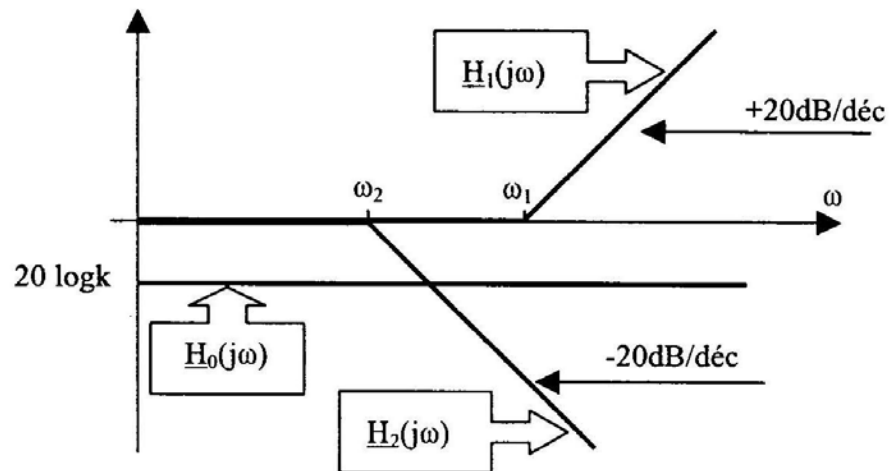


Fig.3.53

➤ Allure de $[\underline{H}(j\omega)]_{dB}$: (Fig.3.54)

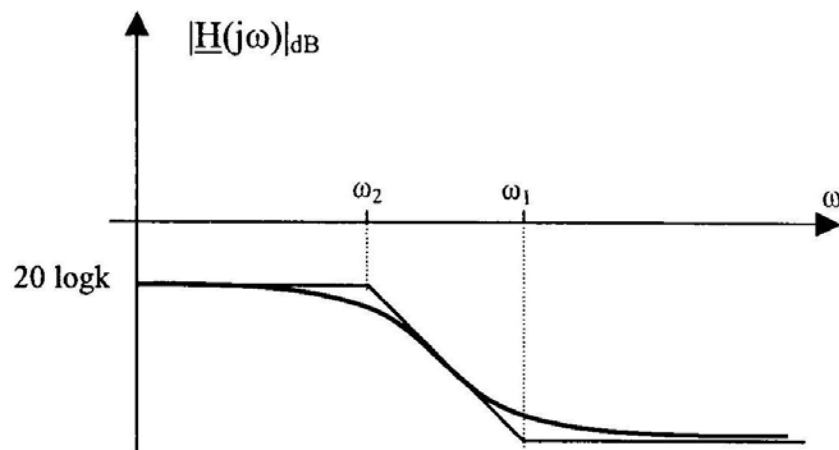


Fig.3.54

- En phase:

D'après l'équation (3.8), on peut écrire:

$$\text{Arg}[\underline{H}(j\omega)] = \text{Arg}[\underline{H}_0(j\omega)] + \text{Arg}[\underline{H}_1(j\omega)] - \text{Arg}[\underline{H}_2(j\omega)]$$

Par suite :

$$\text{Arg}[\underline{H}(j\omega)] = \text{Arc tg}\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right) - \text{Arc tg}\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)$$

➤ Diagramme asymptotique: (Fig.3.55)

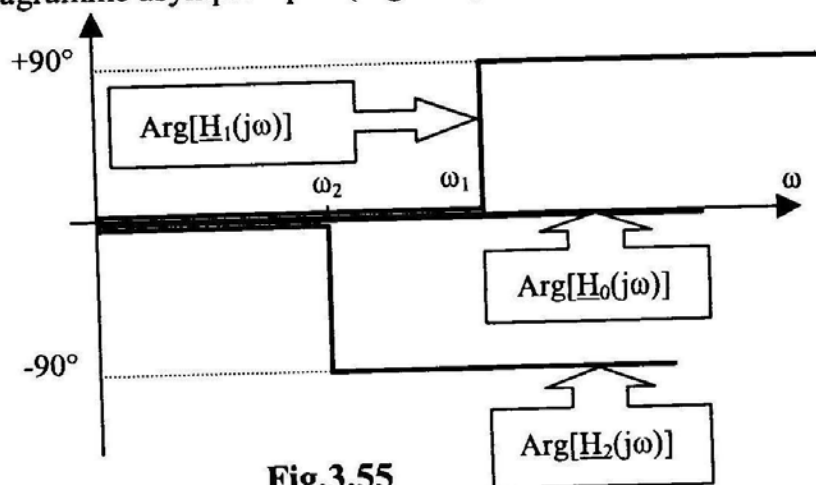


Fig.3.55

➤ Allure de $\text{Arg}[H(j\omega)]$: (Fig.3.56)

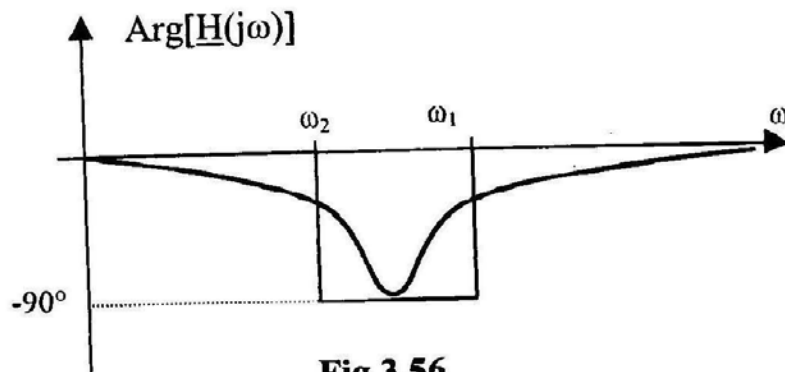


Fig.3.56

Exercice 9

La fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$, peut se mettre sous la forme suivante:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{\underline{H}_1(j\omega)\underline{H}_2(j\omega)} \quad \text{avec} \quad \underline{H}_1(j\omega) = 1 + j\frac{\omega}{\omega_1};$$

$$\underline{H}_2(j\omega) = 1 + j\frac{\omega}{\omega_2} \quad \text{et} \quad \omega_1 < \omega_2$$

- En module

$$|\underline{H}(j\omega)|_{\text{dB}} = -|\underline{H}_1(j\omega)|_{\text{dB}} - |\underline{H}_2(j\omega)|_{\text{dB}}$$

$$|\underline{H}(j\omega)|_{\text{dB}} = -10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 \right] - 10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)^2 \right]$$

➤ Diagramme asymptotique: (Fig.3.57)

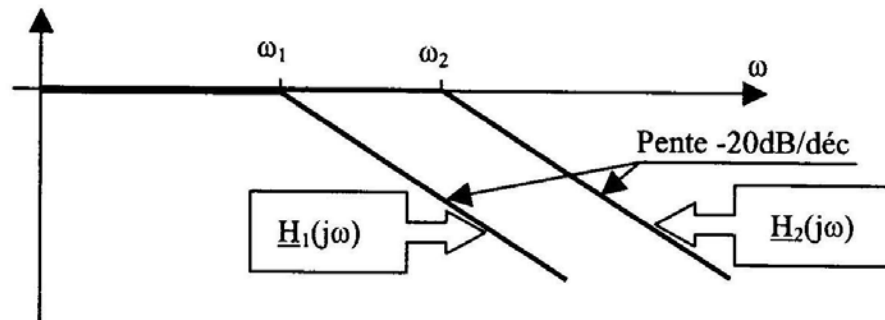


Fig.3.57

➤ Allure de $|\underline{H}(j\omega)|_{dB}$: (Fig.3.58)

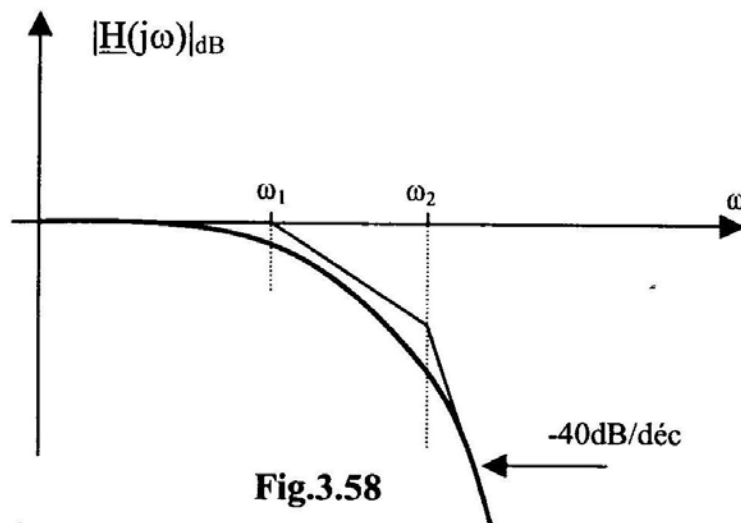


Fig.3.58

- En phase:

$$\text{Arg}[\underline{H}(j\omega)] = -\text{Arg}[\underline{H}_1(j\omega)] - \text{Arg}[\underline{H}_2(j\omega)]$$
 Par suite :

$$\text{Arg}[\underline{H}(j\omega)] = -\text{Arc tg}\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right) - \text{Arc tg}\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)$$

➤ Diagramme asymptotique: (Fig.3.59)

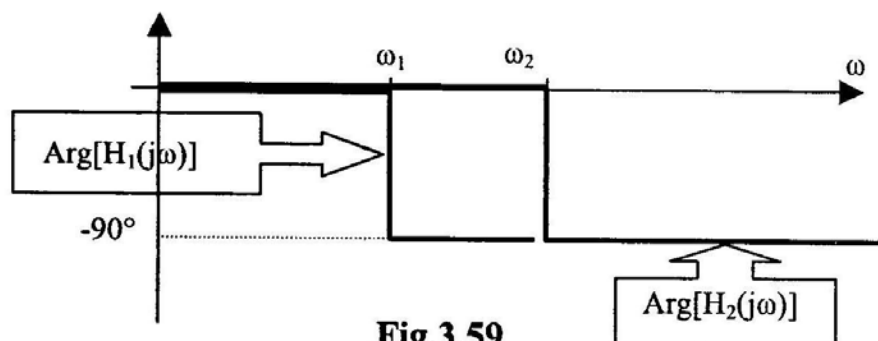


Fig.3.59

➤ Allure de $\text{Arg}[\underline{H}(j\omega)]$: (Fig.3.60)

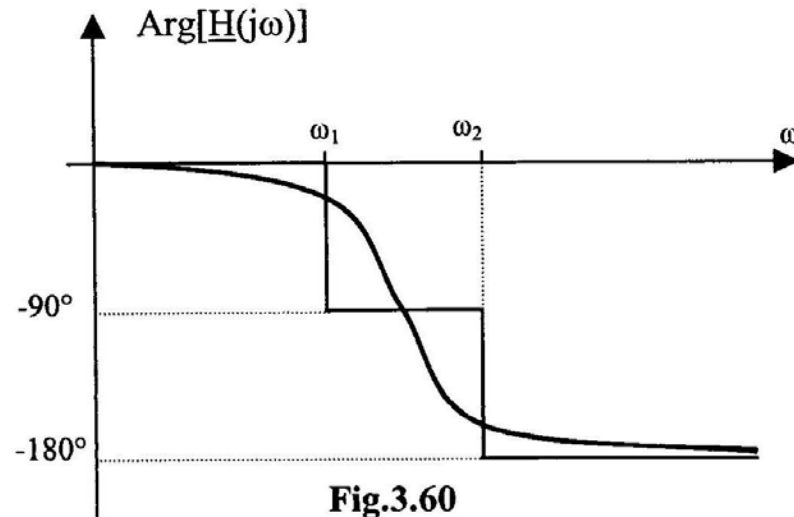


Fig.3.60

Conclusion : c'est la fonction de transfert d'un filtre passe bas du second ordre.

Exercice 10

1. Pour déterminer $\underline{H}(j\omega)$, on pose : (Fig.3.61)

$$\underline{Z} = R // \underline{Z}_C = \frac{R}{1 + jRC\omega} \quad (3.9)$$

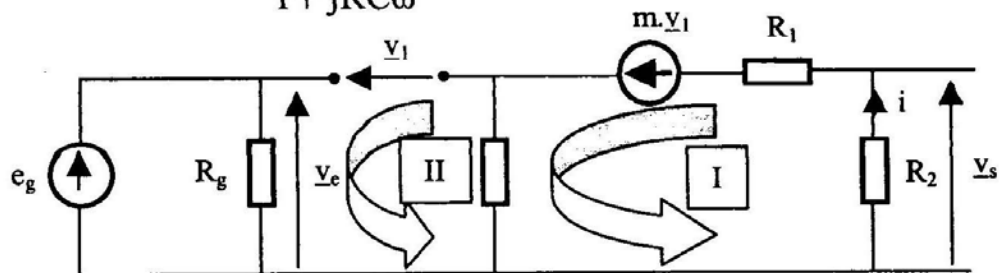


Fig.3.61

La maille I donne:
$$\underline{i} = \frac{m.v_1}{R_1 + R_2 + \underline{Z}}$$

On pose $R_{\text{eq}} = R_1 + R_2$

La maille II donne:

$$\underline{v}_1 = \underline{v}_e - \underline{Z} \cdot \underline{i} = \underline{v}_e - \frac{\underline{Z} \cdot m \cdot \underline{v}_1}{R_{\text{eq}} + \underline{Z}} \quad \text{D'où : } \underline{v}_1 = \frac{(R_{\text{eq}} + \underline{Z}) \underline{v}_e}{R_{\text{eq}} + \underline{Z}(1 + m)} \quad (3.10)$$

A la sortie, on peut écrire:

$$\underline{v}_s = -R_2 \cdot \underline{i} = \frac{-R_2 \cdot m \cdot \underline{v}_1}{R_{\text{eq}} + \underline{Z}}$$

En remplaçant \underline{v}_1 par son expression (3.10), on obtient:

$$\underline{v}_S = \frac{-R_2 \cdot m}{R_{\text{eq}} + \underline{Z}} \cdot \frac{(R_{\text{eq}} + \underline{Z}) \underline{v}_e}{R_{\text{eq}} + \underline{Z}(1+m)}$$

Par suite $\frac{\underline{v}_S}{\underline{v}_e} = \frac{-R_2 \cdot m}{R_{\text{eq}} + \underline{Z}(1+m)}$ (3.11)

En remplaçant \underline{Z} par son expression (3.9), on obtient:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{v}_S}{\underline{v}_e} = \frac{-m \cdot R_2 (1 + jRC\omega)}{R_{\text{eq}} (1 + jRC\omega) + R(1+m)}$$

2. $\underline{H}(j\omega)$ peut s'écrire comme suit:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{-m \cdot R_2}{R_{\text{eq}} + R(1+m)} \frac{1 + jRC\omega}{1 + j \frac{R_{\text{eq}} RC \omega}{R_{\text{eq}} + R(1+m)}} \text{ donc sous la forme:}$$

$$\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_2}} \text{ avec } H_0 = \frac{-m \cdot R_2}{R_{\text{eq}} + R(1+m)}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{RC} \text{ et } \omega_2 = \frac{R_{\text{eq}} + R(1+m)}{R_{\text{eq}} RC}$$

3. Application numérique :

$$|H_0| = 3.83 > 1; \quad \omega_1 = 25 \text{ rad.s}^{-1}; \quad \omega_2 = 42 \text{ rad.s}^{-1}; \quad (\omega_1 < \omega_2)$$

4. Diagramme de Bode :

- En module: (Fig.3.62)

$$|\underline{H}(j\omega)|_{\text{dB}} = 20 \log |H_0| + 10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 \right] - 10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)^2 \right]$$

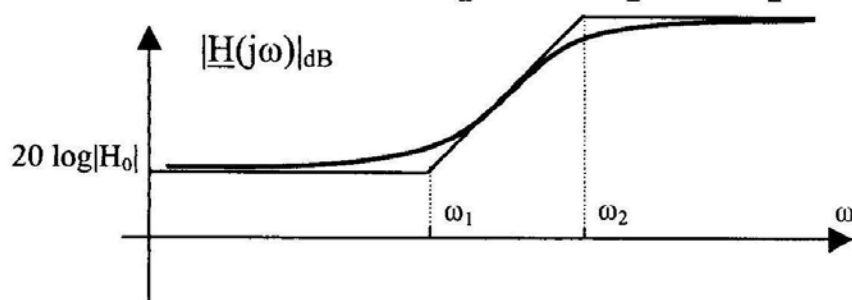


Fig.3.62

- En phase: (Fig.3.63)

$$\text{Arg}[\underline{H}(j\omega)] = \text{Arc tg}\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right) - \text{Arc tg}\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)$$

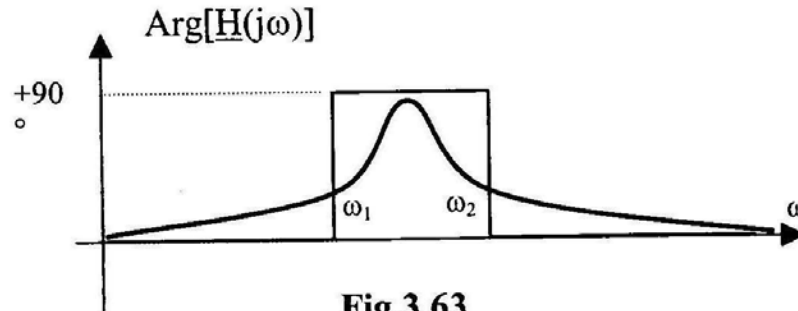


Fig.3.63

5. Impédance de sortie :

- 1^{ère} méthode:

On court-circuite l'entrée et on suppose qu'on a, à la sortie, un

générateur de tension parfait tel que: $\underline{Z}_S = \frac{\underline{V}_S}{\underline{I}_S}$ (Fig.3.64)

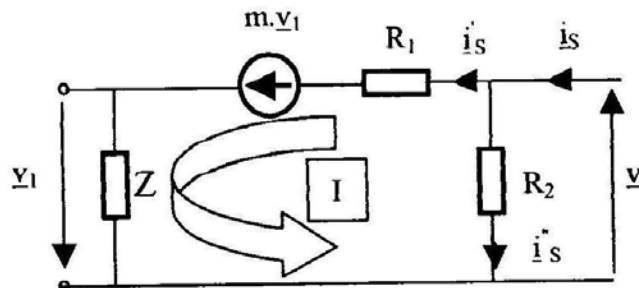


Fig.3.64

$$\underline{v}_1 = -\underline{Z} \cdot \underline{i}_s'; \quad \underline{v}_s = R_2 \cdot \underline{i}_s'' \quad \text{avec } \underline{Z} = R // \underline{Z}_C$$

$$\text{La maille I permet d'écrire: } \underline{v}_s = R_1 \cdot \underline{i}_s' - \underline{v}_1(1+m) \quad (3.12)$$

En remplaçant \underline{v}_1 par sa valeur, l'équation (3.12) devient:

$$\underline{v}_s = [R_1 + \underline{Z}(1+m)] \cdot \underline{i}_s'$$

$$\text{La loi des nœuds permet d'écrire: } \underline{i}_s = \underline{i}_s' + \underline{i}_s'' = \frac{\underline{v}_s}{R_1 + \underline{Z}(1+m)} + \frac{\underline{v}_s}{R_2}$$

$$\text{D'où } \underline{Z}_S = \frac{\underline{v}_s}{\underline{i}_s} = \frac{R_2 [R_1 + \underline{Z}(1+m)]}{R_2 + R_1 + \underline{Z}(1+m)}$$

- 2^{ème} méthode:
 - ❶ Détermination de la tension de sortie à vide \underline{v}_{S0} ;
D'après l'équation (3.11):

$$\underline{v}_{S0} = \frac{-R_2 \cdot m}{R_1 + R_2 + \underline{Z}(1+m)} \cdot \underline{v}_e$$
 - ❷ Détermination du courant de court-circuit \underline{I}_{CC} ; (Fig.3.65)

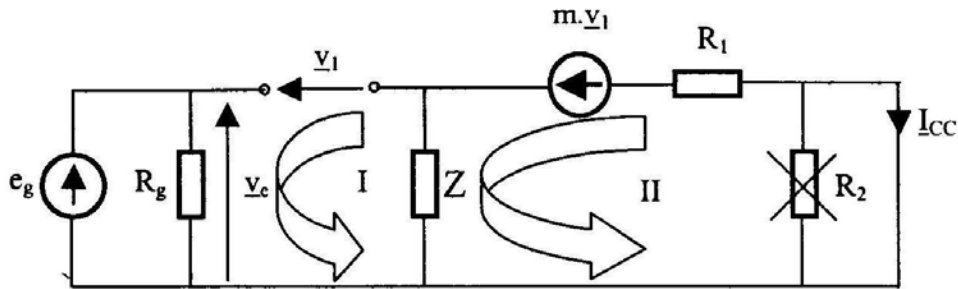


Fig.3.65

Maille I: $\underline{v}_1 = \underline{v}_e + \underline{Z} \cdot \underline{I}_{CC}$ (3.13)

Maille II: $m \cdot \underline{v}_1 = - (R_1 + \underline{Z}) \cdot \underline{I}_{CC} \Leftrightarrow \underline{v}_1 = - \frac{R_1 + \underline{Z}}{m} \underline{I}_{CC}$

Remplaçant \underline{v}_1 par sa valeur dans l'équation (3.13), on obtient:

$$\underline{I}_{CC} = \frac{-m \cdot \underline{v}_e}{R_1 + \underline{Z}(1+m)}$$

- ❸ Par suite l'expression est

$$\underline{Z}_S = \frac{\underline{v}_{S0}}{\underline{I}_{CC}} = \frac{\frac{-R_2 \cdot m}{R_1 + R_2 + \underline{Z}(1+m)} \cdot \underline{v}_e}{\frac{-m \cdot \underline{v}_e}{R_1 + \underline{Z}(1+m)}} = \frac{R_2 \cdot [R_1 + \underline{Z}(1+m)]}{R_2 + R_1 + \underline{Z}(1+m)}$$

CHAPITRE 4

LES CIRCUITS A DIODES

LES CIRCUITS A DIODES (RAPPELS DE COURS)

1. Notion et caractéristiques :

1.1. Définition :

La diode à jonction est constituée par la juxtaposition de deux régions (Fig.4.1) d'un même semi-conducteur (généralement monocristal), l'une dopée de type P (défaut d'électrons) et l'autre de type N (excès d'électrons).

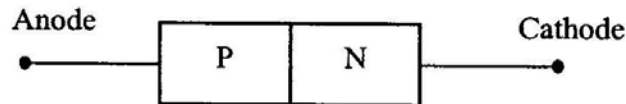


Fig.4.1

Une diode est un dispositif actif et non linéaire, symbolisé par la Fig.4.2 :

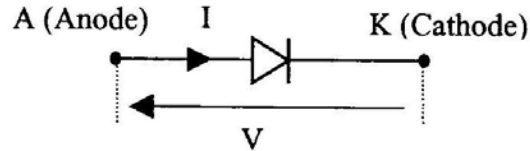


Fig.4.2

Les grandeurs v et i sont liées par la relation suivante :

$$I = I_S \cdot \left(\exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1 \right)$$

où I_S est le courant de saturation, dépend de la température ;

V_T est la tension thermodynamique fonction de la température

($V_T = \frac{K.T}{q}$). K : constante de Boltzmann, q la charge élémentaire et

T la température en Kelvin

1.2. Principe de fonctionnement :

Le principe de fonctionnement de la diode à jonction peut être expliqué en se basant sur la caractéristique courant-tension de la Fig.4.3.

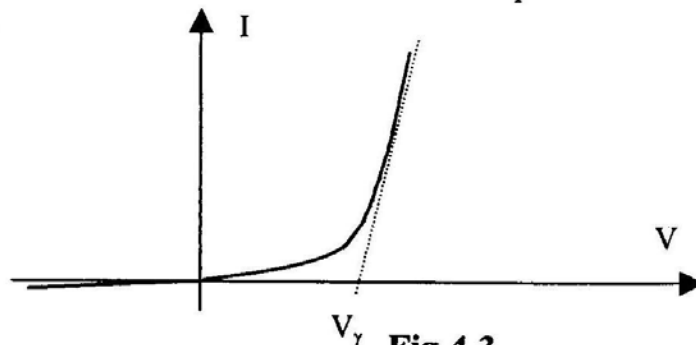


Fig.4.3

Nous remarquons que pour une tension V supérieure à V_γ le courant traversant la diode est non nul, par conséquent la diode est conductrice. Cependant, pour une tension $V < V_\gamma$ le courant traversant la diode est presque nul, donc la diode se comporte comme un circuit ouvert ($Z \rightarrow \infty$). On dit que la diode est bloquée.

V_γ est la tension de seuil de la diode.

2. Modélisation de la diode :

D'après la caractéristique courant-tension nous voyons que la diode est un dipôle non linéaire. Nous savons que les théorèmes généraux sont valables uniquement pour les réseaux électriques linéaires, d'où la nécessité de linéariser la diode.

Cette linéarisation consiste à remplacer la caractéristique exponentielle par une droite de pente $\frac{1}{r}$ pour $V > V_\gamma$ (Fig.4.4).

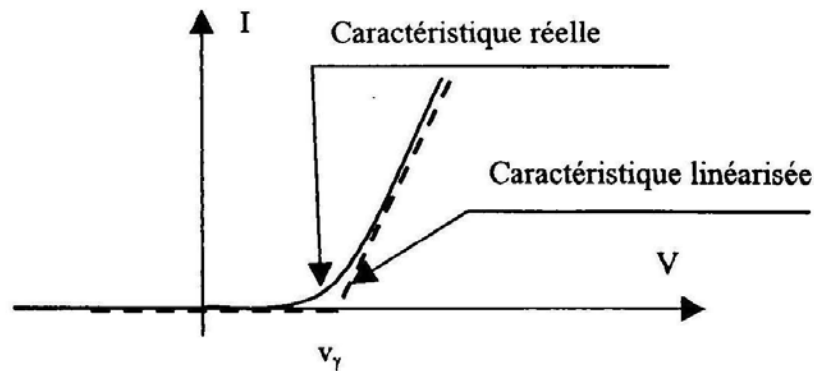


Fig.4.4

Nous pouvons ainsi écrire :

- Si $V \leq V_\gamma \Rightarrow i = 0$ (résistance infinie, modèle interrupteur ouvert).
- Si $V > V_\gamma \Rightarrow V = V_\gamma + r.I$

Cette équation permet d'envisager le circuit électrique équivalent suivant : (Fig.4.5)

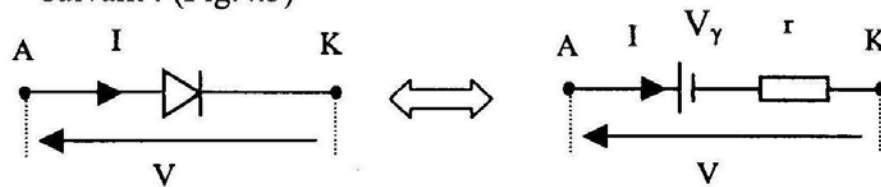


Fig.4.5

$V_\gamma = 0,6$ à $0,7$ V pour une diode au Silicium.

$V_\gamma = 0,3$ V pour une diode au Germanium.

$r = \left(\frac{dV}{dI} \right)_{V > V_\gamma}$: Résistance dynamique en direct, de l'ordre de 10Ω .

3. Point de fonctionnement :

Considérons le circuit de la Fig.4.6.

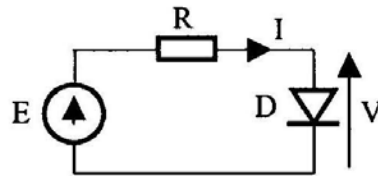


Fig.4.6

La caractéristique $I = f(V)$ de la diode D étant non linéaire, le point de fonctionnement peut être déterminé graphiquement. En traçant sur un même graphique la droite de charge d'équation (1.1)

$$I = \frac{E - V}{R} \quad (1.1)$$

et la caractéristique de la diode

$$I = I_S \left(\exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1 \right) \quad (1.2)$$

le point de fonctionnement est l'intersection des deux courbes (Fig.4.7). Soit en résolvant le système d'équations (1.1) et (1.2) non linéaire, on fait appel alors à des méthodes de résolution numérique ou bien, si la caractéristique de la diode est linéaire, le point de fonctionnement peut être déterminé analytiquement.

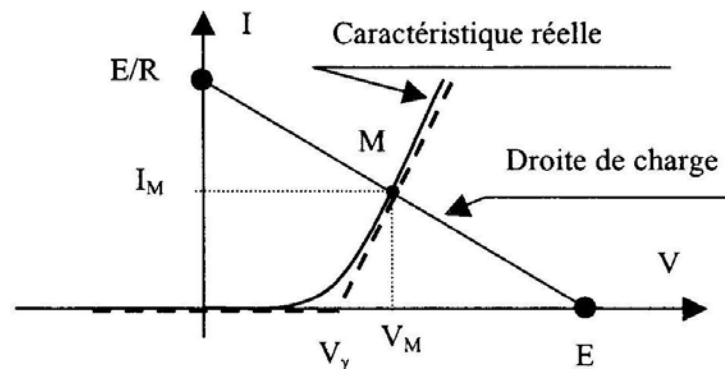


Fig.4.7

Les coordonnées du point de fonctionnement (V_M, I_M) seront déterminées comme suit :

$$V_M = E - R \cdot I_M = V_\gamma + r \cdot I_M \quad \Leftrightarrow \quad I_M = \frac{E - V_\gamma}{R + r}$$

$$\text{Or} \quad V_M = E - R \cdot I_M \quad \Leftrightarrow \quad V_M = \frac{E \cdot r + V_\gamma R}{R + r}$$

4. Diode Zener :

Une diode Zener est un dipôle non linéaire ayant la courbe caractéristique $I = f(V)$ suivante : (Fig.4.8)

$V_Z > 0$: tension Zener de la diode

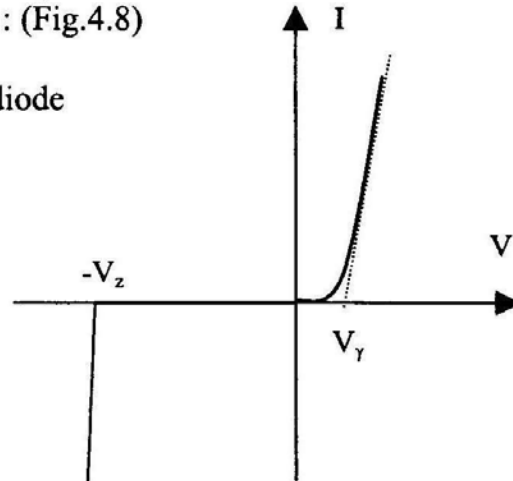


Fig.4.8

- En polarisation directe : la diode Zener se comporte comme une diode à jonction.
- En polarisation inverse : la diode Zener est de nouveau conductrice pour une tension $|V| \geq V_Z$. De plus, quel que soit le courant I , la tension aux bornes de la diode est presque constante, d'où l'intérêt de la diode Zener pour stabiliser une tension.
- Une diode Zener peut être représentée par l'un des symboles suivants : (Fig.4.9)

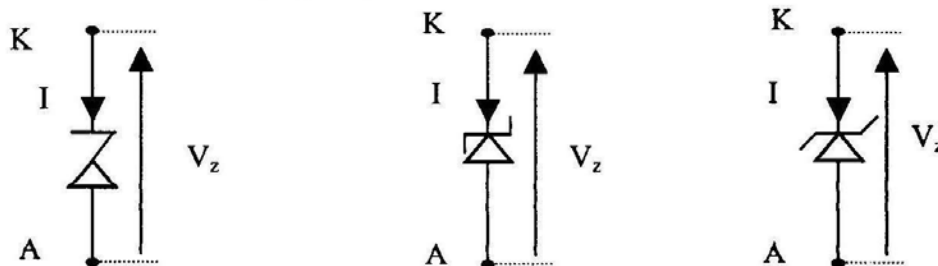


Fig.4.9

- En conduction inverse, la diode Zener peut être modélisée par le circuit suivant : (Fig.4.10)

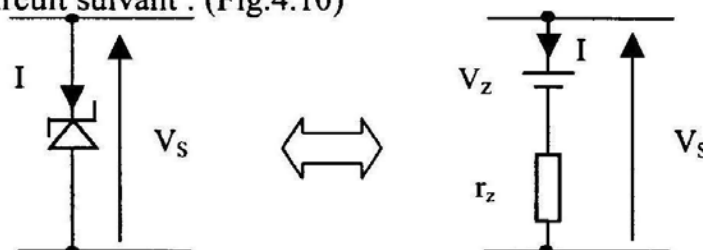


Fig.4.10

r_z : est une résistance très faible.

Pour une tension inférieure à V_z (en valeur absolue), la diode se comporte comme un interrupteur ouvert.

5. Circuits à diodes :

Les diodes (à jonction ou Zener) sont utilisées pour assurer les fonctions suivantes :

- Redressement ;
- Ecrêtage ;
- Stabilisation (diode Zener).

Dans ce chapitre, on présente la fonction de redressement et dans les exercices on traite les autres applications.

Considérons le circuit de la Fig.4.11.

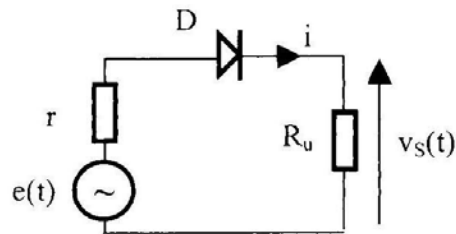


Fig.4.11

$e(t) = E_m \sin \omega t$ et de résistance interne r .

On se propose de déterminer la tension $v_s(t)$. La diode est un élément non linéaire, elle peut être remplacée par son circuit équivalent (pour $i > 0$). Fig.4.12.

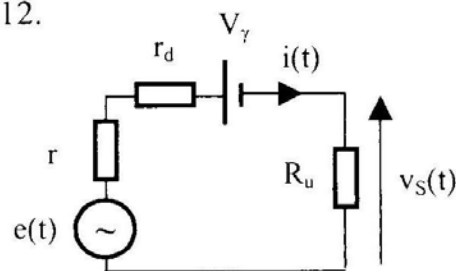


Fig.4.12

$$i(t) = \frac{e(t) - V_\gamma}{r_d + r + R_u}$$

$$\text{D'où } v_s(t) = \frac{R_u}{r_d + r + R_u} (e(t) - V_\gamma)$$

- Pour $e(t) > V_\gamma \Rightarrow v_s(t) > 0$
- Pour $i(t) = 0 \Rightarrow$ la diode est bloquée, elle se comporte comme un circuit ouvert $\Rightarrow v_s(t) = 0$ et $e(t) \leq V_\gamma$.

D'où la représentation suivante : (Fig.4.13)

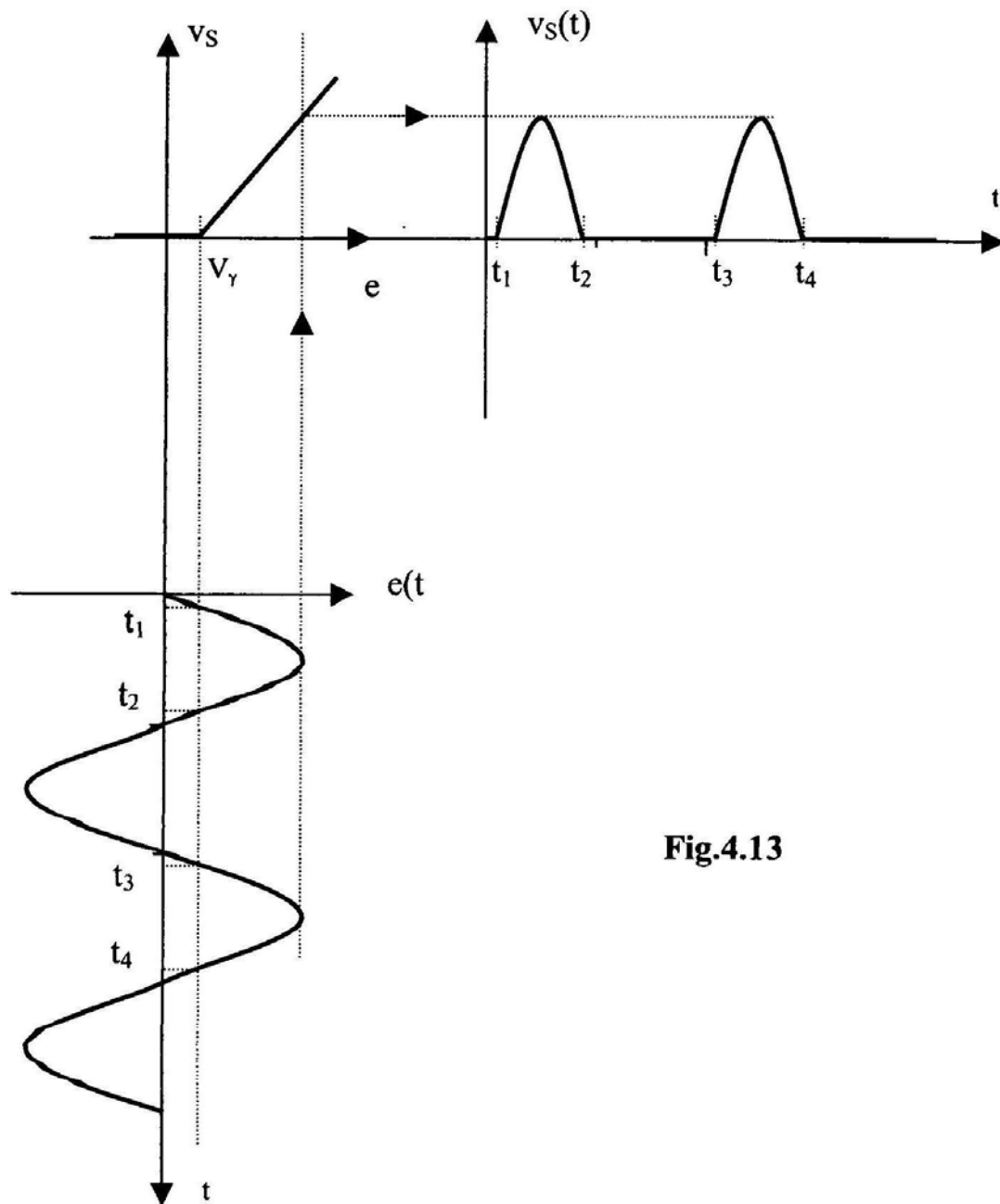


Fig.4.13

C'est le principe d'un circuit de redressement mono alternance.

LES CIRCUITS A DIODES (ENONCES DES EXERCICES)

Exercice 1

On considère la courbe caractéristique $I = f(U_D)$ d'une diode à jonction (Fig.4.14).

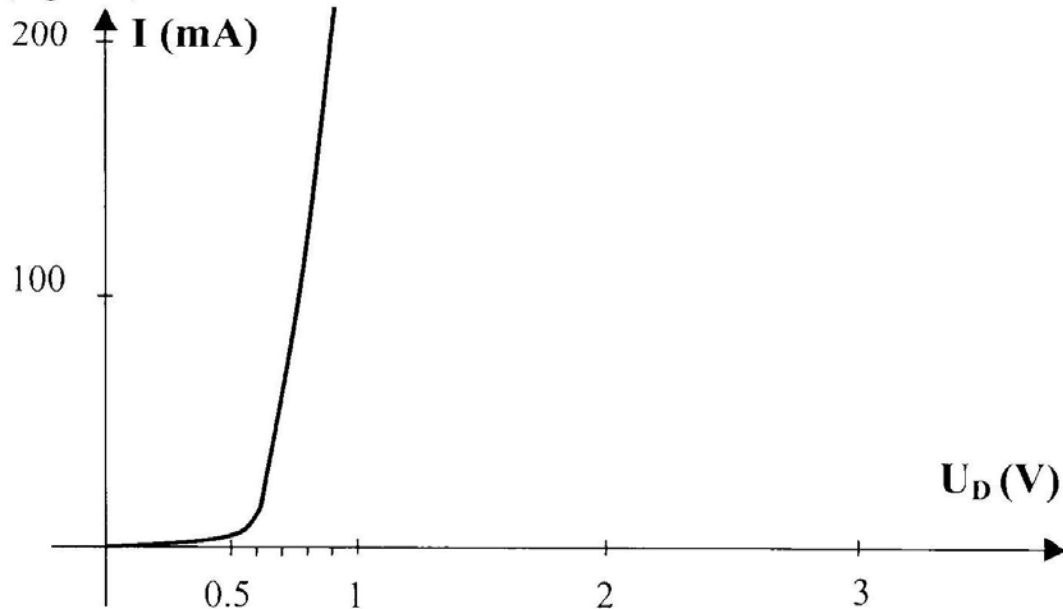


Fig.4.14

1. Déterminer la tension de seuil V_γ de cette diode.
2. Soit un point M appartenant à la courbe caractéristique tel que $I_M = 100 \text{ mA}$, trouver graphiquement la résistance dynamique de la diode en ce point.
3. Etablir l'équation permettant de linéariser la diode.
4. Cette diode est placée dans le circuit électrique suivant : (Fig.4.15)

On donne :

$$E = 3 \text{ V et } R = 22 \Omega$$

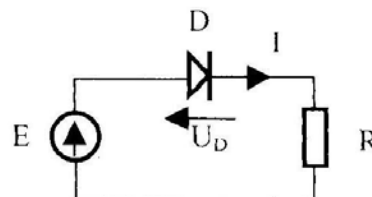
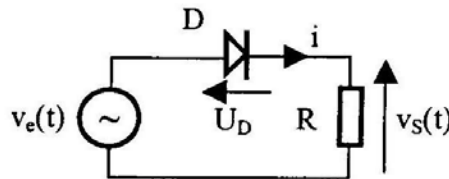


Fig.4.15

Ecrire l'équation de la droite de charge $I = f(U_D)$. Tracer cette droite et en déduire les coordonnées du point de fonctionnement.

Exercice 2

On se propose d'étudier le circuit ci-dessous : (Fig.4.16)

**Fig.4.16**

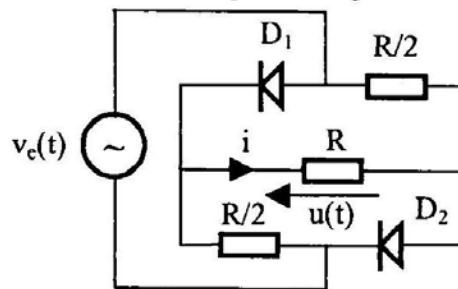
D est une diode au Silicium dont la caractéristique est linéaire avec $V_\gamma = 0.5\text{V}$ et $r_d = 5\ \Omega$.

La tension d'entrée est de la forme : $v_e(t) = V_M \sin \omega t$

1. Déterminer l'expression du courant $i(t)$.
2. Tracer sur le même graphe $v_D(t)$ et $i(t)$.
3. Calculer l'angle de débloqué θ (angle pour lequel la diode passe de l'état bloqué à l'état passant) pour $V_M = 2 V_\gamma$ puis $V_M = 10\text{ V}$.
4. Comparer les valeurs trouvées avec celles que donnerait une diode au Germanium de $V_\gamma = 0.3\text{ V}$.
5. Expliquer ce qui se passe quand on branche un condensateur C en parallèle avec la résistance R.
6. Tracer l'allure de la courbe $i(t)$ dans ce cas.

Exercice 3

On considère le circuit électrique donné par la Fig.4.17

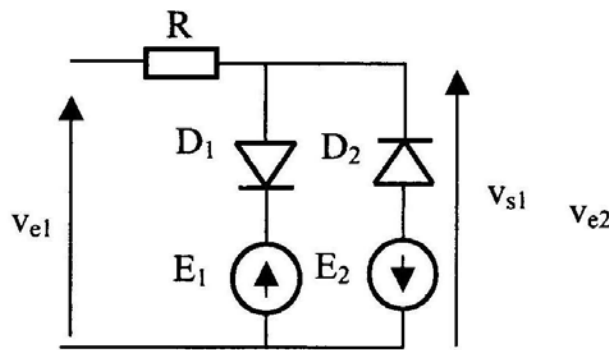
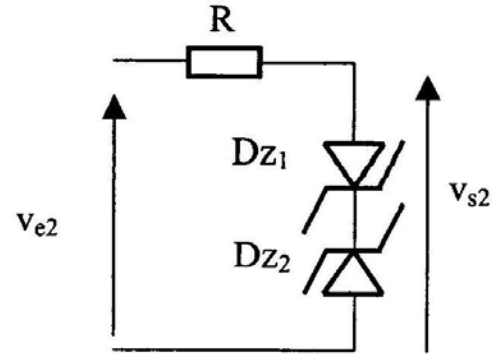
**Fig.4.17**

Les diodes D_1 et D_2 sont supposées parfaites ($V_\gamma = 0\text{ V}$ et $r = 0\ \Omega$).

1. Calculer u dans les deux cas suivants :
 - a. $V_e = +10\text{ V}$;
 - b. $V_e = -10\text{ V}$.
2. Tracer u en fonction du temps si $v_e(t)$ est sinusoïdale de valeur maximale $V_M = 10\text{ V}$.
3. On remplace les deux résistances $R/2$ par deux diodes D_3 et D_4 . La tension $v_e(t)$ est toujours sinusoïdale, que devient l'allure de la tension $u(t)$?

Exercice 4

On suppose que les circuits proposés par les Fig.4.18 et Fig.4.19 sont alimentés par des tensions sinusoïdales $v_{ei}(t) = V_M \sin \omega t$. ($i = 1 ; 2$)

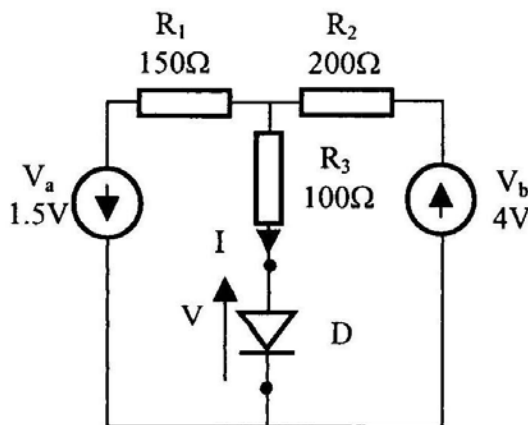
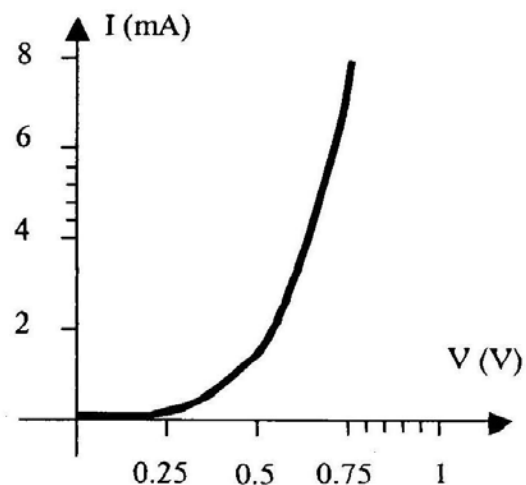
**Fig.4.18****Fig.4.19**

On suppose aussi que toutes les tensions E_1 , E_2 , V_{Z1} et V_{Z2} sont inférieures à V_M . Les diodes D_1 , D_2 , D_{Z1} et D_{Z2} sont parfaites ($V_T=0$, $r_D=r_Z=0$).

1. Expliquer le fonctionnement de chaque montage.
2. Tracer l'allure de $v_{s1}(t)$, $v_{s2}(t)$ ainsi que $v_{s1} = f(v_{e1})$ et $v_{s2} = f(v_{e2})$.
3. Quelle est la fonction assurée par chaque circuit ?

Exercice 5

La Fig.4.20 représente une diode D dans un circuit comportant deux sources de tension. La caractéristique de cette diode est donnée par la Fig.4.21.

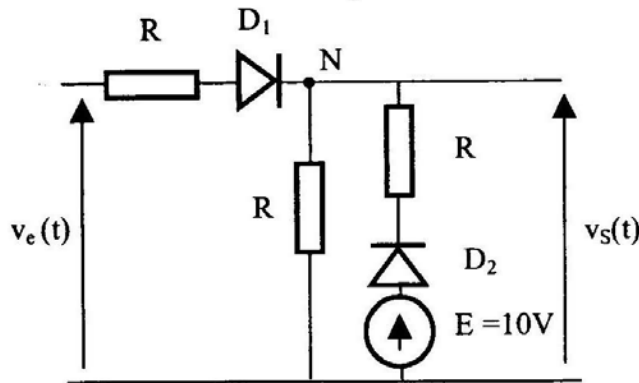
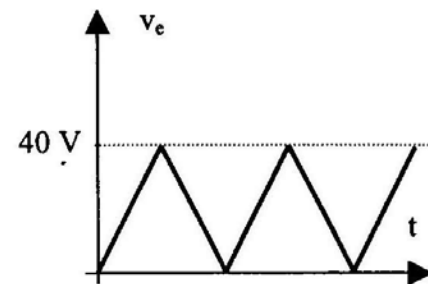
**Fig.4.20****Fig.4.21**

1. Déterminer l'intensité du courant I en modélisant la diode.
2. Tracer la droite de charge $I = f(V)$.
3. Quel est alors le point de fonctionnement ? Comparer la solution graphique et celle donnée par le calcul.

Exercice 6

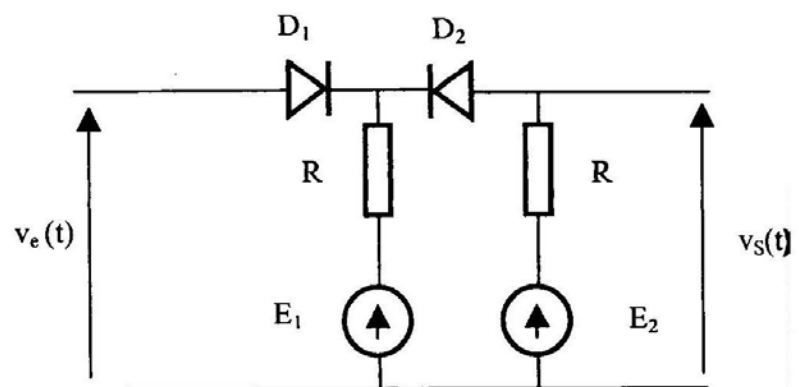
On considère le schéma ci-dessous dans lequel les diodes D_1 et D_2 sont supposées parfaites (Fig.4.22). La tension appliquée à l'entrée est donnée par la Fig.4.23.

1. Pour différentes valeurs de v_e , faire des hypothèses sur l'état des diodes D_1 et D_2 puis les vérifier, en déduire l'expression de la tension de sortie. Effectuer l'application numérique.
2. Tracer les courbes de la tension de sortie v_s en fonction de la tension d'entrée v_e et en fonction du temps.

**Fig.4.22****Fig.4.23****Exercice 7**

On désire étudier le circuit de la Fig.4.24. Le signal d'entrée étant de la forme $v_e(t) = 100 \sin \omega t$.

On donne : $E_1 = 25 \text{ V}$; $E_2 = 75 \text{ V}$.

**Fig.4.24**

Les diodes sont supposées parfaites.

1. Pour **chaque combinaison** indiquée sur le tableau ci-dessous, on demande de :
 - 1.1. Donner le schéma équivalent du montage;
 - 1.2. Préciser la ou les conditions sur $v_e(t)$;
 - 1.3. Indiquer si cet état est possible (P) ou non possible (NP);
 - 1.4. Trouver l'expression de $v_s(t)$ et $v_{D1}(t)$.

Etat de D_1	Etat de D_2	Condition sur $v_e(t)$	$v_s(t)$	$v_{D1}(t)$	Etat (P ou NP)
passante	passante				
passante	bloquée				
bloquée	passante				
bloquée	bloquée				

2. Représenter les allures de $v_s(t)$ et $v_{D1}(t)$.

Exercice 8

On désire étudier le circuit à diode de la Fig.4.25.

On donne : $E = 10\text{ V}$ et $R = 1\text{ k}\Omega$.

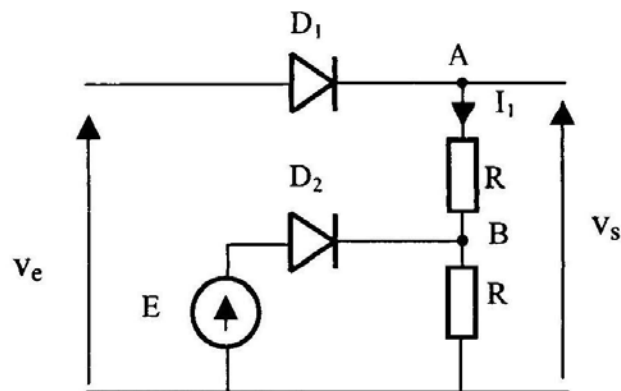


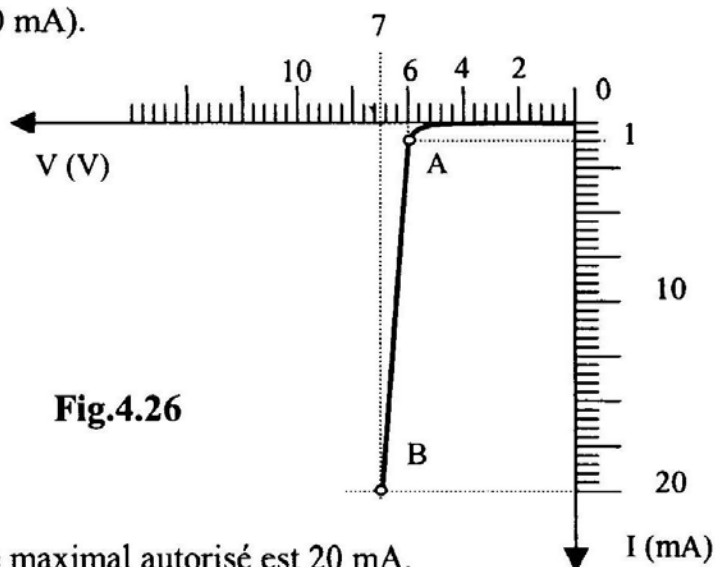
Fig.4.25

Les diodes sont supposées parfaites.

1. Exprimer la tension v_s en fonction de la tension v_e sachant que $0 < v_e < 25\text{ V}$.
2. Tracer la caractéristique de transfert $v_s = f(v_e)$.
3. Déterminer puis tracer la variation du courant I_1 en fonction de v_e .

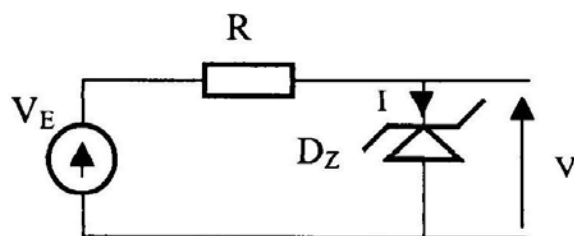
Exercice 91. Point de fonctionnement :

La caractéristique inverse d'une diode Zener est représentée par la Fig.4.26. La partie utile (I non nul) est assimilée à une droite entre les points A (1 mA) et B (20 mA).

**Fig.4.26**

Le courant inverse maximal autorisé est 20 mA.

La diode Zener précédente est utilisée dans le montage de la Fig.4.27 suivant :

**Fig.4.27**

1. Calculer le point de fonctionnement pour $R=650 \, \Omega$ et $V_E=13 \, \text{V}$.
2. Résistance de polarisation :
 - 2.1. Quelle valeur faut-il donner à la résistance de polarisation R pour que le courant dans la diode Zener soit de 15 mA ?
 - 2.2. Quelle est la limite inférieure R_{\min} de R pour que la diode soit passante en sens inverse?
3. Stabilisation de tension :

On adopte le point de fonctionnement suivant, (10 mA ; 6,5 V) et on donne $R = 650 \, \Omega$.

- 3.1. Calculer la résistance dynamique R_z et la tension Zener V_z de la diode.
- 3.2. Calculer la variation de la tension de sortie, à vide, si la tension d'entrée est $V_E = (13 \pm 2)V$.
- 3.3. Dédurre le coefficient de stabilisation en tension $K = \frac{\Delta V}{\Delta V_E}$.

Exercice 10

On dispose d'un générateur de force électromotrice $E = 1\text{ V}$, une résistance de $1\text{ k}\Omega$ et une diode supposée idéale D .

Proposer les circuits électriques permettant d'avoir les caractéristiques courant-tension correspondant aux figures suivantes :

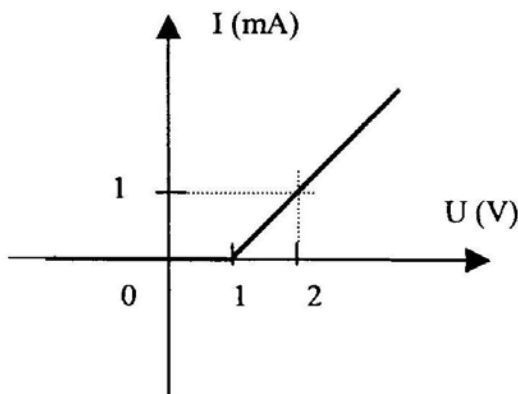


Fig.4.28

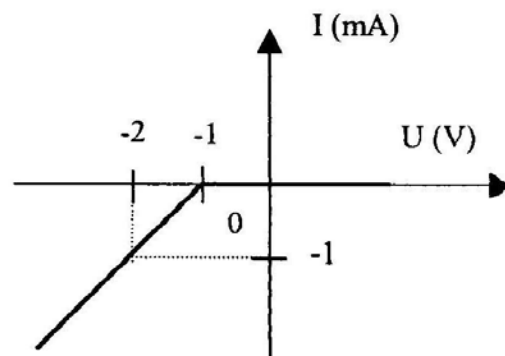


Fig.4.29

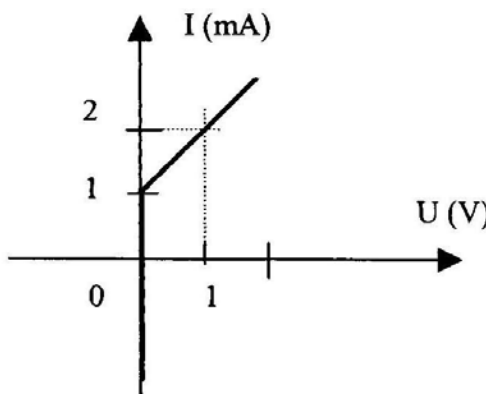


Fig.4.30

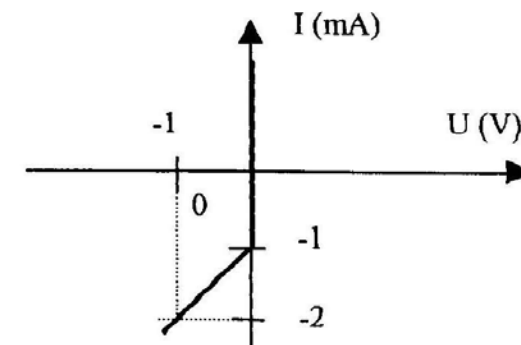


Fig.4.31

LES CIRCUITS A DIODES (CORRIGES DES EXERCICES)

Exercice 1

1. Le prolongement de la partie rectiligne de la caractéristique de la diode donne la tension de seuil $V_\gamma = 0,65 \text{ V}$ (Fig.4.32).

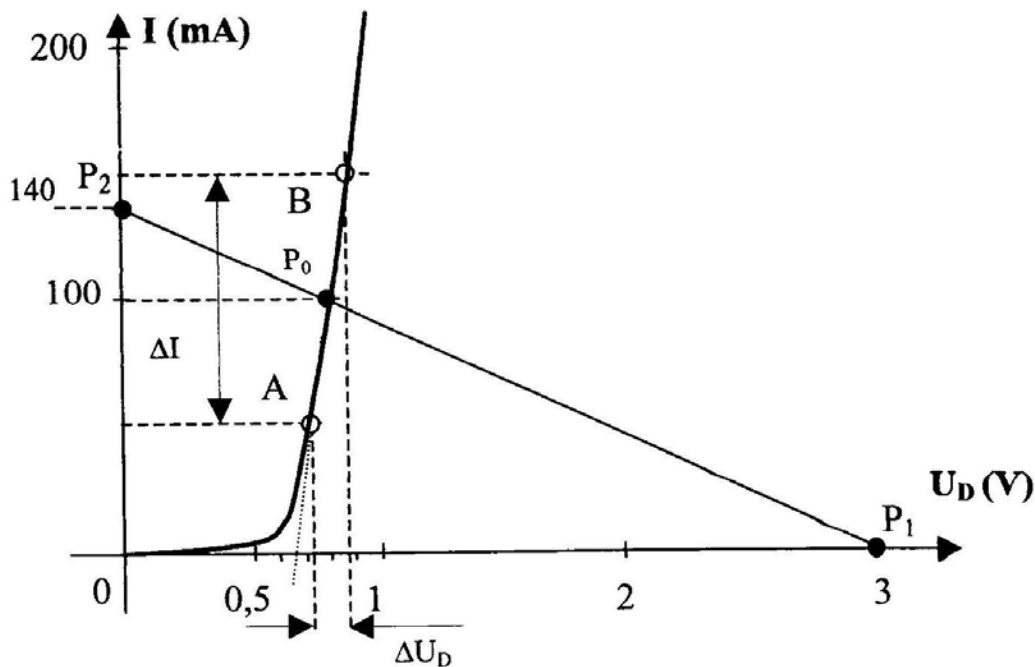


Fig.4.32

2. Une variation autour du point de fonctionnement donne la valeur de la résistance dynamique (Fig.4.32) :

$$r_D = \frac{\Delta U_D}{\Delta I} = \frac{0,87 - 0,72}{150 - 50} \cdot 10^3 = 1,5 \, \Omega$$

3. Dans le sens direct, la diode peut être modélisée par l'équation suivante :

$$U_D = V_\gamma + r_D \cdot I$$

4. En appliquant la loi des mailles dans le circuit de la Fig.4.15, on obtient :

$$E = U_D + R \cdot I$$

$$\text{Pour } I = 0 \Rightarrow U_D = E = 3 \text{ V}$$

$$\text{Pour } U_D = 0 \Rightarrow I = \frac{E}{R} = \frac{3}{22} = 0,14 \text{ A}$$

D'où l'équation de la droite de charge: $I = \frac{-U_D}{R} + \frac{E}{R}$ qui passe par les points P_1 , P_2 , définis par : $P_1 : (3 \text{ V} ; 0 \text{ mA})$, $P_2 : (0 \text{ V} ; 140 \text{ mA})$ et coupe la caractéristique au point de fonctionnement P_0 tel que $P_0 : (0,8 \text{ V} ; 100 \text{ mA})$.

Exercice 2

1.

- la diode est bloquée si $v_e \leq V_\gamma \Rightarrow i(t) = 0$
- la diode conduit si $v_e > V_\gamma$ et on a le schéma équivalent suivant : (Fig.4.33)

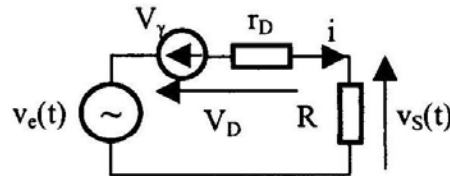


Fig.4.33

En appliquant la loi des mailles, on obtient l'équation suivante :

$$v_e(t) = V_\gamma + (R + r_D).i(t)$$

$$\text{D'où } i(t) = \frac{v_e(t) - V_\gamma}{R + r_D}$$

$$\text{Et } V_D(t) = v_e(t) - R.i(t) \left| \begin{array}{l} = v_e(t) \quad \text{pour } i = 0 \\ = \frac{r_D}{R + r_D} v_e(t) + \frac{R}{R + r_D} V_\gamma \approx V_\gamma \text{ si } r_D \ll R \end{array} \right.$$

2. Allure de $V_D(t)$ et $i(t)$: (Fig.4.34)

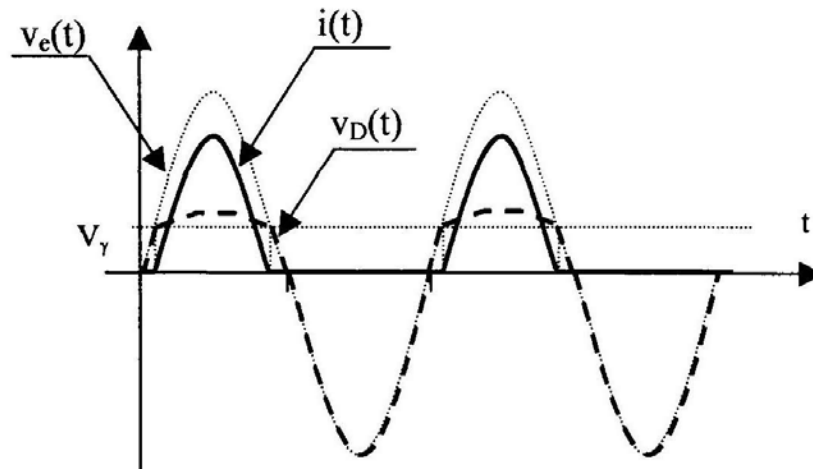


Fig.4.34

3. A l'angle de débloccage θ , on aura :

$$V_e(\theta) = V_\gamma = V_M \sin\theta$$

$$\text{D'où } \theta = \text{Arcsin} \frac{V_\gamma}{V_M}$$

- Pour $V_M = 2V_\gamma \Rightarrow \theta = \text{Arcsin} \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6} = 0,52 \text{ rad}$
- Pour $V_M = 10V \Rightarrow \theta = \text{Arcsin} \frac{0,5}{10} = 0,05 \text{ rad}$

4. Dans le cas d'une diode au Germanium $V_\gamma = 0,3 \text{ V}$

- Pour $V_M = 2V_\gamma \Rightarrow \theta = \text{Arcsin} \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6} = 0,52 \text{ rd}$
- Pour $V_M = 10V \Rightarrow \theta = \text{Arcsin} \frac{0,3}{10} = 0,03 \text{ rd}$

On voit que le changement de la diode n'influe presque pas sur l'angle de débloccage de celle-ci. Pour un bon redressement on a intérêt à prendre $V_M \gg V_\gamma$.

5. Lorsqu'on branche en parallèle sur R un condensateur C, ce dernier se charge, lorsque la diode est conductrice, jusqu'à la tension $V_M - V_\gamma$ (puisque $v_s(t) = v_e(t) - v_D(t)$) et lorsque la diode sera bloquée (si $v_e(t) < V_M - V_\gamma$) le condensateur se décharge à travers la résistance R. Pour un bon filtrage (obtention d'une tension $v_s(t)$ presque continue), on a intérêt à avoir une constante de temps RC grande devant la période.
6. L'allure sera comme suit : (Fig.4.35)

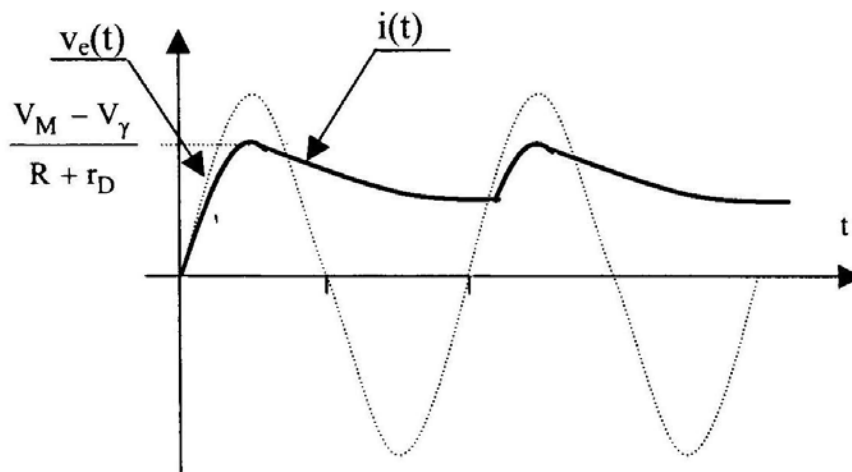
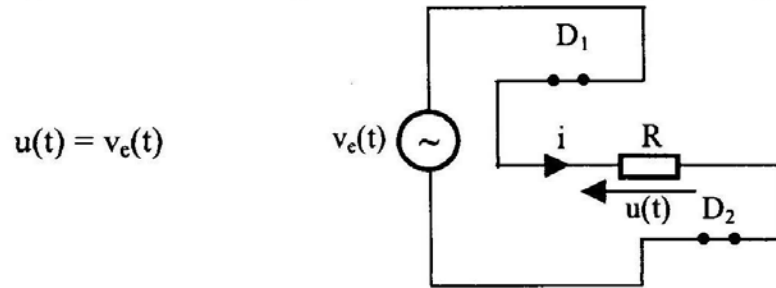


Fig.4.35

Exercice 3

1.

- Pendant l'alternance positive, les diodes sont passantes, car D_1 a son potentiel d'anode au potentiel plus élevé du circuit et D_2 a son potentiel de cathode au plus bas du montage elles se comportent donc comme des interrupteurs fermés (diodes parfaites $V_f=0$ et $r_D=0$). Le schéma équivalent du montage devient comme l'indique la Fig.4.36.

**Fig.4.36**

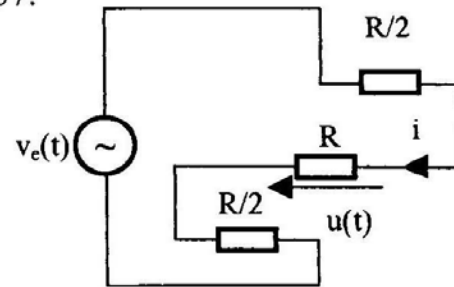
- Pendant l'alternance négative, les diodes seront bloquées et se comportent comme des interrupteurs ouverts. Le schéma devient alors celui représenté par la Fig.4.37.

$$v_e(t) = (R+R).i(t) = 2R.i(t)$$

$$\text{Alors } i(t) = \frac{v_e(t)}{2R}$$

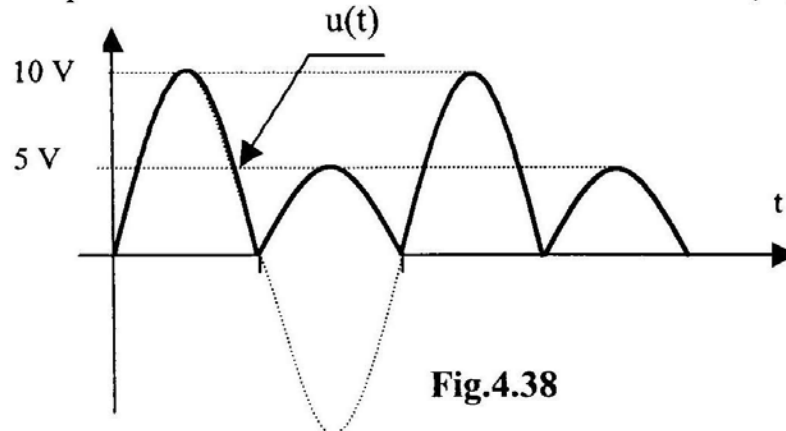
$$\text{Or } u(t) = -R.i(t)$$

$$\text{D'où } u(t) = -\frac{v_e(t)}{2}$$

**Fig.4.37**

- Pour $v_e(t) = 10 \text{ V} \Rightarrow u(t) = 10 \text{ V}$.
- Pour $v_e(t) = -10 \text{ V} \Rightarrow u(t) = 5 \text{ V}$.

- Lorsque l'entrée est sinusoïdale, un raisonnement analogue au précédent permet d'obtenir la tension de sortie suivante : (Fig.4.38)

**Fig.4.38**

3. En remplaçant les résistances $R/2$ par deux diodes, le circuit devient celui que représente la Fig.4.39.

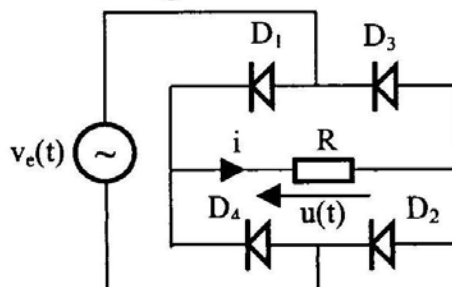


Fig.4.39

- Pendant l'alternance positive, ce sont D_1 et D_2 qui conduisent.

$$u(t) = v_e(t) = V_M \sin \omega t.$$

- Pendant l'alternance négative, ce sont D_3 et D_4 qui conduisent.

$$u(t) = -v_e(t) = -V_M \sin \omega t.$$

L'allure de $u(t)$ sera alors la suivante : (Fig.4.40)

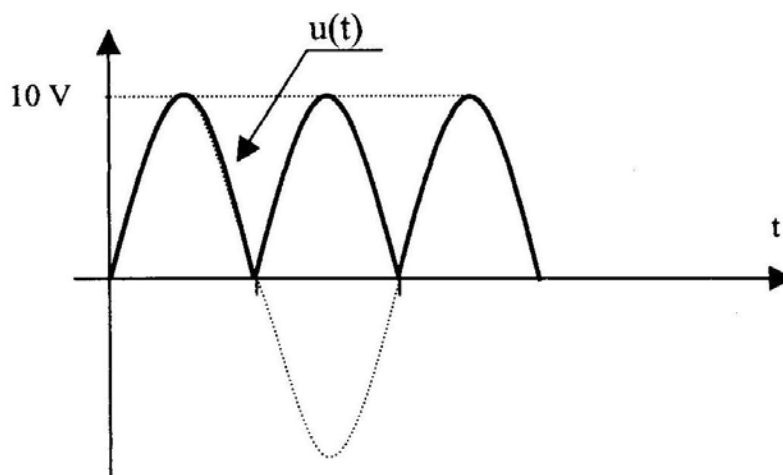


Fig.4.40

C'est un redressement double alternance.

Exercice 4

1.

➤ Etude du circuit de la Fig.4.18

- $v_{e1} > 0$
 - ❶ $v_{e1} < E_1 \rightarrow D_1$ et D_2 bloquées
 $v_{s1} = v_{e1}$
 - ❷ $v_{e1} > E_1 \rightarrow D_1$ passante et D_2 bloquée
 $v_{s1} = E_1$

- $v_{e1} < 0$
 - ① $v_{e1} > E_2 \rightarrow D_1$ et D_2 bloquées
 $v_{s1} = v_{e1}$
 - ② $v_{e1} < E_2 \rightarrow D_1$ bloquée et D_2 passante
 $v_{s1} = -E_2$

➤ **Etude du circuit de la Fig.4.19**

- $v_{e2} > 0$: D_{Z1} polarisée en direct, D_{Z2} polarisée en inverse.
 - ① $v_{e2} < V_{Z2} \rightarrow D_{Z2}$ bloquée.
 $v_{s2} = v_{e2}$
 - ② $v_{e2} > V_{Z2} \rightarrow D_{Z2}$ passante.
 $v_{s2} = V_{Z2}$
- $v_{e2} < 0$: D_{Z2} polarisée en direct, D_{Z1} polarisée en inverse.
 - ① $|v_{e2}| > |V_{Z1}| \rightarrow D_{Z1}$ passante
 $v_{s2} = V_{Z1}$
 - ② $|v_{e2}| < |V_{Z1}| \rightarrow D_{Z1}$ bloquée
 $v_{s2} = v_{e2}$

2.

➤ **Allures des tensions dans le circuit de la Fig.4.18 : (Fig.4.41)**

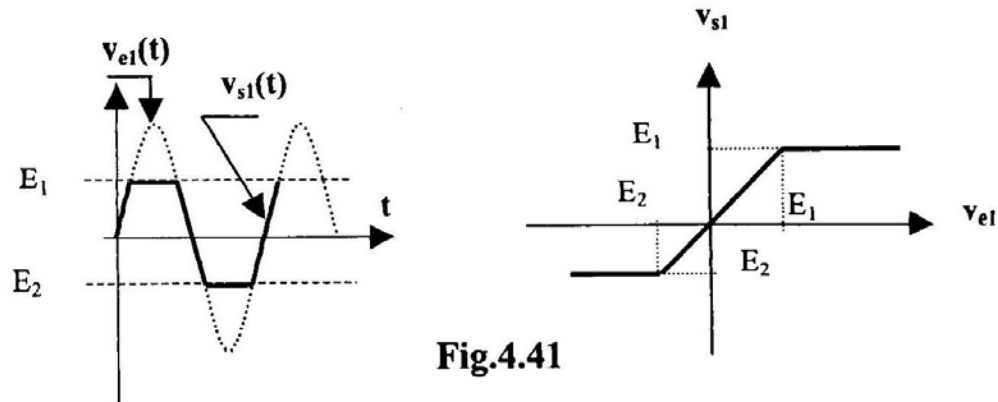


Fig.4.41

➤ **Allures des tensions dans le circuit de la Fig.4.19 : (Fig.4.42)**

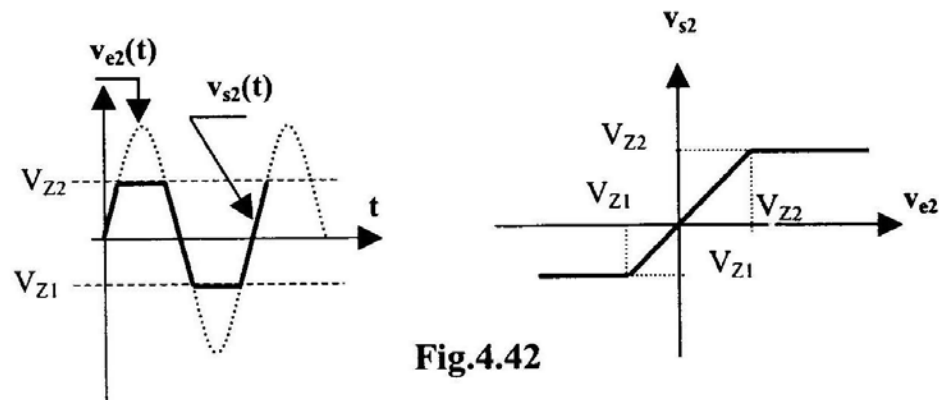


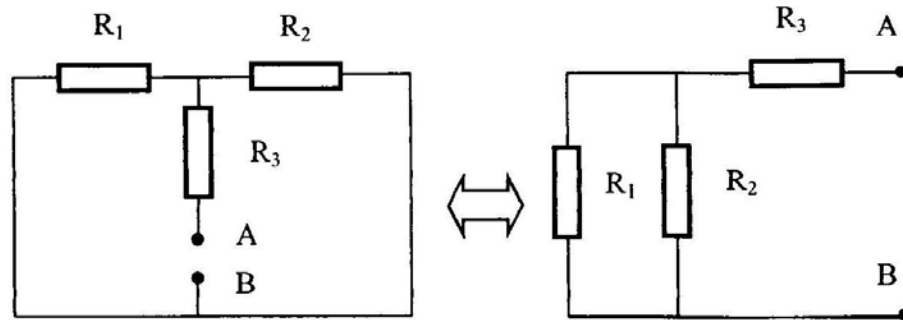
Fig.4.42

3. Ce sont des circuits écrêteurs.

Exercice 5

1. Pour trouver le courant traversant la diode, on utilise le théorème de Thévenin.

- Détermination de R_{Th} :(Fig.4.43)

**Fig.4.43**

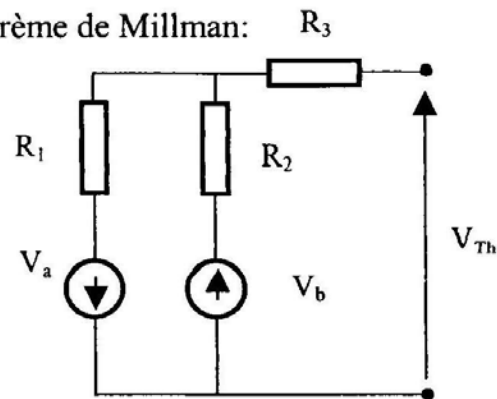
$$R_{Th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3$$

$$R_{Th} = 186 \, \Omega$$

- Détermination de V_{Th} :(Fig.4.44)

Pour trouver V_{Th} , on applique le théorème de Millman:

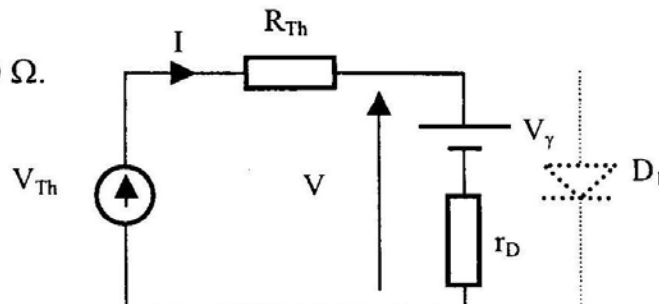
$$V_{Th} = \frac{\frac{V_b}{R_2} - \frac{V_a}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

**Fig.4.44**

A.N.: $V_{Th} = 857 \, \text{mV}$

Le schéma du montage devient alors celui de la Fig.4.45, avec, d'après la Fig.4.46 :

$$V_Y = 0,5 \, \text{V} \text{ et } r_D = 40 \, \Omega.$$

**Fig.4.45**

La loi des mailles donne l'équation suivante:

$$V_{Th} = V + R_{Th} \cdot I \quad (4.1)$$

$$V_{Th} = V_\gamma + (R_{Th} + r_D) \cdot I$$

$$\text{D'où } I = \frac{V_{Th} - V_\gamma}{R_{Th} + r_D}$$

$$\text{A.N. : } I = \frac{0,857 - 0,47}{186 + 40} \approx 1,71 \text{ mA}$$

$$I = 1,71 \text{ mA}$$

2. Le point M est l'intersection de la droite de charge et de la caractéristique statique de la diode. C'est donc le point de fonctionnement.

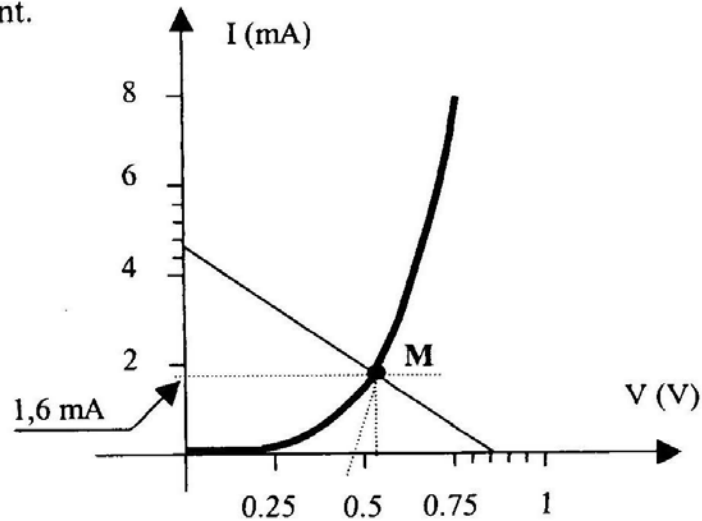


Fig.4.46

L'équation de la droite de charge est :

$$I = -\frac{1}{R_{Th}} \cdot V + \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$

$$\begin{cases} \text{Pour } V = 0 \Rightarrow I = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} = 4,6 \text{ mA} \\ \text{Pour } I = 0 \Rightarrow V = V_{Th} \approx 850 \text{ mV} \end{cases}$$

3. La Fig.4.46 donne la solution graphique:

$$I_0 \approx 1,6 \text{ mA} \quad \text{et} \quad V_0 \approx 0,55 \text{ V}$$

On peut vérifier que d'après l'équation (4.1): $V_0 = V_{Th} - R_{Th} \cdot I_0 = 0,56 \text{ V}$.

Exercice 6

1. Si la diode D_1 est bloquée la diode D_2 est forcément passante car son potentiel d'anode est le plus élevé du montage ($V_{A2}=E=10\text{ V}$) par suite les états possibles des diodes sont donc:

- a) D_1 bloquée, D_2 conduit;
- b) D_1 conduit, D_2 conduit;
- c) D_1 conduit, D_2 bloquée.

a) Si la diode D_1 est bloquée alors la diode D_2 est passante. (Fig.4.47)

Or D_1 bloquée $\Rightarrow v_N \geq v_e(t)$ et D_2 conduit $\Rightarrow v_N < 10\text{ V}$
soit : $v_e(t) \leq v_N < 10\text{ V}$.

On a dans ce cas :

$$v_s(t) = v_N = \frac{R}{R+R} \cdot E = \frac{E}{2} = 5\text{ V}$$

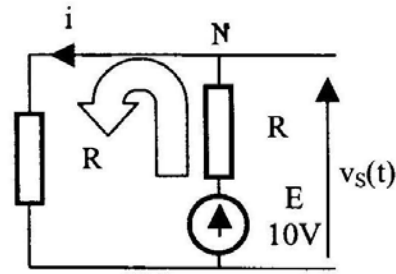


Fig.4.47

Supposons maintenant que D_1 et D_2 conduisent; (Fig.4.48)

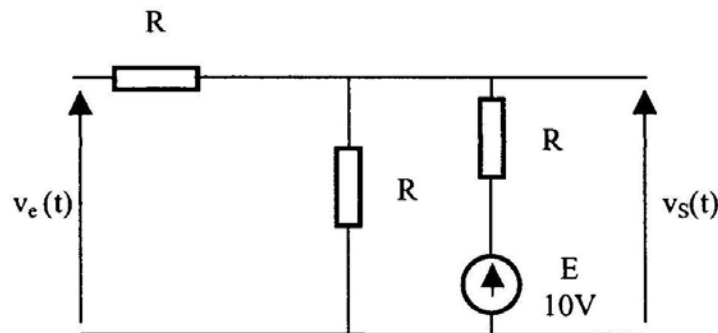


Fig.4.48

$$\bullet D_1 \text{ conduit} \Rightarrow v_N \leq v_e(t) \quad (4.2)$$

$$\bullet D_2 \text{ conduit} \Rightarrow v_N \leq 10\text{ V} \quad (4.3)$$

Par ailleurs en appliquant le théorème de Millman on obtient :

$$v_s(t) = \frac{\frac{10}{R} + \frac{v_e(t)}{R}}{\frac{3}{R}} = \frac{v_e(t) + 10}{3} \quad (4.4)$$

Les relations (4.2), (4.3) et (4.4) permettent de dire que cette hypothèse n'est possible que si : $v_e(t) \leq 20\text{ V}$

Supposons enfin que D_1 conduit et D_2 bloquée; (Fig.4.49)

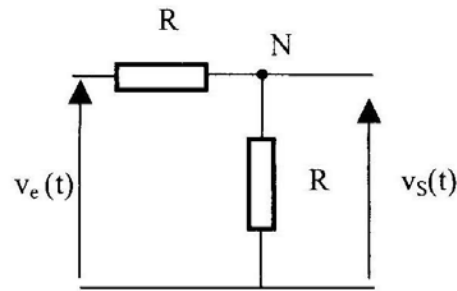


Fig.4.49

- D_1 conduit $\Rightarrow v_N < v_e(t)$ (4.5)

- D_2 bloquée $\Rightarrow v_N \geq 10 \text{ V}$ (4.6)

On a ainsi $v_s(t) = v_N = v_e(t) / 2$.

Cette hypothèse n'est donc possible que si :

$$v_e(t) / 2 \geq 10 \text{ V} \Rightarrow v_e(t) \geq 20 \text{ V}$$

et on a : $v_s(t) = v_e(t) / 2$

2. Les courbes de $v_s = f(v_e)$ et $v_s = f(t)$ seront tracées à partir du résumé suivant: (Fig.4.50)

- $v_e(t) \leq 5 \text{ V} \Rightarrow v_s(t) = 5 \text{ V}$
- $5 \text{ V} \leq v_e(t) \leq 20 \text{ V} \Rightarrow v_s(t) = \frac{v_e(t) + 10}{3}$: c'est une droite de pente 1/3.
- $v_e(t) \geq 20 \text{ V} \Rightarrow v_s(t) = v_e(t) / 2$: c'est une droite de pente 1/2.

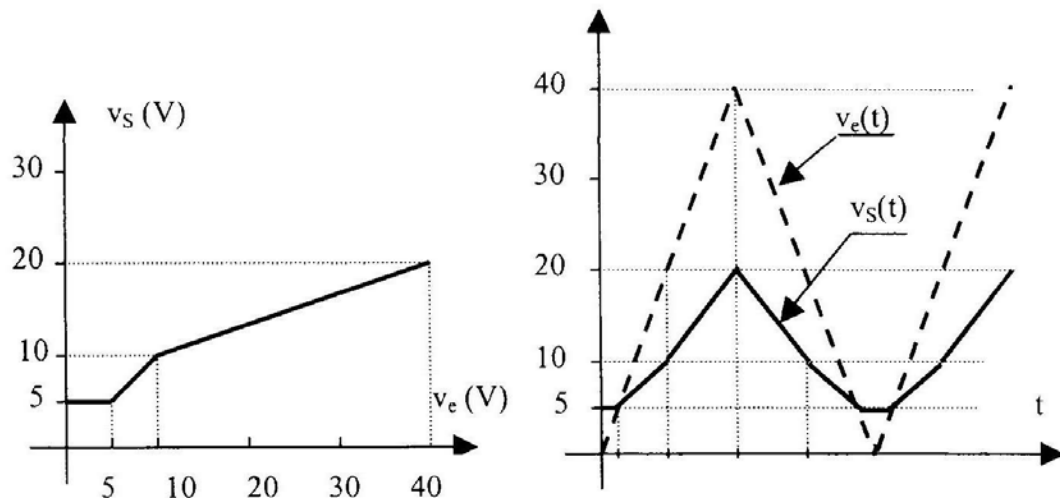
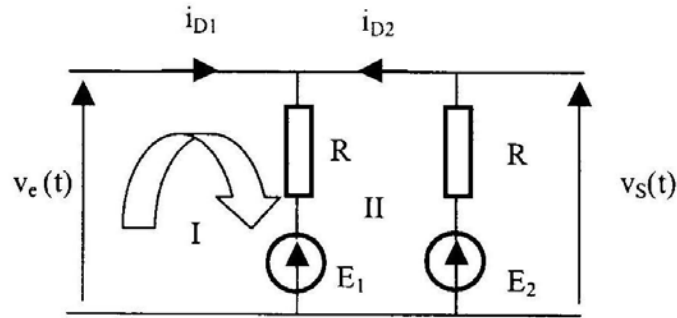


Fig.4.50

Exercice 7 :

1.

- 1^{ère} combinaison : D_1 et D_2 passantes
- 1.1. Le circuit sera équivalent à celui de la Fig.4.51.

**Fig.4.51**

1.2. La loi des mailles permet d'écrire :

$$(I) : v_e(t) = R (i_{D1} + i_{D2}) + E_1 \quad (4.7)$$

$$(II) : v_e(t) = E_2 - R \cdot i_{D2} \quad (4.8)$$

L'équation (4.8) permet d'écrire :

$$i_{D2} = \frac{E_2 - v_e(t)}{R} > 0 \quad \text{puisque } D_2 \text{ est passante.}$$

$$\text{D'où } v_e(t) < E_2$$

L'équation (4.9) permet d'écrire :

$$i_{D1} = \frac{v_e(t) - E_1}{R} - i_{D2} \quad \text{remplaçant } i_{D2} \text{ par son expression,}$$

on aura :

$$i_{D1} = \frac{2v_e(t) - (E_1 + E_2)}{R} > 0$$

$$\text{D'où } v_e(t) > \frac{E_1 + E_2}{2}$$

$$\text{Finalement } \frac{E_1 + E_2}{2} < v_e(t) < E_2$$

$$\underline{\text{A.N.}} : \quad 50 \text{ V} < v_e(t) < 75 \text{ V}$$

1.3. On peut conclure que cet état est possible.

1.4. $v_s(t) = v_e(t)$ et $v_{D1}(t) = 0$.

- 2^{ème} combinaison : D_1 passante et D_2 bloquée
 1.1. Le circuit sera équivalent à celui de la Fig.4.52.

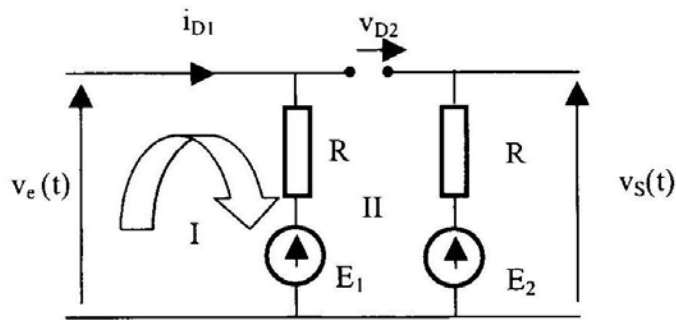


Fig.4.52

- 1.2. La loi des mailles permet d'écrire :

$$(I) : v_e(t) = R i_{D1} + E_1 \quad (4.9)$$

$$(II) : v_e(t) = E_2 - v_{D2} \quad (4.10)$$

L'équation (4.9) permet d'écrire :

$$i_{D1} = \frac{v_e(t) - E_1}{R} > 0 \quad \text{puisque } D_1 \text{ est passante.}$$

$$\text{D'où } v_e(t) > E_1$$

L'équation (4.10) permet d'écrire :

$$v_{D2} = E_2 - v_e(t) < 0$$

$$\text{D'où } v_e(t) > E_2$$

$$\text{Finalement } v_e(t) > E_1 > E_2$$

$$\underline{\text{A.N.}} : \quad v_e(t) > 75 \text{ V} > 25 \text{ V}$$

- 1.3. On peut conclure que cet état est possible.

1.4. $v_s(t) = E_2$ et $v_{D1}(t) = 0$.

- 3^{ème} combinaison : D_1 bloquée et D_2 passante
 1.1. Le circuit sera équivalent à celui de la Fig.4.53.

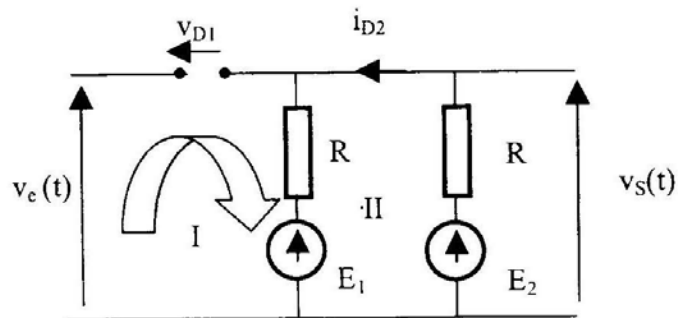


Fig.4.53

1.2. La loi des mailles permet d'écrire :

$$(\text{II}) : v_e(t) = E_2 - R \cdot i_{D2} + v_{D1} \quad (4.11)$$

$$(\text{I}) : v_e(t) = v_{D1} + R i_{D2} + E_1 \quad (4.12)$$

La différence des équations (4.11) et (4.12) nous donne :

$$i_{D2} = \frac{E_2 - E_1}{2R}$$

L'équation (4.12) devient, en remplaçant i_{D2} par son expression:

$$v_e(t) = v_{D1} + \frac{E_2 - E_1}{2} + E_1$$

$$\text{Or } v_{D1} = v_e(t) - \frac{E_2 + E_1}{2} < 0$$

$$\text{D'où } v_e(t) < \frac{E_1 + E_2}{2}$$

$$\underline{\text{A.N.}} : \quad v_e(t) < 50 \text{ V}$$

1.3. On peut conclure que cet état est possible.

$$1.4. \quad v_{D1} = v_e(t) - \frac{E_1 + E_2}{2}$$

$$\text{A la sortie : } v_s(t) = E_2 - R \cdot i_{D2} \Leftrightarrow i_{D2} = \frac{E_2 - v_s(t)}{R}$$

$$\text{Et } v_s(t) = E_1 + R \cdot i_{D2}$$

En éliminant i_{D2} , on obtient :

$$v_s(t) = \frac{E_1 + E_2}{2}$$

- 4^{ème} combinaison : D_1 et D_2 sont bloquées, les courants sont tous nuls.

1.1. Le circuit sera équivalent à celui de la Fig.4.54.

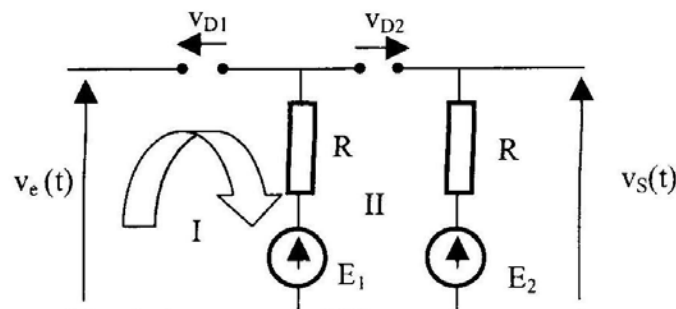


Fig.4.54

1.2. La loi des mailles permet d'écrire :

$$(I) : v_e(t) = v_{D1} + E_1 \quad (4.13)$$

$$(II) : v_e(t) = E_2 - v_{D2} + v_{D1} \quad (4.14)$$

L'équation (4.13) permet d'écrire :

$$v_{D1} = v_e(t) - E_1 < 0$$

$$\text{D'où } v_e(t) < E_1$$

L'équation (4.14) permet d'écrire :

$v_{D2} = E_2 + v_{D1} - v_e(t)$ en remplaçant v_{D1} par son expression, on obtient :

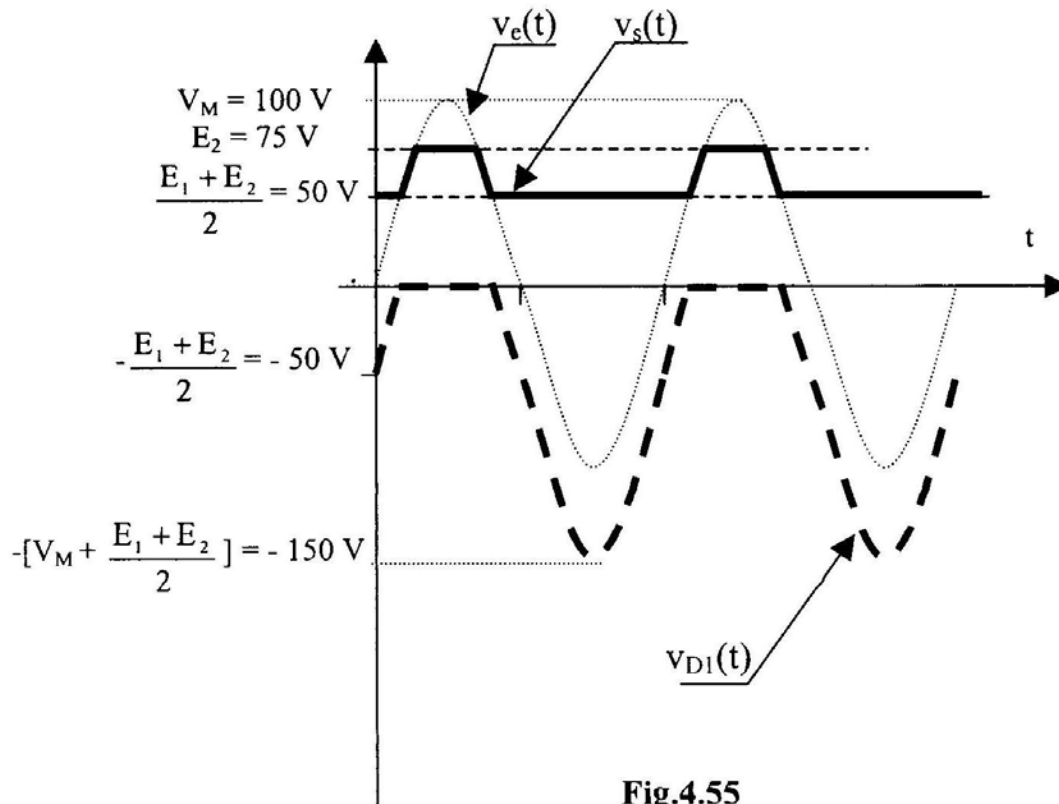
$v_{D2} = E_2 - E_1 = 50 \text{ V}$ or v_{D2} doit être < 0 car D_2 est supposée bloquée

1.3. On peut conclure que cet état n'est pas possible, en effet si D_1 est bloquée alors D_2 est passante car $E_2 > E_1$.

D'où le tableau suivant :

Etat de D_1	Etat de D_2	Condition sur $v_e(t)$	$v_s(t)$	$v_{D1}(t)$	Etat
C	C	$50 \text{ V} < v_e(t) < 75 \text{ V}$	$v_e(t)$	0	P
C	B	$v_e(t) > E_2 = 75 \text{ V}$	E_2	0	P
B	C	$v_e(t) < \frac{E_1 + E_2}{2} = 50 \text{ V}$	$\frac{E_1 + E_2}{2}$	$v_e(t) - \frac{E_1 + E_2}{2}$	P
B	B	-	-	-	NP

2. Représentons les allures de $v_s(t)$ et $v_{D1}(t)$. (Fig.4.55)



Exercice 8

1.

- 1^{er} cas : D_1 conduit et D_2 bloquée : (Fig.4.56)

$$v_s(t) = v_e(t).$$

➤ La diode D_1 conduit

$$\text{alors } I_1 = \frac{v_e(t)}{2R} > 0$$

$$\text{d'où } v_e(t) > 0$$

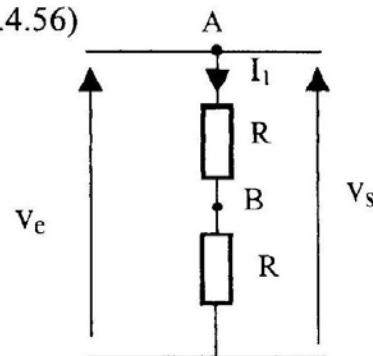


Fig.4.56

➤ La diode D_2 est bloquée veut dire que $v_B > E$

$$\text{Or } v_B = \frac{v_e(t)}{2} > E$$

$$\text{Donc } v_e(t) > 2E$$

Finalement $v_s(t) = v_e(t)$ pour $v_e(t) > 2E$

- 2^{ème} cas : D_1 bloquée et D_2 conduit : (Fig.4.57)

➤ La diode D_1 est bloquée alors $v_A > v_e(t)$

Or $v_A = v_s(t) = E$

Donc $v_e(t) < E$

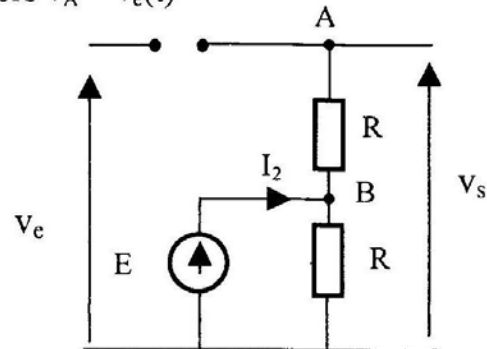


Fig.4.57

➤ La diode D_2 conduit veut dire que $I_2 = \frac{E}{R} > 0$ et $I_1 = 0$.

- 3^{ème} cas : D_1 conduit et D_2 conduit : (Fig.4.58)

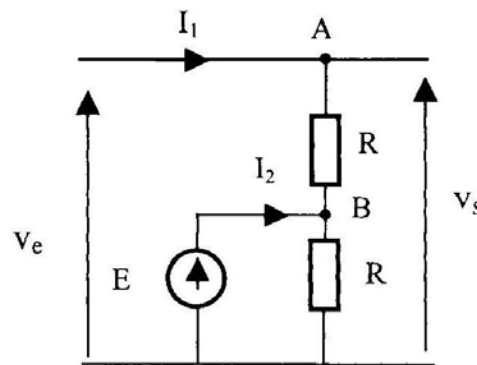


Fig.4.58

➤ La diode D_1 conduit alors $I_1 = \frac{v_e(t) - E}{R} > 0$

Donc $v_e(t) > E$ et $v_s(t) = v_e(t)$

➤ La diode D_2 conduit veut dire que $I_2 = \frac{E}{R} > 0$.

Remarque :

Le cas D_1 et D_2 bloquées ne peut avoir lieu car si D_1 est bloquée, D_2 est automatiquement passante.

2. Caractéristique de transfert : (Fig.4.59)

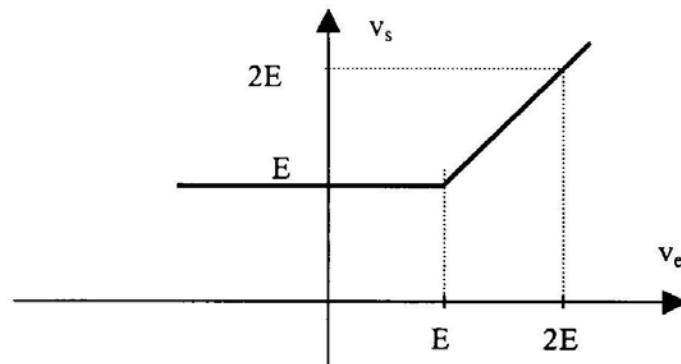


Fig.4.59

Variation de I_1 en fonction de v_e : (Fig.4.60)

$$\triangleright v_e < E \Rightarrow I_1 = 0$$

$$\triangleright v_e > E \Rightarrow I_1 = \frac{v_e - E}{R} \quad E/R$$

$$\triangleright v_e > 2E \Rightarrow I_1 = \frac{v_e}{2R}$$

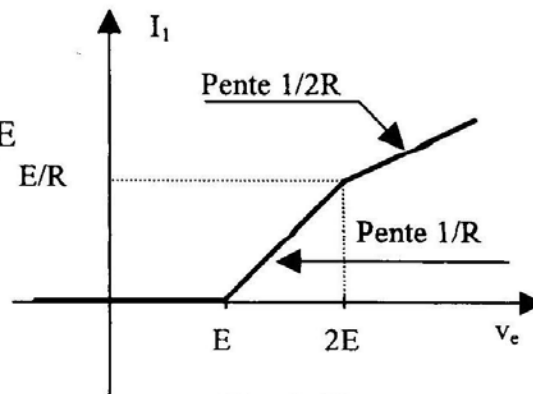


Fig.4.60

Exercice 9 :

1. Point de fonctionnement

Le schéma du montage étudié est celui indiqué par la Fig.4.61 :

$$V_E = V + R.I$$

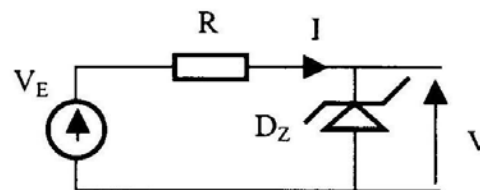


Fig.4.61

$$I = \frac{V_E - V}{R} \quad \text{C'est l'équation de la droite de charge}$$

Pour tracer cette droite, il nous faut deux points :

- Pour $I = 0 \Rightarrow V = V_E = 13 \text{ V}$
- Pour $V = 0 \Rightarrow I = \frac{13}{650} = 20 \text{ mA}$

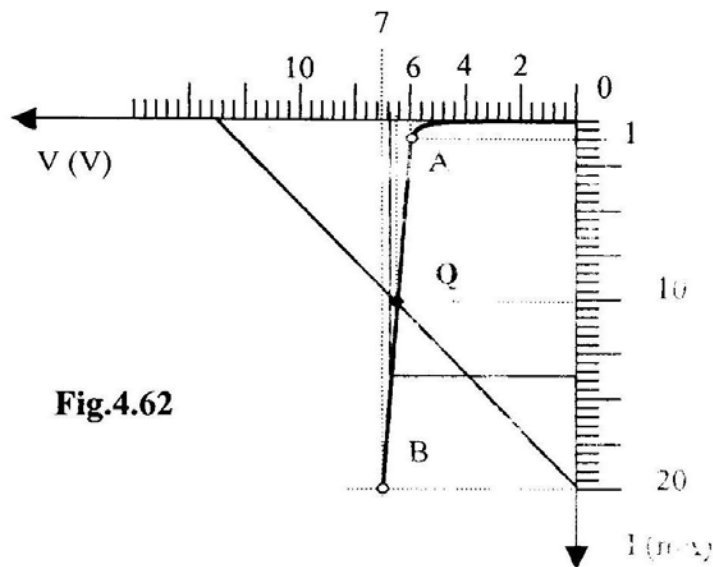


Fig.4.62

L'intersection de la droite de charge et de la courbe caractéristique de la diode (Fig.4.62) donne le point de fonctionnement $Q(6,5 \text{ V}; 10 \text{ mA})$.

2.

2.1. Pour un courant $I = 15 \text{ mA}$ et d'après la Fig.4.62, on obtient $V = 6,75 \text{ V}$

$$\text{par suite } R = \frac{V_E - V}{I} = \frac{13 - 6,75}{15 \cdot 10^{-3}} = 417 \, \Omega$$

2.2. Le courant ne doit pas dépasser $I_{\max} = 20 \text{ mA}$

$$\text{D'où } R_{\min} = \frac{V_E - V}{I_{\max}} = \frac{13 - 7}{20 \cdot 10^{-3}} = 300 \, \Omega$$

3. $Q(6,5 \text{ V}; 10 \text{ mA})$ et $R = 650 \, \Omega$

3.1.

- Résistance dynamique de la diode :

$$R_Z = \frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{6,75 - 6,5}{(15 - 10) \cdot 10^{-3}} = 50 \, \Omega$$

$$R_Z = 50 \, \Omega$$

- Tension Zener de la diode :

$$V_Z = V_E - (R + R_Z) I \quad (4.16)$$

$$\text{A.N. : } V_Z = 13 - (650 + 50) 10 \cdot 10^{-3} = 6 \text{ V}$$

3.2. $V_E = (13 \pm 2)V$.

De l'équation (4.16), on peut écrire :

$$I = \frac{V_E - V_Z}{R + R_Z} \xrightarrow{\text{puisque } V_Z = \text{cst}} \Delta I = \frac{\Delta V_E}{R + R_Z} = \frac{4}{700} = 5,7 \text{ mA}$$

$$\Delta I = 5,7 \text{ mA}$$

$$\text{D'où } \Delta V = R_Z \cdot \Delta I = 0,285 \text{ V}$$

3.3. $K = \frac{\Delta V}{\Delta V_E} = \frac{0,29}{4} \approx 0,07$ Soit 7 % .

Exercice 10

- Circuit de la Fig.4.28

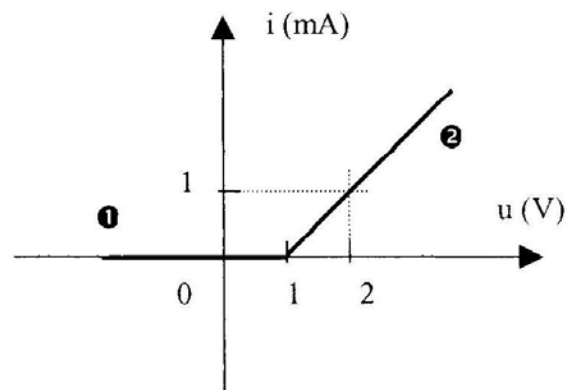


Fig.4.28

- Le segment 1 correspond à $i = 0$ pour $u < 1 \text{ V}$, donc la diode est bloquée.
- Le segment 2 correspond à $u = R i + 1$ pour $u > 1 \text{ V}$, donc la diode conduit.

D'où le circuit suivant : (Fig.4.63)

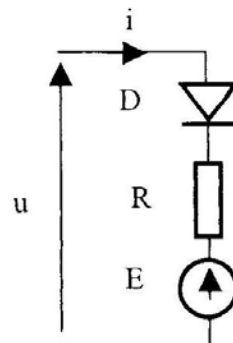


Fig.4.63

• Circuit de la Fig.4.29

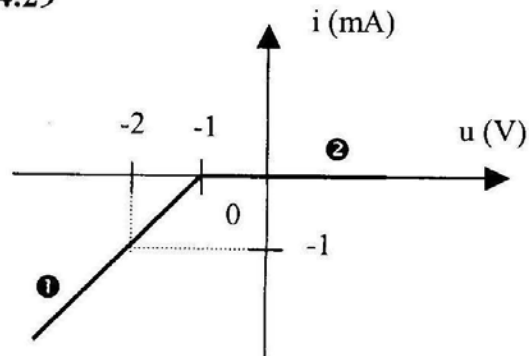


Fig.4.29

- Le segment ❶ correspond à $u = R i - 1$ pour $u < -1$ V, donc la diode conduit.
- Le segment ❷ correspond à $i = 0$ pour $u > -1$ V, donc la diode est bloquée.

D'où le circuit suivant : (Fig.4.64)

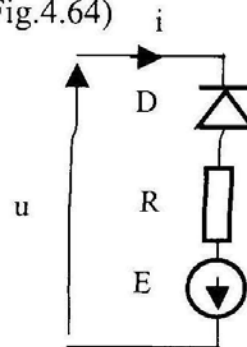


Fig.4.64

• Circuit de la Fig.4.30

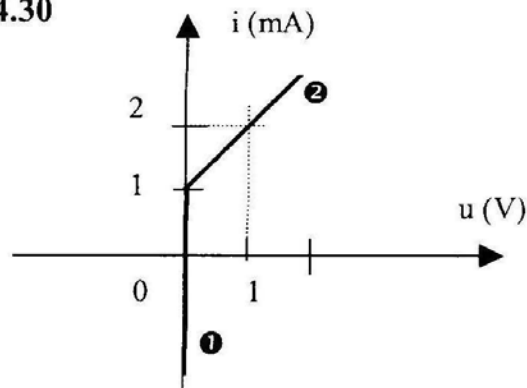


Fig.4.30

- Le segment ❶ correspond à $u = 0$ pour $i < 1$ mA, donc la diode conduit.

- Le segment ② correspond à $u = R i - 1$ pour $i > 1 \text{ mA}$, donc la diode est bloquée.
D'où le circuit suivant : (Fig.4.65)

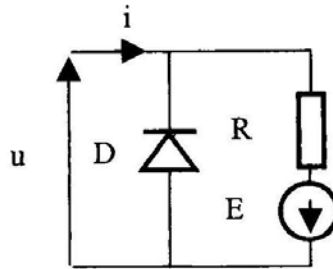


Fig.4.65

- Circuit de la Fig.4.31

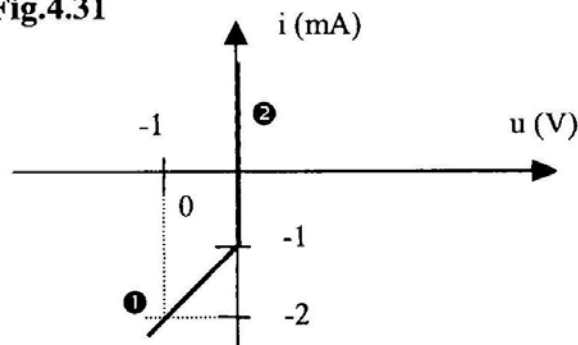


Fig.4.31

- Le segment ① correspond à $u = R i + 1$ pour $i < -1 \text{ mA}$, donc la diode est bloquée.
- Le segment ② correspond à $u = 0$ pour $i > -1 \text{ mA}$, donc la diode conduit.

D'où le circuit suivant : (Fig.4.66)

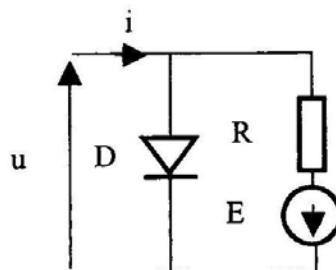


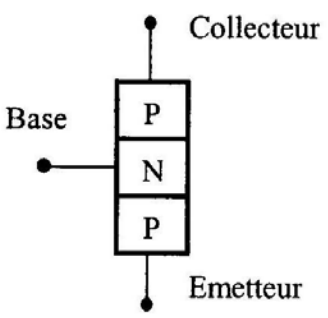
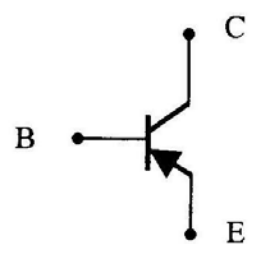
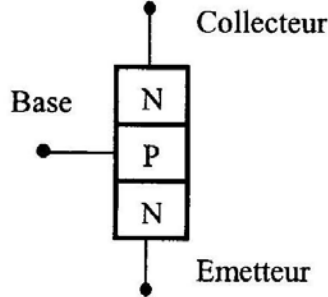
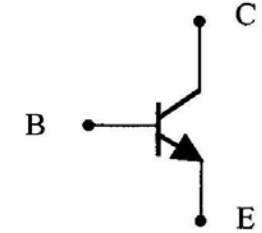
Fig.4.66

CHAPITRE 5
LES TRANSISTORS BIPOLAIRES UTILISES
EN AMPLIFICATEURS

LES TRANSISTORS BIPOLAIRES UTILISES EN AMPLIFICATEURS (RAPPELS DE COURS)

1. Présentation :

Un transistor bipolaire est constitué de deux jonctions PN, on peut distinguer donc deux types de structure PNP et NPN :

Type	Structure	Symbole
PNP		
NPN		

Le transistor bipolaire peut être considéré comme un quadripôle, monté de l'une des trois façons suivantes : (Fig.5.1)

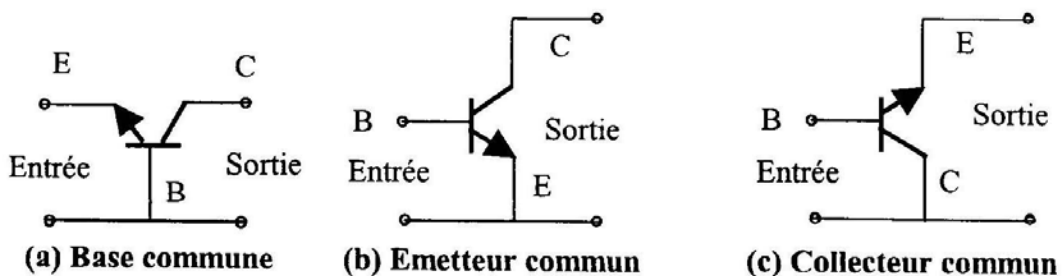


Fig.5.1

Pour un transistor bipolaire PNP (respectivement NPN), on vérifie toujours en valeurs arithmétiques :

$$(I_E)_{\text{Entrant}} = (I_C + I_B)_{\text{Sortants}} \text{ (respectivement } (I_E)_{\text{Sortant}} = (I_C + I_B)_{\text{Entrants}})$$

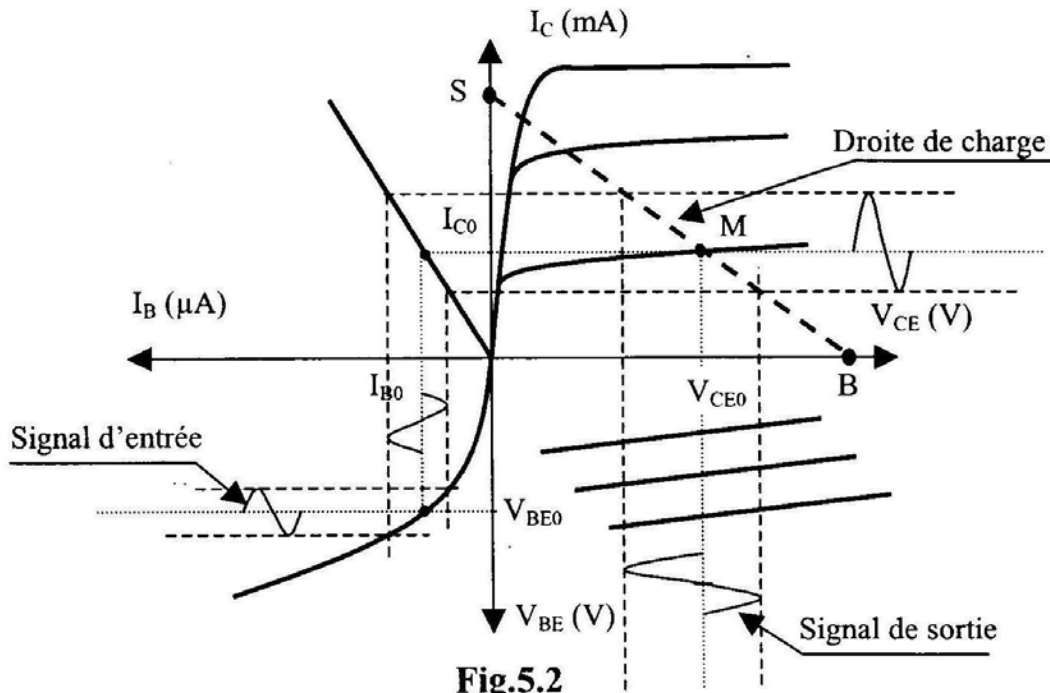
et $I_C = \beta I_B$ avec $\beta \gg 1$ dans la zone de fonctionnement linéaire.
Le montage le plus utilisé est l'émetteur commun.

2. Caractéristiques statiques:

Les caractéristiques statiques d'un transistor bipolaire sont :

- $V_{BE} = f(I_B)$ à $V_{CE} = \text{constante}$.
Réseau de caractéristiques d'entrée.
- $V_{BE} = f(V_{CE})$ à $I_B = \text{constante}$.
Réseau de caractéristiques de transfert en tension.
- $I_C = f(I_B)$ à $V_{CE} = \text{constante}$.
Réseau de caractéristiques de transfert en courant.
- $I_C = f(V_{CE})$ à $I_B = \text{constante}$.
Réseau de caractéristiques de sortie.

Ces caractéristiques sont données par les constructeurs (Fig.5.2)



3. Polarisation d'un transistor:

La technique de polarisation consiste à associer au transistor utilisé des résistances permettant de limiter les courants d'entrée et de sortie et assurant les conditions de fonctionnement normal (point de fonctionnement dans la zone linéaire):

- La jonction Base-Emetteur doit être polarisée en direct, c'est à dire que la base est portée à un potentiel positif par rapport à l'émetteur dans le cas d'un NPN. Cas contraire pour un PNP.
- La jonction Base-Collecteur doit être polarisée dans le sens inverse, c'est à dire le collecteur est porté à un potentiel positif par rapport à la base dans le cas d'un NPN. Dans le cas d'un PNP, il doit être négatif par rapport à celui de la base.

La polarisation la plus utilisée est celle par pont de résistances. Elle est obtenue de la manière suivante : (Fig.5.3)

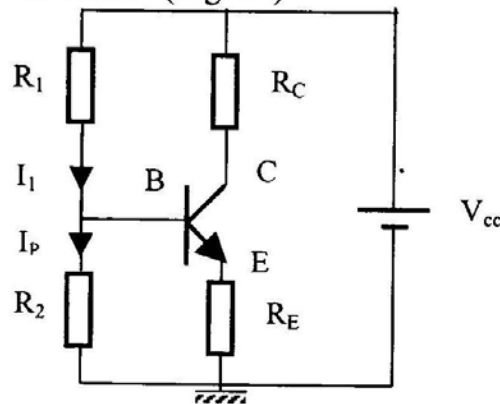


Fig.5.3

Le point de repos du transistor est l'intersection de la caractéristique de sortie avec la droite de charge statique, Fig.5.2, d'équation :

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C + R_E} \quad (\text{si } \beta \gg 1 \quad \text{d'où} \quad I_E \approx I_C)$$

Etant donné le point de repos, qui est généralement choisi au milieu de la droite de charge statique, on pourra trouver les valeurs adéquates de toutes les résistances.

Cette technique de polarisation est la plus adoptée, car elle présente une meilleure stabilisation du point de repos, en fonction de β , ainsi que de point de vue thermique (les caractéristiques du transistor sont très sensibles à sa température).

- Point de repos en B $\Rightarrow I_C = 0$ et $V_{CE} = V_{CC}$: le transistor est bloqué.
- Point de repos en M $\Rightarrow 0 < I_C < I_{\max}$ et $V_{CE} = \frac{V_{CC}}{2}$: le transistor en fonctionnement normal.
- Point de repos en S $\Rightarrow I_C = I_{\max} = \frac{V_{CC}}{R_C + R_E}$ et $V_{CE} = 0$: le transistor est saturé.

4. Limitation en puissance:

Le transistor bipolaire comme tout composant électronique ne peut dissiper qu'une puissance bien déterminée. Cette puissance est donnée par le constructeur. (Fig.5.4).

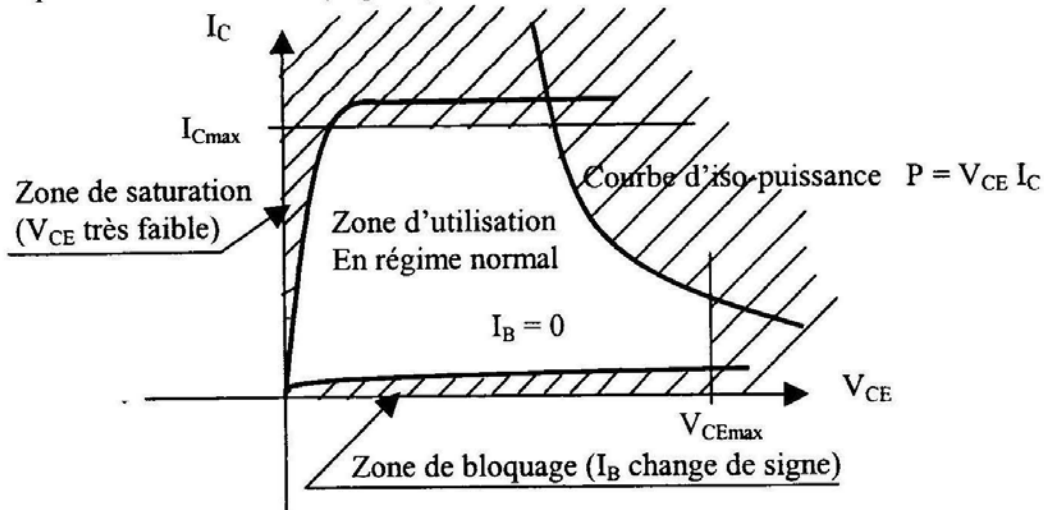


Fig.5.4

La puissance dissipée dans le transistor est :

$$P_{dmax} = V_{BE} \cdot I_B + V_{CE} \cdot I_C$$

Comme $V_{BE} \cdot I_B \ll V_{CE} \cdot I_C$, alors $P_{dmax} \approx V_{CE} \cdot I_C$.

Remarque :

La droite de charge ne doit pas couper l'hyperbole de dissipation maximale, pour ne pas avoir un point de repos dans la zone interdite (zone hachurée).

5. Modélisation en zone linéaire:

Le transistor étant un composant non linéaire, dans une petite région autour du point de repos on admet que les caractéristiques sont linéaires pour pouvoir appliquer les théorèmes généraux. On choisit par exemple les paramètres hybrides pour représenter le modèle linéaire équivalent au transistor, monté en émetteur commun, en basse fréquence et pour les petits signaux autour du point de repos comme suit : (Fig.5.5)

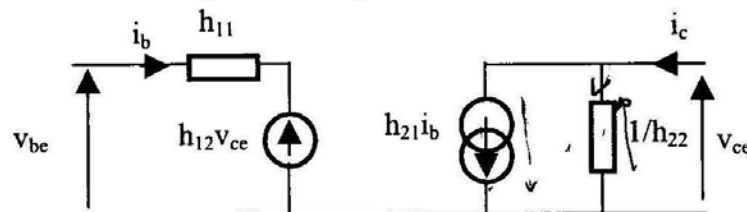


Fig.5.5

En se basant sur ce modèle, on peut écrire :

$$\begin{cases} v_{be} = h_{11}i_b + h_{12}v_{ce} \\ i_c = h_{21}i_b + h_{22}v_{ce} \end{cases}$$

- $h_{11} = \left(\frac{\Delta v_{be}}{\Delta i_b} \right)_{v_{ce}=0}$: Résistance d'entrée à sortie court-circuitée.
- $h_{12} = \left(\frac{\Delta v_{be}}{\Delta v_{ce}} \right)_{i_b=0}$: Rapport de transfert inverse en tension à entrée ouverte, généralement très faible.
- $h_{21} = \left(\frac{\Delta i_c}{\Delta i_b} \right)_{v_{ce}=0}$: Amplification en courant à sortie court-circuitée.
- $h_{22} = \left(\frac{\Delta i_c}{\Delta v_{ce}} \right)_{i_b=0}$: Admittance de sortie à entrée ouverte, généralement très faible.

D'après le réseau de caractéristiques de la Fig.5.4, on remarque qu'une faible variation de I_B engendre une grande variation de I_C sans introduire une distorsion notable. On peut donc dire qu'un transistor bipolaire est un composant permettant d'amplifier l'amplitude d'un signal électrique d'où le nom de montage amplificateur.

Les différents types des montages amplificateurs sont :

- $\left. \begin{array}{l} \text{Entrée sur la base} \\ \text{Sortie sur le collecteur} \end{array} \right\}$ Amplificateur Emetteur commun.
- $\left. \begin{array}{l} \text{Entrée sur la base} \\ \text{Sortie sur l'émetteur} \end{array} \right\}$ Amplificateur Collecteur commun.
- $\left. \begin{array}{l} \text{Entrée sur l'émetteur} \\ \text{Sortie sur le collecteur} \end{array} \right\}$ Amplificateur Base commune.

Pour fonctionner en amplificateur, on doit superposer deux régimes de fonctionnement :

- le régime continu (polarisation du transistor) où les condensateurs se comportent comme des circuits ouverts.
- Le régime petits signaux linéaire où le transistor est représenté par son schéma équivalent généralement en paramètres hybrides.
Ce régime est alternatif, à une fréquence assez grande pour que l'impédance des condensateurs tende vers zéro.
Donc un condensateur de capacité $C \approx 100 \mu\text{F}$ sera comme un court-circuit, en parallèle avec une résistance, on dit que la résistance est découplée à la masse.

Le tableau ci-dessous résume les différentes caractéristiques des différents montages amplificateurs ($\beta \gg 1$):

	Emetteur commun (R_E découplée)	Collecteur commun	Base commune
Amplification en tension	$\approx -\frac{\beta R_C}{h_{11}}$	≈ 1	$\approx \frac{\beta R_C}{h_{11}}$
Amplification en courant	$\approx \beta$	$\approx \beta$	$\approx \beta$
Impédance d'entrée	R_B/h_{11}	$R_B/[h_{11} + \beta R_E]$	$\frac{h_{11}}{\beta}$
Impédance de sortie	R_C	$\frac{h_{11}}{\beta}$	R_C

On peut aussi utiliser un transistor bipolaire en commutation « tout ou rien », entre le point B et le point S (Fig.5.2) on voit l'alternance entre le régime bloqué ($I_C = 0$, $V_{CE} = V_{CC}$) et le régime saturé ($I_C = \frac{V_{CC}}{R_C + R_E}$, $V_{CE} \approx 0$).

LES TRANSISTORS BIPOLAIRES
UTILISES EN AMPLIFICATEURS
(ENONCES DES EXERCICES)

Exercice 1

Le transistor T est caractérisé par un gain statique en courant $\beta = 150$ et une tension $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$.

On désire obtenir pour le point de polarisation $I_C = 2,5 \text{ mA}$, $V_{CE} = 6 \text{ V}$ et $V_E = 2 \text{ V}$.

1. Polarisation par résistance de base (Fig.5.6)

1.1 Calculer les valeurs des résistances R_B , R_C et R_E .

1.2 On remplace le transistor T par un transistor T' de la même famille mais dont le gain statique en courant $\beta = 200$.

Calculer le nouveau point de polarisation du transistor en conservant la valeur des résistances calculées précédemment. Conclure.

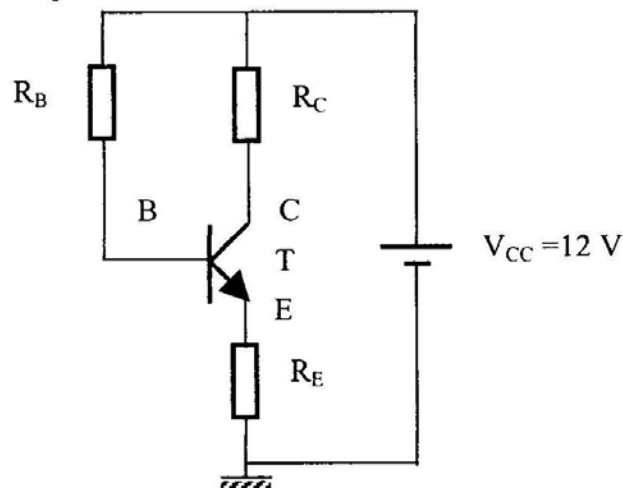


Fig.5.6

2. Polarisation par pont diviseur (Fig.5.7)

Pour fixer le potentiel de base (I_B faible devant I_P), on choisira R_1 et R_2 telles que $I_P = 10 I_B$.

2.1 Calculer les valeurs des résistances R_1 , R_2 , R_C , et R_E .

2.2. Reprendre la question 1.2 et faire une comparaison entre les deux types de polarisation.

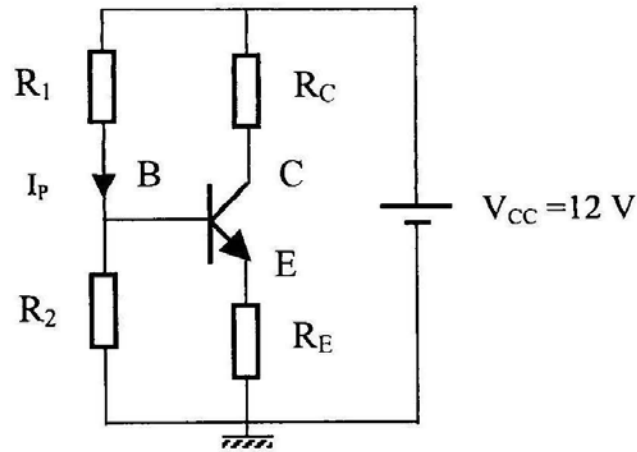


Fig.5.7

Exercice 2

1. Etude statique :

On considère le circuit suivant (Fig.5.8) où la diode Zéner est supposée idéale ($r_d = r_z = 0$ et $V_\gamma = 0$) sa tension Zéner est $V_z = 5,6$ V.

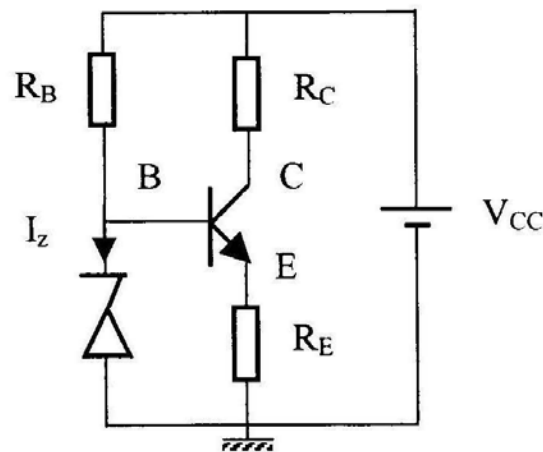


Fig.5.8

Le transistor est caractérisé par les paramètres suivants :

$\beta = 200$ et $V_{BE} = 0,6$ V. On donne $R_B = 500 \Omega$; $R_C = 100 \Omega$; $R_E = 400 \Omega$ et $V_{CC} = 12$ V.

1.1. Montrer que le courant I_C est indépendant de la résistance R_C .

1.2. Déterminer alors le courant I_z .

1.3. Déterminer la tension V_{CE} .

2. Etude dynamique en petits signaux alternatifs autour du point de repos :

On se propose de déterminer la résistance de sortie r_s du montage en tant que source de courant (R_C jouant le rôle de la charge).

Les paramètres hybrides en émetteur commun du transistor sont : $h_{11} = 1,8 \text{ k}\Omega$; $h_{21} = \beta = 200$; $h_{12} = 0$ et $\rho = 1/h_{22} = 40 \text{ k}\Omega$.

2.1. Donner le schéma équivalent à ce montage à vide en régime petits signaux basse fréquence.

2.2. Déterminer la résistance de sortie r_s . Application numérique.

2.3. Conclure.

Exercice 3

On considère le montage schématisé par la Fig.5.9, où les deux transistors T et T' sont identiques. On donne $V_{CC} = 12 \text{ V}$ et on prendra $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$.

1. Exprimer I'_C en fonction de I.
2. Que devient I'_C si $\beta \gg 1$?
3. Déterminer la valeur de R pour que le courant I'_C dans la charge soit de 1,5 mA.

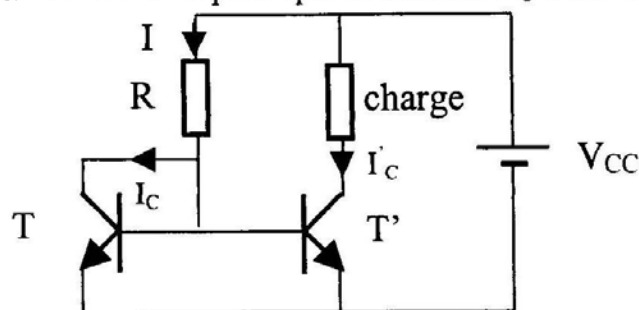


Fig.5.9

Exercice 4

On veut stabiliser une tension en utilisant un transistor bipolaire et une diode Zéner.

Le schéma est celui de la Fig.5.10:

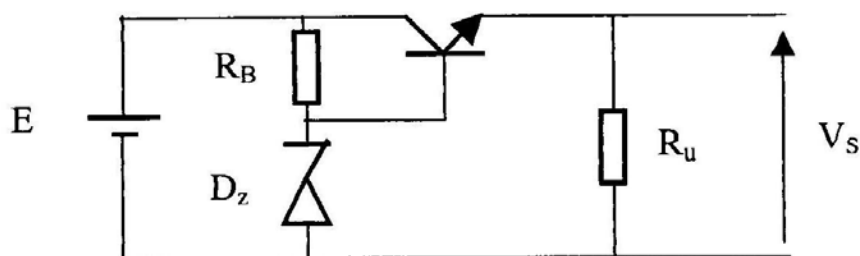


Fig.5.10

On donne pour le transistor : $\beta = 100$; $V_{BE} = 0,6 \text{ V}$ et pour la diode Zéner : $V_Z = 11,6 \text{ V}$; $r_Z = 10 \Omega$. De plus $E = 25 \text{ V}$; $R_B = 1 \text{ k}\Omega$.

1. Montrer que l'on peut écrire $V_S = V_Z - V_{BE}$. On supposera que $(\beta+1)R_C \gg r_Z$.
2. Entre quelles limites peut varier R_u , pour que V_S reste constante. ($1 \text{ mA} < I_B < 10 \text{ mA}$).
3. Quelle est la puissance maximale dissipée dans la charge R_u ?

Exercice 5

1. Soit le montage de la Fig.5.11.

On suppose que le condensateur C a une impédance nulle aux fréquences de travail.

$V_{CC} = 12 \text{ V}$; $R_C = 4,7 \text{ k}\Omega$; $R_1 = 80 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 8 \text{ k}\Omega$; $h_{11} = 1,8 \text{ k}\Omega$;
 $h_{21} = \beta = 100$ et $h_{12} = h_{22} = 0$.

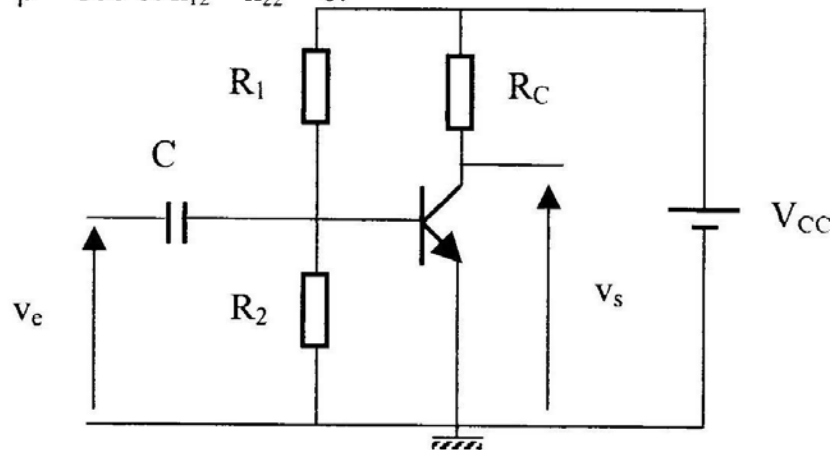
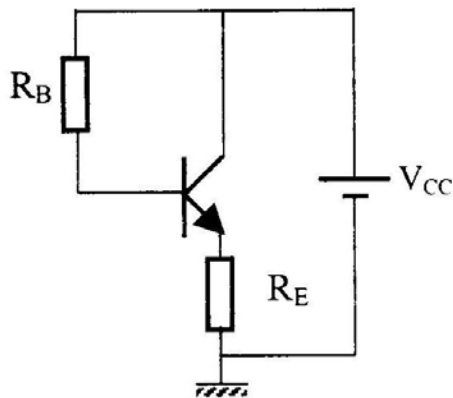
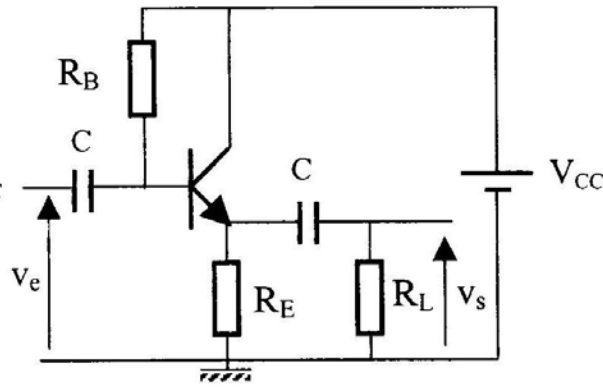


Fig.5.11

- 1.1. Donner le schéma équivalent du montage en régime basse fréquence petits signaux.
- 1.2. Calculer les résistances d'entrée R_e et de sortie R_s .
- 1.3. Calculer l'amplification en tension $A_V = v_s/v_e$.
- 1.4. Conclure.
2. On peut augmenter la résistance d'entrée, en plaçant une résistance d'émetteur R_E ($R_E = 800 \Omega$).
Reprendre les mêmes questions que précédemment.
3. On met un condensateur C_E en parallèle avec R_E , étudier l'effet de ce condensateur sur le gain en tension A_V .

Exercice 6

Le condensateur C a une impédance nulle aux fréquences de travail.

I- Droites de charge - Polarisation**Fig.5.12****Fig.5.13**

Soit le schéma de montage représenté par la Fig.5.12. La tension d'alimentation est $V_{CC}=20V$. Le point de fonctionnement choisi est défini par : $V_{CE}=7V$; $I_C=10mA$; $V_{BE}=0,6V$ et $I_B=0,1mA$. On négligera I_B devant I_C .

I.1. Quelle est l'équation de la droite de charge statique ? Déduire la valeur de R_E et R_B .

I.2. Le transistor fonctionne en amplificateur. Une tension v_e sinusoïdale est appliquée à l'entrée du montage par l'intermédiaire du condensateur C. On recueille une tension de sortie v_s aux bornes de R_L qui représente la charge (Fig.5.13).

I.2.1. Afin d'obtenir un signal de sortie d'amplitude maximum (7 V), le point de fonctionnement du transistor est au milieu de la droite de charge dynamique. Montrer que l'équation de cette dernière est :

$V_{CE} + R I_C = E$ avec $R = R_L R_E / (R_L + R_E)$ et $E = 14V$. Calculer R et déduire la valeur de R_L .

I.2.2. Tracer sommairement les droites de charge statique et dynamique sur un graphe I_C en fonction de V_{CE} .

II- Régime de petits signaux.

Les paramètres hybrides du transistor sont :

$$h_{11} = 1000 \Omega ; h_{12} = 0 ; h_{21} = \beta = 100 ; h_{22} = 0.$$

II.1. Etude à vide : la charge R_L est déconnectée.

II.1.1. Donner le schéma équivalent du montage.

II.1.2. On suppose $h_{11} \ll (\beta + 1) R_E$. Montrer que le gain en tension du montage est voisin de l'unité et la résistance de sortie voisine de : h_{11} / β

II.1.3. Calculer la résistance d'entrée du montage. A partir des éléments calculés précédemment proposer un schéma équivalent simplifié du montage.

II.2. Donner le schéma équivalent du montage en charge. Quelle est son amplification en courant ? (A.N).

II.3. Conclure.

Exercice 7

Le but de cet exercice est de montrer qu'en régime de petits signaux le montage proposé (Fig.5.14) est équivalent à un transistor unique, de base B, d'émetteur E et de collecteur C, dont on se propose de calculer le gain en courant β et la résistance d'entrée r .

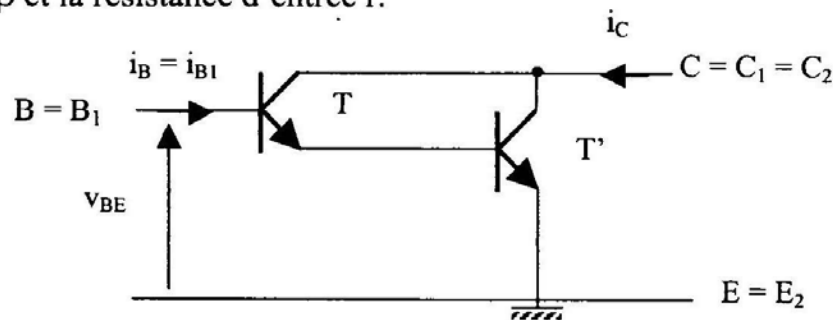


Fig.5.14

Les paramètres hybrides du transistor T_1 sont :

$$h_{11} = r_1 = 1 \text{ k}\Omega \quad h_{12} = h_{22} \cong 0 \quad h_{21} = \beta_1 = 100$$

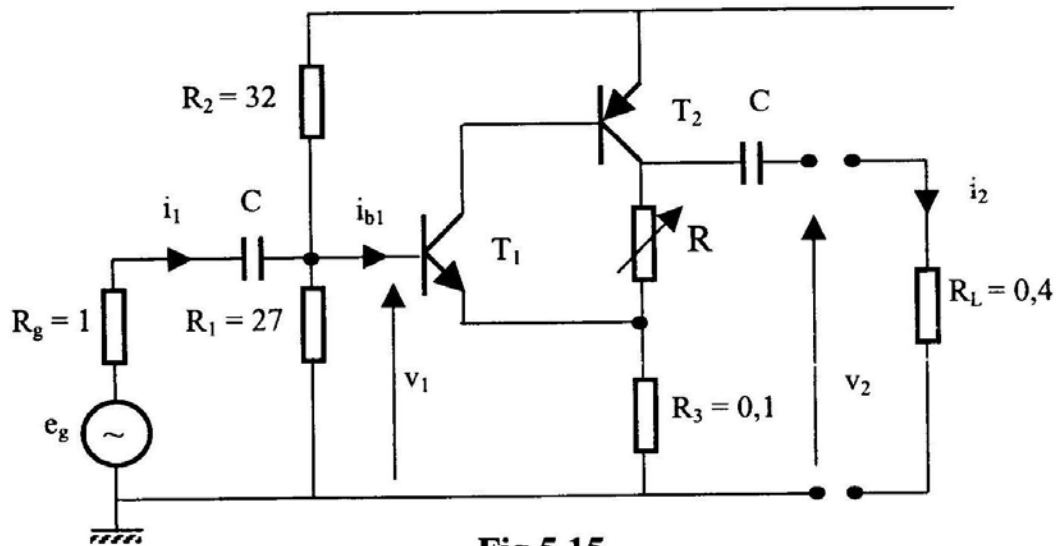
Les paramètres hybrides du transistor T_2 sont :

$$h'_{11} = r_2 = 1 \text{ k}\Omega \quad h'_{12} = h'_{22} \cong 0 \quad h'_{21} = \beta_2 = 20$$

1. Donner le schéma équivalent du montage en régime de petits signaux.
2. Exprimer i_C en fonction de i_B , β_1 et β_2 . En déduire l'expression de l'amplification en courant $\beta = i_C / i_B$.
3. Calculer la résistance d'entrée $r = V_{BE} / i_B$.
4. Préciser le type du transistor (NPN ou PNP). Quel est l'intérêt du montage?

Exercice 8 :

Soit le montage de la Fig.5.15. Toutes les résistances sont en $k\Omega$. Les condensateurs sont considérés comme des courts-circuits pour les fréquences utilisées. R est une résistance variable de valeur maximale $R_{\max} = 4,7 k\Omega$.

**Fig.5.15**

Sachant que :

- pour T_1 : $h_{11} = 2 k\Omega$; $h_{21} = 120$; $h_{22} = 0$; $h_{12} = 0$
- pour T_2 : $h'_{11} = 0,3 k\Omega$; $h'_{21} = 80$; $h'_{22} = 0$; $h'_{12} = 0$

1. Donner le schéma équivalent du montage en régime petits signaux basse fréquence.
2. **Calculer** :
 - a- la résistance d'entrée et le gain en tension à vide (A_{v0}) (R_L débranchée)
 - b- la résistance de sortie
 - c- le gain en courant $A_i = i_2/i_1$
 - d- le gain en tension (A_v) en charge
 - e- en déduire le gain en puissance ($A_p = A_v A_i$). Commenter les résultats obtenus et envisager une application à ce montage.

Exercice 9 :

L'entrée du montage (Fig.5.16) est attaquée par un générateur de tension $v_e(t)$ par l'intermédiaire d'un condensateur de forte capacité $C_e = 4,4 \mu F$. La sortie du montage est prise sur le collecteur.

Dans les premières questions de ce problème, on négligera l'impédance du condensateur $C_e (1/C_e \omega \cong 0)$. Par contre, pour se rapprocher d'un cas réel, on tiendra compte de l'existence d'un condensateur parasite de capacité C_{bc} dont la présence est due à la jonction collecteur-base, polarisée en inverse.

On donne $R_C = 600 \, \Omega$

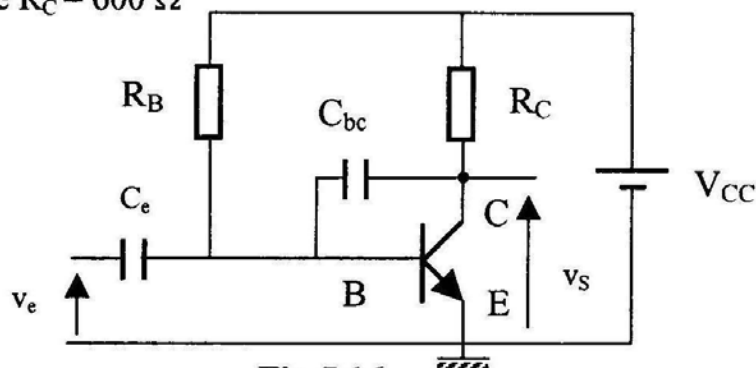


Fig.5.16

Les paramètres hybrides du transistor monté en émetteur commun sont :

$$h_{11} = 1800 \, \Omega ; \quad h_{21} = \beta = 180 ; \quad 1/h_{22} = \rho = 20 \, \text{k}\Omega \quad \text{et} \quad h_{12} = 0.$$

1. Donner le schéma équivalent du montage (pour le transistor on prendra un schéma à une source de courant).

2. On tient compte du fait que $\rho \gg R_C$, $R_B \gg h_{11}$ et $1/C_e \omega \cong 0$. Simplifier le schéma équivalent du montage.

3. On pose $\underline{Z} = 1/(jC_{bc}\omega)$. Calculer l'amplification en tension du montage en fonction de \underline{Z} et des données du problème. Montrer que si $\omega \rightarrow 0$ cette amplification est celle du montage émetteur commun tandis que si $\omega \rightarrow \infty$ cette amplification tend vers 1.

Calculer le module $|A_{V0}|$ de l'amplification pour $\omega = 0$ et en déduire l'existence d'une fréquence de coupure haute. Tracer la courbe du gain en tension du montage.

4. Donner l'expression de la fréquence de coupure haute f_{ch} (on utilisera

l'approximation $\left(\frac{h_{11}}{\beta R_C}\right)^2 \ll 1$. Calculer f_{ch} pour $C_{bc} = 40 \, \text{pF}$

5. A basse fréquence on peut négliger C_{bc} . Montrer que le condensateur C_e introduit une fréquence de coupure basse f_{cb} . Calculer cette fréquence et tracer la courbe du gain en tension du montage.

Exercice 10

Les deux transistors sont identiques et sont polarisés au même point de repos P (Fig.5.17). Pour chacun des transistors on a fixé ce point P tel que :

$$V_{CE} = 4\text{V} ; \quad V_{BE} = 0,8 \text{V} ; \quad I_C = 1 \text{mA} \quad \text{et} \quad I_B = 10 \, \mu\text{A}$$

De plus $E = 12\text{V} ; R_C = 3R_E$ et $R_3 = 18 \, \text{k}\Omega$.

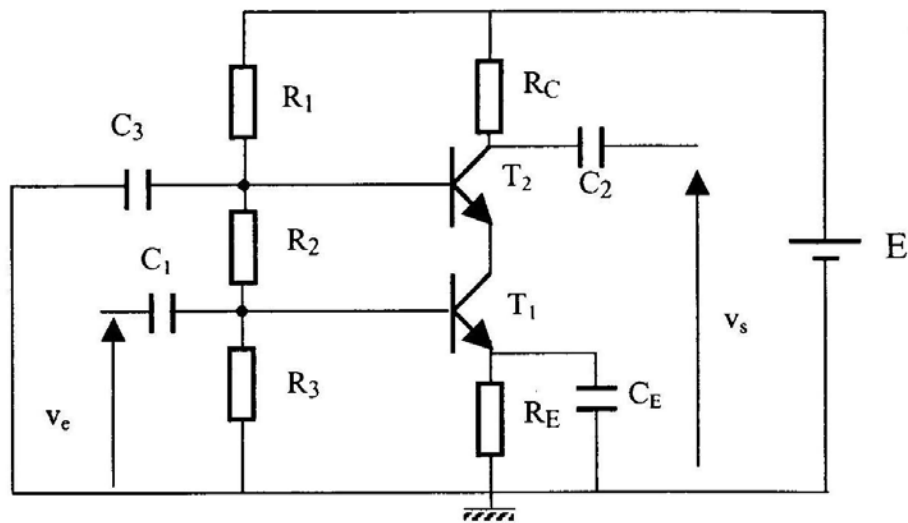


Fig.5.17

1. Calculer les valeurs manquantes des éléments de polarisation ainsi que les courants I_1 , I_2 et I_3 dans, respectivement, les résistances R_1 , R_2 et R_3 et les potentiels par rapport à la masse de tous les points du circuit. On négligera 1 devant β .

2. Les condensateurs sont des courts-circuits parfaits aux fréquences de travail. Déterminer le type de montage de chaque transistor et donner le schéma équivalent de l'amplificateur.

On donne les paramètres hybrides : $h_{11} = 1,2 \text{ k}\Omega$; $h_{21} = \beta = 100$; $h_{22} = h_{12} = 0$.

3. Déterminer la résistance d'entrée du transistor T_2 vue de T_1 et l'amplification en tension de T_2 .

4. Déterminer l'amplification en tension et la résistance d'entrée de T_1 chargé par T_2 et en déduire l'amplification en tension totale.

Exercice 11

On considère le montage de la Fig.5.18, où les transistors sont identiques et on donne :

$$R_1 = R_C = 3,9 \text{ k}\Omega ; R_2 = 56 \text{ k}\Omega ; R_E = 1,8 \text{ k}\Omega ;$$

$$h_{11} = 1 \text{ k}\Omega ; h_{21} = 80 ; h_{12} = h_{22} = 0.$$

Le condensateur C a une impédance nulle aux fréquences de travail.

1. Donner le schéma équivalent du montage en mode petits signaux basse fréquence.

2. Déterminer les tensions v_{S1} et v_{S2} et montrer qu'on peut écrire :

$$v_{s1} = \frac{A_d}{2} e_d + A_{MC} \cdot e_{MC}$$

$$v_{s2} = -\frac{A_d}{2} e_d + A_{MC} \cdot e_{MC}$$

avec $e_d = v_{e1} - v_{e2}$ et $e_{MC} = \frac{v_{e1} + v_{e2}}{2}$

3. Calculer le taux de réjection du mode commun défini par :

$$T.R.M.C = 20 \log(A_d/A_{MC})$$

4. Proposer une solution pour améliorer le T.R.M.C.

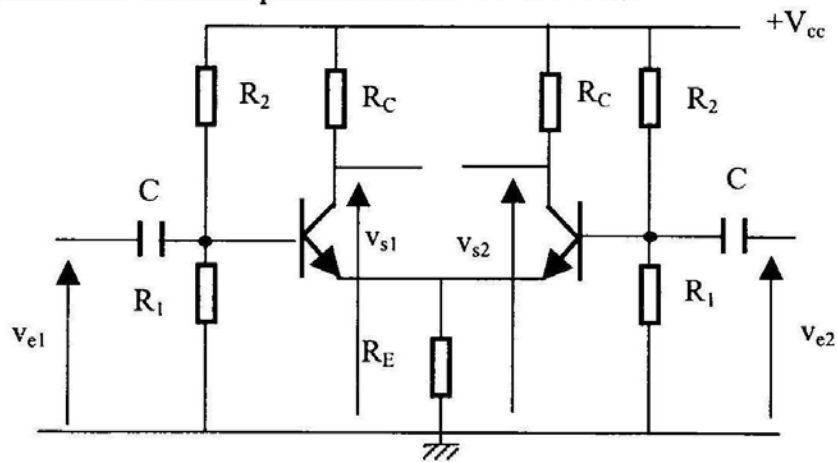


Fig.5.18

Exercice 12

On se propose d'étudier un montage amplificateur. A partir d'un schéma de base (Fig.5.19) on essaiera d'améliorer les caractéristiques de l'amplificateur, et plus précisément la résistance d'entrée.

Les transistors T_1 et T_2 utilisés dans les différents montages sont définis par leurs paramètres hybrides en émetteur commun :

$$h_{11} = r = 1 \text{ k}\Omega; \quad h_{21} = \beta = 100 \quad \text{et} \quad h_{12} = h_{22} = 0$$

On étudie tout d'abord le montage de la Fig.5.19.

A. Etude Statique :

On désire obtenir le point de fonctionnement en régime continu (point de repos) de coordonnées $I_C = 5 \text{ mA}$; $V_{CE} = 20 \text{ V}$ et $V_{BE} = 0,6 \text{ V}$.

D'autre part on a $R_{E0} = R_{C0}$ et on prend $I_P = 8 I_B$

Déterminer les valeurs des résistances R_{C0} , R_{E0} , R_{B1} et R_{B2} à adopter.

B. Etude dynamique :

I. On attaque le montage avec un générateur de f . é. m. e_g et de résistance interne R_g .

Les condensateurs C_0 , C_1 et C_2 ont des impédances négligeables à la fréquence du générateur.

On définit deux sorties : v_1 et v_2 .

1. Déterminer le schéma équivalent du montage aux petits signaux.

2. En notant $R_B = R_{B1}/R_{B2}$; $R_E = R_{E0}/R_{EU}$ et $R_C = R_{C0}/R_{CU}$ exprimer (expressions littérales) :

- les gains en tension $A_{V1} = v_1/v_e$ et $A_{V2} = v_2/v_e$
- la résistance d'entrée $R_e = v_e/i_e$
- les résistances de sortie R_{S1} et R_{S2} correspondant respectivement aux sorties v_1 et v_2 . On pourra noter $R_0 = (R_g/R_B) + h_{11}$ pour ce calcul.

3. On néglige 1 devant β ($\beta \gg 1$)

A quelle condition a-t-on $|A_{V1}| = |A_{V2}|$? Les deux sorties sont-elles équivalentes ?

4. **A.N.** : $R_{CU} = R_{EU} = R_{C0} = R_{E0} = 2 \text{ k}\Omega$, $R_g = 10 \text{ k}\Omega$, $R_B = 20 \text{ k}\Omega$

Calculer A_{V1} , A_{V2} , R_e , R_{S1} et R_{S2} .

II. Afin d'accroître l'impédance d'entrée, on ajoute l'ensemble (R_3 , C_3) (montage bootstrap) selon la Fig.5.20. On admettra que l'impédance de C_3 est nulle aux fréquences considérées. On prend $R_3 = 5 \text{ k}\Omega$.

1. Donner le schéma équivalent en petits signaux basse fréquence et calculer la résistance de charge équivalente R_{E1} (pour v_1).

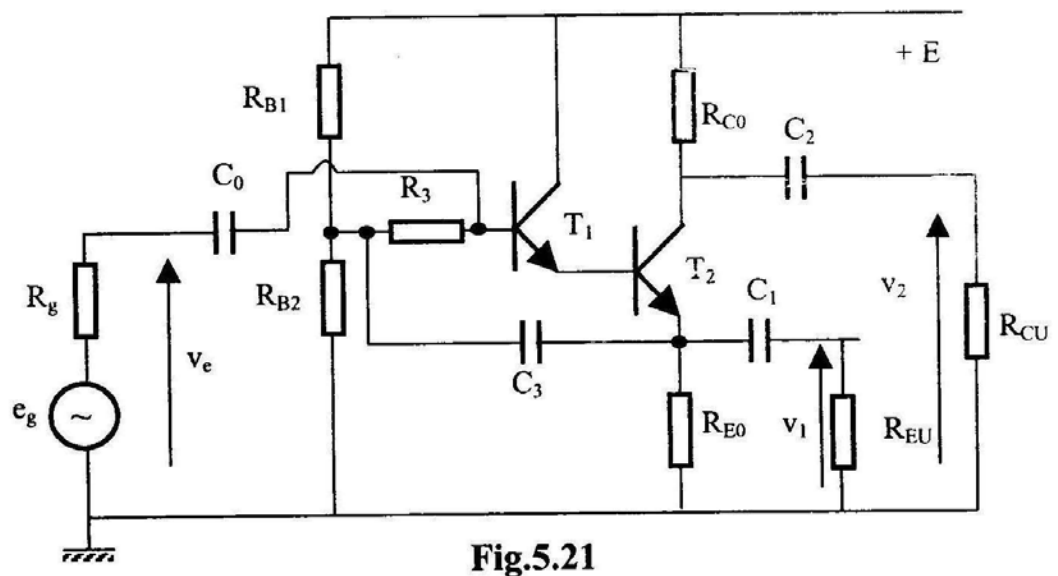
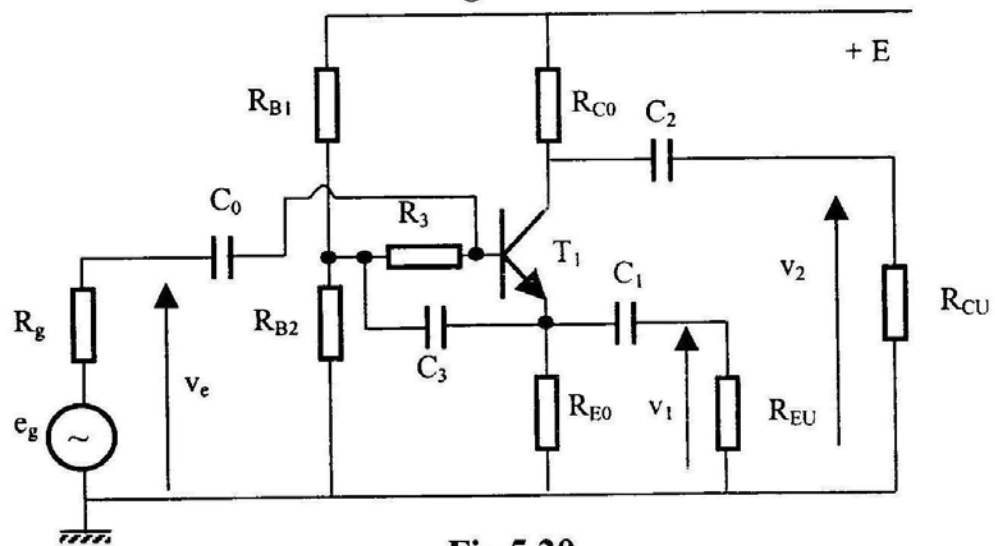
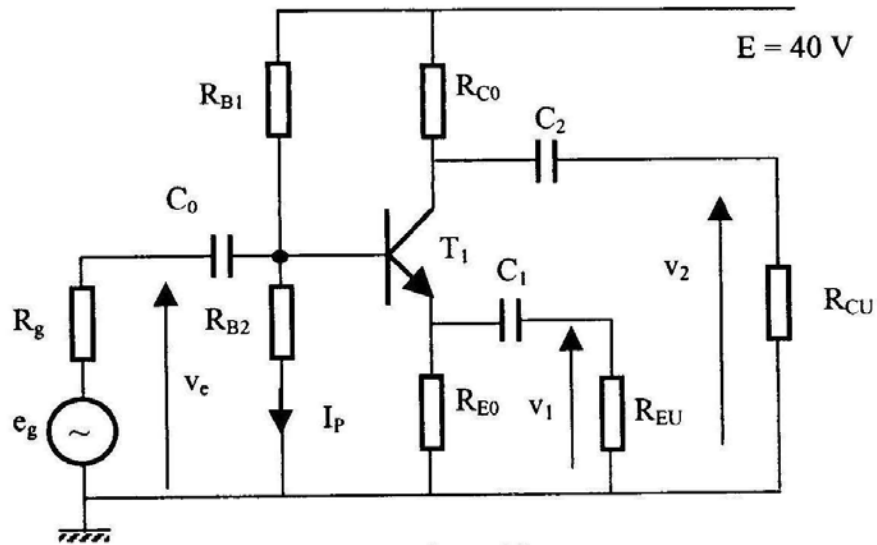
2. Calculer $A'_v = v_1/v_e$ et la nouvelle résistance d'entrée de l'étage R_{e1} .

3. Comparer aux valeurs trouvées précédemment.

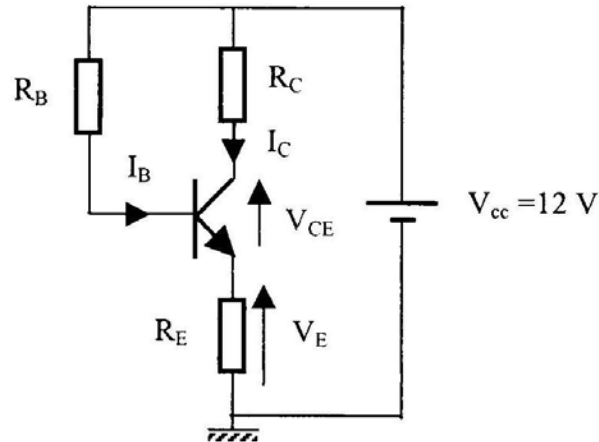
III. L'impédance d'entrée calculée précédemment est jugée encore trop faible. Pour l'augmenter, on utilise un montage Darlington tout en conservant le dispositif (R_3 , C_3), mais avec $R_3 = 50 \text{ k}\Omega$, selon la Fig.5.21.

1. Calculer $A''_{v1} = v_1/v_e$ et la nouvelle résistance d'entrée du montage R_{e2} .

2. Conclure.



LES TRANSISTORS BIPOLAIRES
UTILISES EN AMPLIFICATEURS
(CORRIGES DES EXERCICES)

Exercice 1**1. Polarisation par résistance de base :****1.1.****Fig.5.6**

En appliquant la loi des mailles pour la maille de sortie on a :

$$V_{CC} = R_C I_C + V_{CE} + V_E \quad (5.1)$$

$$\text{d'où} \quad R_C = \frac{V_{CC} - V_{CE} - V_E}{I_C}$$

$$\text{et} \quad R_E = \frac{V_E}{I_E} \approx \frac{V_E}{I_C} \quad (I_E \approx I_C \text{ car } \beta \gg 1)$$

$$\underline{\text{A.N.}} : R_C = \frac{4 \cdot 10^3}{2,5} = 1,6 \text{ k}\Omega \quad \text{et} \quad R_E = \frac{2 \cdot 10^3}{2,5} = 800 \Omega$$

Pour la maille d'entrée on peut écrire :

$$V_{CC} = R_B I_B + V_{BE} + V_E \quad (5.2)$$

$$\text{d'où} \quad R_B = \frac{V_{CC} - V_{BE} - V_E}{I_B} = \beta \frac{V_{CC} - V_{BE} - V_E}{I_C}$$

$$\underline{\text{A.N.}} : R_B = \frac{150(12 - 0,7 - 2) \cdot 10^3}{2,5} = 558 \text{ k}\Omega$$

1.2. D'après les équations (5.1) et (5.2) on a :

$$V_{CE} = V_{CC} - (R_C + R_E) I_C$$

$$\text{et } I_C = \beta \frac{V_{CC} - V_{BE} - V_E}{R_B}$$

$$\text{On obtient } I_C = \frac{200(12 - 0,7 - 2)}{558.10^3} = 3,33 \text{ mA}$$

$$\text{et } V_{CE} = 12 - (1,6 + 0,8) 3,33 = 4 \text{ V}$$

En résumé : Pour le transistor T:

$$V_{CE1} = 6\text{V}; I_{C1} = 2,5 \text{ mA}; V_{BE1} = 0,7 \text{ V}; I_{B1} = 16,67 \mu\text{A}$$

Pour le transistor T' :

$$V_{CE2} = 4 \text{ V}; I_{C2} = 3,33 \text{ mA}; V_{BE2} = 0,7 \text{ V}; I_{B2} = 16,7 \mu\text{A}$$

On remarque que dans ce type de polarisation le point de fonctionnement dépend des paramètres statiques du transistor.

2. Polarisation par pont diviseur :

D'après le théorème de Thévenin on peut faire la transformation suivante : (Fig.5.22)

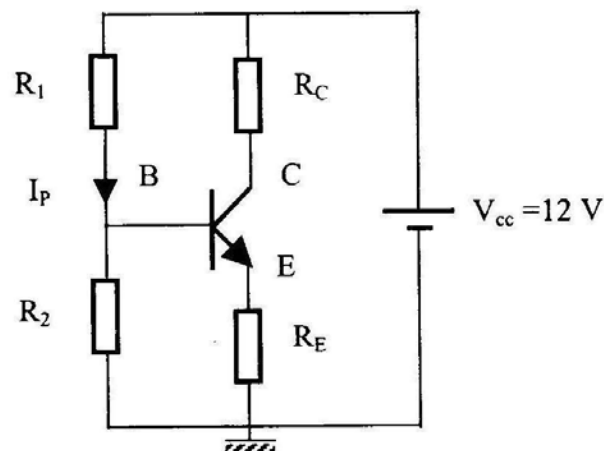


Fig.5.7

2.1. Sur la figure 5.7, la maille de sortie étant la même que pour le circuit de la figure 5.6, les équations donnant \$R_C\$ et \$R_E\$ peuvent être aussi utilisées, nous aurons donc :

$$\underline{\text{A.N.}} : R_C = \frac{4.10^3}{2,5} = 1,6 \text{ k}\Omega \quad \text{et} \quad R_E = \frac{2.10^3}{2,5} = 800 \Omega$$

D'autre part :

On peut écrire : $V_{CC} = R_1 I_P + V_{BE} + V_E$

$$I_P = 10 I_B = 10 I_C / \beta$$

$$\text{et } R_1 = \beta \frac{V_{CC} - V_{BE} - V_E}{10 I_C}$$

$$\text{A.N : } R_1 = 150 \frac{(12 - 0,7 - 2) \cdot 10^3}{10 \cdot 2,5} = 55,8 \text{ k}\Omega$$

de plus : $9 R_2 I_B = V_{BE} + V_E$

$$\text{d'où } R_2 = \beta \frac{V_{BE} + V_E}{9 I_C}$$

$$\text{A.N : } R_2 = 150 \frac{(2,7) \cdot 10^3}{9 \cdot 2,5} = 18 \text{ k}\Omega$$

En résumé : $R_1 = 55,8 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 18 \text{ k}\Omega$; $R_C = 1,6 \text{ k}\Omega$; $R_E = 800 \Omega$

2.2. Si on remplace T par T' dont $\beta = 200$.

En utilisant la transformation du schéma à l'aide du théorème de Thévenin (Fig.5.22), on peut écrire :

$$V_{CE} = V_{CC} - (R_C + R_E) I_C \quad (\beta \gg 1)$$

$$E_T - R_T I_B = V_{BE} + R_E I_E$$

$$\text{Avec } R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 13,6 \text{ k}\Omega$$

$$E_T = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} = 2,93 \text{ V}$$

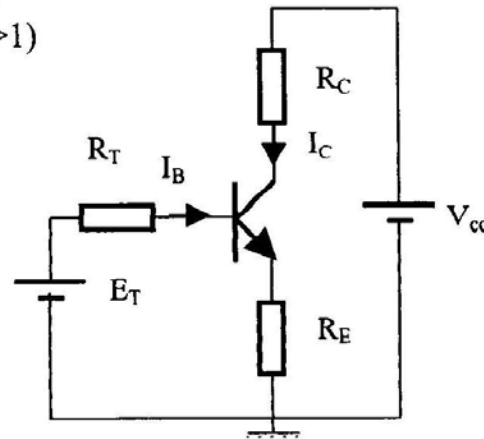


Fig.5.22

On obtient :

$$I_E = \frac{E_T - V_{BE}}{R_E + \frac{R_T}{\beta + 1}}$$

$$\text{A.N : } I_E = 2,58 \text{ mA}$$

$$\text{et } I_C = \frac{\beta}{\beta + 1} I_E = 2,56 \text{ mA}$$

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = 12,8 \mu\text{A}$$

$$V_{CE} = V_{CC} - (R_C + R_E) I_C$$

$$V_{CE} = 5,85 \text{ V}$$

En conclusion

Le point de polarisation varie peu par rapport au montage par résistance de base. En effet : l'erreur relative sur I_C et V_{CE} passe de 33% au premier cas à 2.5 % pour le deuxième.

$$\Delta I_C / I_C = 33\%$$

$$\Delta V_{CE} / V_{CE} = 33\%$$

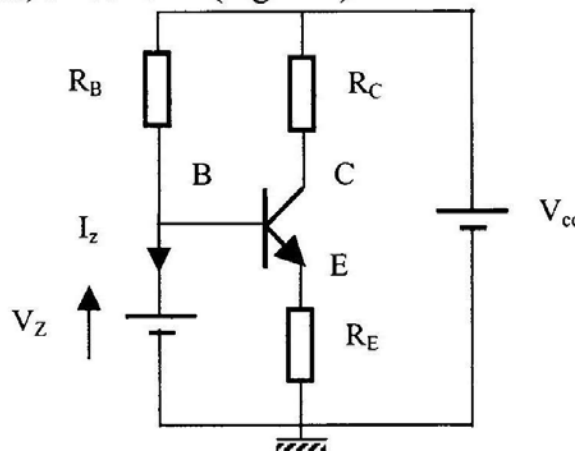
$$\Delta I_C / I_C = 2,4 \%$$

$$\Delta V_{CE} / V_{CE} = 2,5\%.$$

Le montage par pont de résistance est donc mieux adapté en pratique étant donné la dispersion des gains β pour une même famille de transistors, et leur variation avec la température.

Exercice 2**1- Etude statique :**

La diode Zéner est polarisée en sens inverse et on la remplace par son schéma équivalent, on obtient : (Fig.5.23)

**Fig.5.23**

1.1. En écrivant la loi des mailles pour le circuit diode Zéner-base-émetteur on aura :

$$V_Z - V_{BE} - R_E I_E = 0 \quad \text{soit} \quad I_E = \frac{V_Z - V_{BE}}{R_E}$$

$$\text{Or } I_E = I_C + I_B \quad \text{et} \quad I_C = \beta I_B \quad \text{d'où} \quad I_E = \frac{\beta + 1}{\beta} I_C \quad \text{et comme}$$

$\beta \gg 1$, on peut écrire $I_E \approx I_C$

soit enfin :

$$I_C = \frac{\beta}{\beta + 1} \frac{V_Z - V_{BE}}{R_E} \approx \frac{V_Z - V_{BE}}{R_E}$$

I_C est bien indépendant de R_C et il est constant.

A.N.

$$I_C = \frac{5,6 - 0,6}{400} = 12,5 \text{ mA.}$$

1.2. On peut écrire :

$$V_{CC} = R_B(I_Z + I_B) + V_Z \quad \text{soit} \quad I_Z = \frac{V_{CC} - V_Z}{R_B} - I_B \quad \text{Avec} \quad I_B = \frac{I_C}{\beta}$$

$$\text{Soit} \quad I_Z = \frac{V_{CC} - V_Z}{R_B} - \frac{I_C}{\beta}$$

A.N :

$$I_Z = \frac{12 - 5,6}{500} - \frac{12,5}{200} 10^{-3} = 12,74 \text{ mA}$$

1.3. En écrivant la loi des mailles pour la maille de sortie on a :

$$V_{CC} = V_{CE} + (R_C + R_E) I_C \quad \text{en supposant que} \quad I_C \approx I_E \quad (\text{car} \quad \beta \gg 1).$$

$$\text{Soit} \quad V_{CE} = V_{CC} - (R_C + R_E) I_C$$

A.N :

$$V_{CE} = 12 - (500 \times 12,5 \cdot 10^{-3}) = 6,25 \text{ V}$$

2- Etude dynamique :

2.1. Remarquons tout d'abord que si on veut utiliser ce montage en régime variable il ne peut être alors utilisé qu'en base commune, le signal d'entrée est appliqué éventuellement sur l'émetteur et la sortie se fait sur le collecteur. En effet, on obtient le schéma équivalent au montage en régime petits signaux basse fréquence en éteignant V_{CC} et V_Z (puisque se sont des tensions continues) la base se trouve ainsi découplée à la masse, d'où : (Fig.5.24)

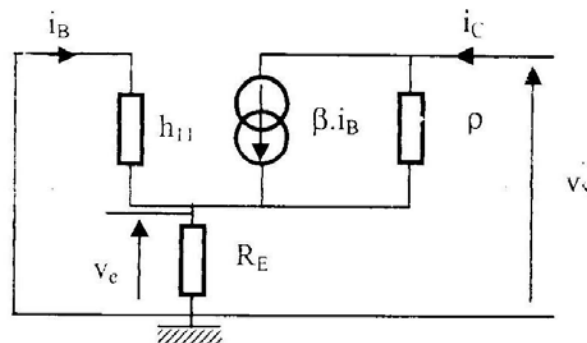


Fig.5.24

2.2. Pour déterminer la résistance de sortie R_S (celle du montage en tant que source de courant par rapport à R_C), on place un générateur de tension v_S parfait à la sortie du circuit, ce générateur débitera un courant i_S (Fig.5.25) et R_S est donnée par $R_S = v_S/i_S$.

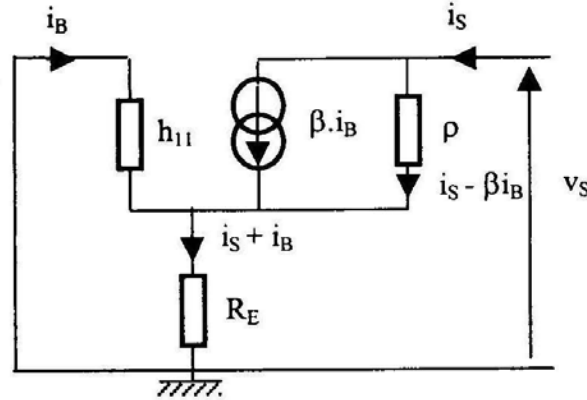


Fig.5.25

$$\text{On a } v_S = \rho(i_S - \beta i_B) + R_E(i_S + i_B)$$

$$\text{D'où } v_S = (\rho + R_E) i_S + (R_E - \rho\beta) i_B \quad (5.3)$$

$$\text{D'autre part : } h_{11} i_B = -R_E(i_S + i_B) \Leftrightarrow (h_{11} + R_E) i_B = -R_E i_S$$

$$\text{D'où } i_B = \frac{-R_E}{h_{11} + R_E} i_S \quad (5.4)$$

A partir des équations (5.3) et (5.4), on obtient :

$$v_S = \left[\frac{\rho(h_{11} + R_E) + h_{11}R_E + \rho\beta R_E}{h_{11} + R_E} \right] i_S$$

D'où

$$R_S = \frac{v_S}{i_S} = \rho \left(1 + \frac{\beta R_E}{h_{11} + R_E} \right) + \frac{h_{11} R_E}{h_{11} + R_E}$$

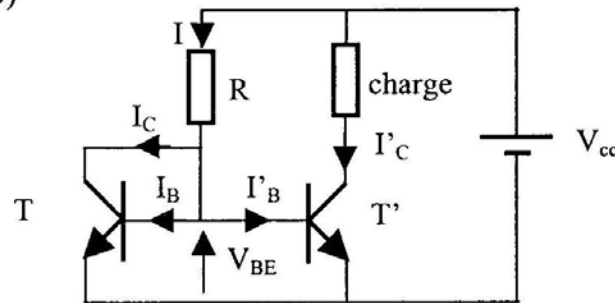
A.N. :

$$R_S = 40.10^3 \left(1 + \frac{200.0,4}{1,8 + 0,4} \right) + \frac{1,8.0,4}{1,8 + 0,4} 10^3 = 1,5 \text{ M}\Omega$$

2.3. On a bien une source de courant vis-à-vis de R_C de résistance interne très élevée.

Exercice 3

Les deux transistors sont identiques ($\beta = \beta'$) et ils ont la même tension V_{BE} . On déduit qu'ils sont parcourus par le même courant de base, d'où le schéma suivant : (Fig.5.26)

**Fig.5.26**

3.1. On peut écrire d'après la loi des nœuds

$$I = I_C + I_B + I'_B = I_C + 2 I_B$$

Or, puisque $I_B = I'_B$ et $\beta = \beta'$ alors $I_C = \beta I_B = I'_C$

D'où
$$I = I_C + 2 \frac{I'_C}{\beta} = \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) I'_C$$

Enfin

$$I'_C = \frac{\beta}{\beta + 2} I$$

3.2. Si $\beta \gg 1$ alors $I'_C \approx I = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R}$

3.3. D'après 3.2.

$$R = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{I}$$

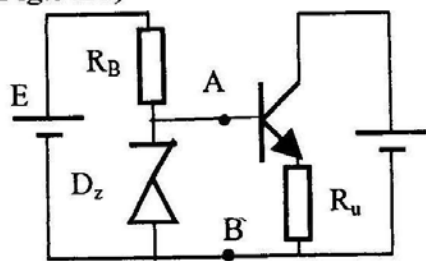
A.N. :

$$V_{CC} = 12 \text{ V}, V_{BE} = 0,7 \text{ V et } I = 1,5 \text{ mA}$$

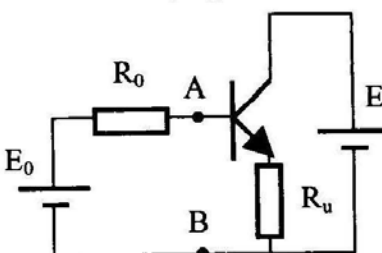
$$R = \frac{12 - 0,7}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 7,5 \text{ k}\Omega$$

Exercice 4Preliminaire :

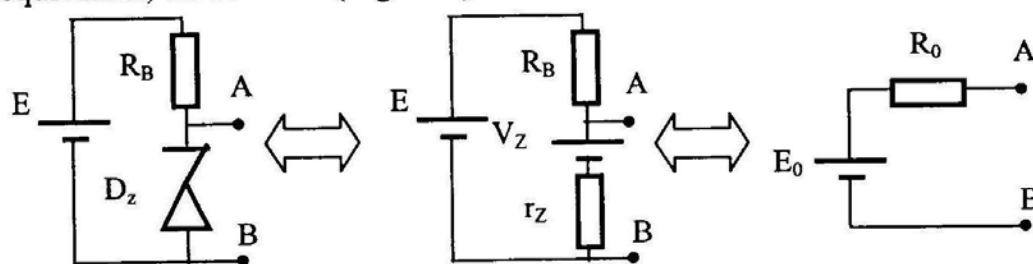
Le schéma du montage est équivalent au suivant : (Fig.5.27 ou bien Fig.5.28)

**Fig.5.27**

↔ Ou bien ↔

**Fig.5.28**

où E_0 et R_0 sont respectivement la f.é.m. et la résistance interne du générateur équivalent de Thévenin vu des points A et B. Sachant que la diode Zener est polarisée en sens inverse, on la remplace par son schéma équivalent, on obtient : (Fig.5.29)

**Fig.5.29**

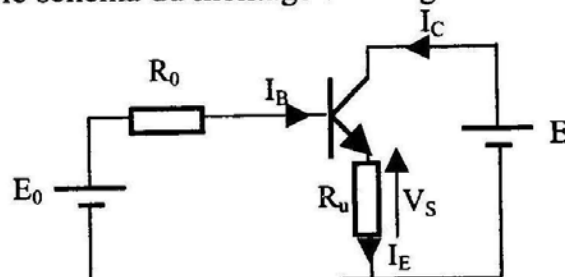
$$\text{D'où } E_0 = \frac{r_Z E + R_B V_Z}{R_B + r_Z} \approx V_Z \quad \text{car } R_B \gg r_Z \text{ et } R_B V_Z \gg r_Z E$$

$$\text{et } R_0 = \frac{r_Z R_B}{r_Z + R_B} \approx r_Z$$

$$\text{A.N. : } E_0 = \frac{10.25 + 10^3 \cdot 11,6}{1010} = 11,73 \text{ V} \approx V_Z$$

$$R_0 = 9,9 \, \Omega \approx r_Z.$$

3.1. Considérons le schéma du montage de la figure 5.30 :

**Fig.5.30**

on peut écrire :

$$V_S = E_0 - V_{BE} - R_0 I_B = R_u I_E = (\beta + 1) R_u I_B.$$

$$\text{Soit } V_S \left(1 + \frac{R_0}{(\beta + 1) R_u} \right) = E_0 - V_{BE}$$

$$\text{Or } E_0 \approx V_Z \text{ et } R_0 \approx r_Z$$

$$\text{Donc } \frac{r_Z}{\beta R_u} \ll 1$$

D'où : $V_S = V_Z - V_{BE}$ (indépendante de E et de ses variations)

A.N. : $V_S = 11,6 - 0,6 = 11 \text{ V.}$

3.2. On a : $1 \text{ mA} < I_B < 10 \text{ mA.}$

$$\text{Or } V_S = (\beta + 1) R_u I_B = V_Z - V_{BE}$$

$$\text{Soit } R_u = \frac{V_Z - V_{BE}}{(\beta + 1) I_B}$$

D'où :
$$\frac{V_Z - V_{BE}}{(\beta + 1) I_{B \max}} \leq R_u \leq \frac{V_Z - V_{BE}}{(\beta + 1) I_{B \min}}$$

A.N. : $11 \Omega \leq R_u \leq 110 \Omega$

3.4. $P_{\max} = \frac{V_S^2}{R_{u \min}} = 11 \text{ W.}$

Exercice 5

1. Etude d'un montage émetteur commun : (Fig.5.11)

1.1. Schéma équivalent : (Fig.5.31)

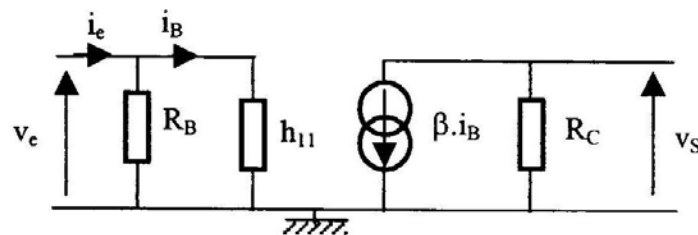


Fig.5.31

on pose $R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

1.2. • Résistance d'entrée

$$R_e = \frac{v_e}{i_e} = \frac{R_B h_{11}}{R_B + h_{11}}$$

A.N. :

$$R_B = 7,3 \text{ k}\Omega ; h_{11} = 1,8 \text{ k}\Omega.$$

$$R_e \approx 1,4 \text{ k}\Omega$$

• Résistance de sortie : (Fig.5.32)

$$R_S = \left(\frac{v_S}{i_S} \right)_{v_e=0}$$

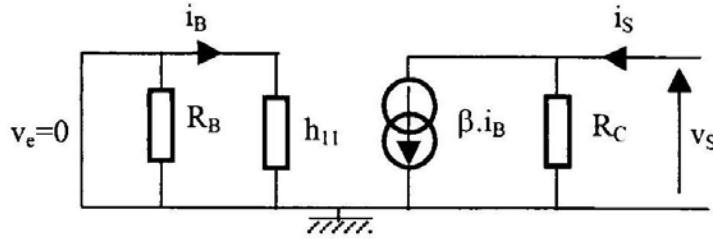


Fig.5.32

On voit que $h_{11} i_B = 0 \Rightarrow$ la source de courant liée βi_B est éteinte.

$$\text{Donc } R_S = \left(\frac{v_S}{i_S} \right)_{v_e=0} = R_C = 4,7 \text{ k}\Omega.$$

1.3. Amplification en tension

$$A_V = \frac{v_S}{v_e}$$

$$\text{On a } v_S = -\beta R_C i_B \text{ et } v_e = h_{11} i_B.$$

$$\text{D'où } A_V = \frac{v_S}{v_e} = \frac{-\beta R_C}{h_{11}}$$

A.N. :

$$A_V = \frac{v_S}{v_e} = \frac{-100 \cdot 4,7}{1,8} = -260$$

1.4. On remarque que pour ce montage :

- La résistance d'entrée est faible ;
- La résistance de sortie est assez élevée ;
- L'amplification en tension est élevée avec une opposition de phase entre v_e et v_S .

Pour améliorer les caractéristiques de ce montage en vue de l'utiliser en amplificateur de tension, il faut que R_e soit très élevée (le courant d'entrée sera ainsi faible) et R_S très faible (la tension de sortie presque indépendante de la charge).

2. Montage avec résistance d'émetteur

2.1. Schéma équivalent : (Fig.5.33)

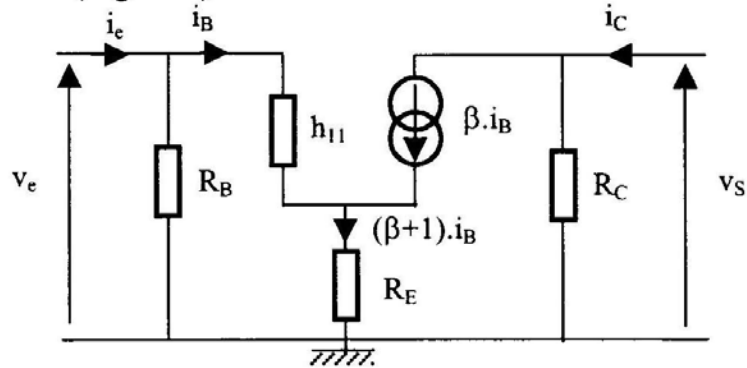


Fig.5.33

$$\text{on pose } R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

2.2. • Résistance d'entrée

$$i_e = \frac{v_e}{R_B} + \frac{v_e}{(\beta + 1)R_E + h_{11}}$$

$$R'_e = \frac{v_e}{i_e} = \frac{R_B(h_{11} + (\beta + 1)R_E)}{R_B + h_{11} + (\beta + 1)R_E} \approx R_B \quad \text{car } (\beta + 1)R_E + h_{11} \gg R_B$$

A.N.: $R_B = 7,3 \text{ k}\Omega$; $h_{11} = 1,8 \text{ k}\Omega$.

$$R'_e = \frac{v_e}{i_e} = \frac{7,3 \cdot 10^3 (1,8 + 101 \cdot 0,8)}{7,3 + 1,8 + 101 \cdot 0,8} = 6,7 \text{ k}\Omega$$

$R'_e > R_E$, on peut augmenter d'avantage R'_e si on augmente R_B mais le point de repos sera moins stable.

• Résistance de sortie : (Fig.5.34)

$$R'_s = \left(\frac{v_s}{i_s} \right)_{v_e=0}$$

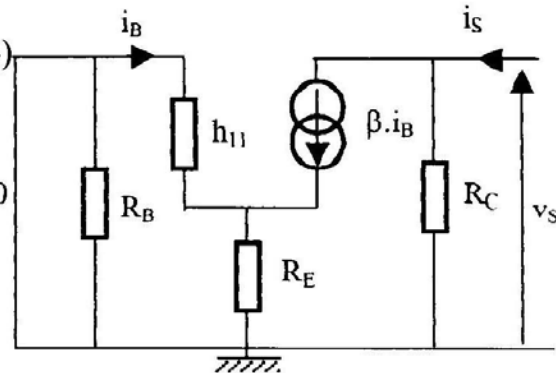


Fig.5.34

On voit que $[h_{11} + (\beta + 1)R_E] i_B = 0 \Rightarrow$ la source de courant liée βi_B est éteinte

$$\text{Donc } R'_s = \left(\frac{v_s}{i_s} \right)_{v_e=0} = R_C = 4,7 \text{ k}\Omega.$$

L'impédance de sortie ne change pas, pour la diminuer on peut mettre en cascade à la sortie un montage type collecteur commun.

2.3. Amplification en tension

$$A'_v = \frac{v_s}{v_e}$$

On a $v_s = -\beta R_C i_B$ et $v_e = [h_{11} + (\beta + 1) R_E] i_B$.

$$\text{D'où } A'_v = \frac{v_s}{v_e} = \frac{-\beta R_C}{h_{11} + (\beta + 1) R_E},$$

$$\text{Si } h_{11} \ll (\beta + 1) R_E \text{ alors } A'_v = \frac{-R_C}{R_E}$$

$$\text{A.N. : } A'_v = \frac{v_s}{v_e} = \frac{-100.4,7}{1,8 + 201.0,8} = -5,7$$

L'amplification est beaucoup plus faible et il y a moins de risque de distorsion du signal de sortie.

3. En mettant un condensateur C_E en parallèle avec R_E l'expression de l'amplification en tension devient :

$$A_v = \frac{-\beta R_C}{h_{11} + (\beta + 1) Z_E}$$

$$\text{Avec } Z_E = \frac{R_E \frac{1}{jC_E \omega}}{R_E + \frac{1}{jC_E \omega}} = \frac{R_E}{1 + jR_E C_E \omega}$$

Soit

$$A_v = \frac{-\beta R_C}{h_{11} + (\beta + 1) \frac{R_E}{1 + jR_E C_E \omega}} = \frac{-\beta R_C}{h_{11} + (\beta + 1) R_E} \frac{1 + jR_E C_E \omega}{1 + j \frac{h_{11} R_E C_E \omega}{h_{11} + (\beta + 1) R_E}}$$

$$\text{De la forme } A_v = A_{v0} \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_2}}$$

$$\text{Avec } A_{v0} = \frac{-\beta R_C}{h_{11} + (\beta + 1) R_E}; \quad \omega_1 = \frac{1}{R_E C_E}; \quad \omega_2 = \frac{h_{11} + (\beta + 1) R_E}{h_{11} R_E C_E} > \omega_1$$

Traçons le diagramme de Bode en module de A_V : (Fig.5.35)

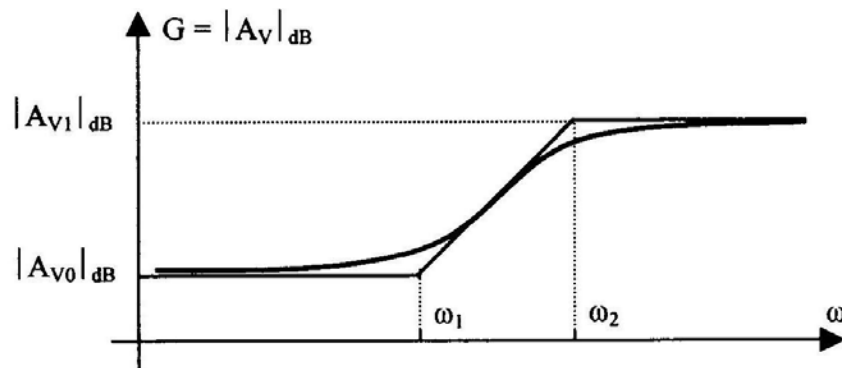


Fig.5.35

On pose $|A_{V1}| = |A_V|_{\omega \gg \omega_2}$ soit $|A_V| = |A_{V0}| \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}}$

Or si $\omega \gg \omega_2 \Rightarrow \omega \gg \omega_1$

Alors $\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right]^{1/2} \approx \frac{\omega}{\omega_1}$ et $\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right]^{1/2} \approx \frac{\omega}{\omega_2}$

d'où :

$$|A_{V1}| = |A_{V0}| \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$|A_{V1}| = \frac{\beta R_C}{h_{11} + (\beta + 1)R_E} \frac{h_{11} + (\beta + 1)R_E}{h_{11}R_E C_E} R_E C_E$$

$|A_{V1}| = \frac{\beta R_C}{h_{11}}$ même expression du gain qu'avec $R_E = 0$ (découplage parfait)

Exercice 6

I. Etude statique

I.1. Droite de charge statique :

$$-V_{CC} + V_{CE} + R_E (I_C + I_B) = 0$$

$$V_{CE} + R_E I_C \approx V_{CC} \text{ car } I_B \ll I_C$$

D'où l'équation de la droite de charge : $I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_E}$

Par suite

$$R_E = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{I_C}$$

On peut écrire pour la maille d'entrée l'équation suivante :

$$-V_{CC} + R_B I_B + V_{BE} + R_E (I_C + I_B) = 0$$

d'où

$$R_B = \frac{V_{CC} - V_{BE} - R_E I_C}{I_B}$$

A.N. :

$$R_E = \frac{20 - 7}{0,01} ;$$

$$R_E = 1,3 \text{ k}\Omega$$

$$R_B = \frac{20 - 0,6 - 0,7 \cdot 10}{0,1 \cdot 10^{-3}} ;$$

$$R_B = 124 \text{ k}\Omega$$

I.2. Droite de charge dynamique :

En alternatif le montage sera comme l'indique la Fig.5.36

R_E et R_L sont montées en dérivation,

$$\text{on pose } R = \frac{R_E R_L}{R_E + R_L}.$$

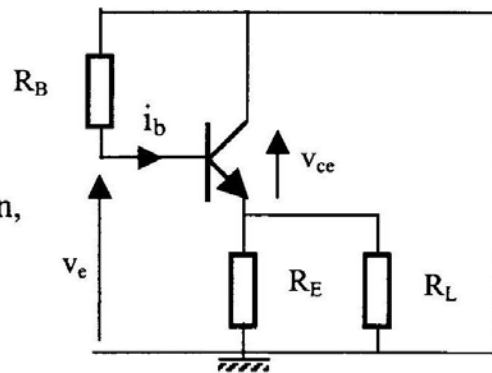


Fig.5.36

I.2.1. Par définition, la droite de charge dynamique est la droite de pente $-1/R$ et qui passe par le point de repos, qui doit être son milieu.

Pour la maille, on peut écrire :

$$v_{ce} + R (i_c + i_b) = 0 \quad \text{et comme } i_b \ll i_c \quad \text{on a alors : } v_{ce} + R i_c = 0$$

L'équation de la droite de charge dynamique s'écrit donc :

$$I_C = -(1/R)V_{CE} + E/R$$

(5.5)

Le point de fonctionnement passe par le milieu de la droite de charge dynamique, donc :

$$E = 2.V_{CE} = 2 \cdot 7 = 14 \text{ V}$$

Par conséquent, à partir de l'équation (5.5), on trouve :

$$R = \frac{(E - V_{CE})R_E}{V_{CC} - V_{CE}}$$

A.N. :

$$R = \frac{(14-7)1,3.10^3}{20-7} = 700 \, \Omega$$

par suite, on trouve $R_L = \frac{R_E R}{R_E - R} \approx 1500 \, \Omega$

I.2.2. Traçage des droites de charge (Fig.5.37)

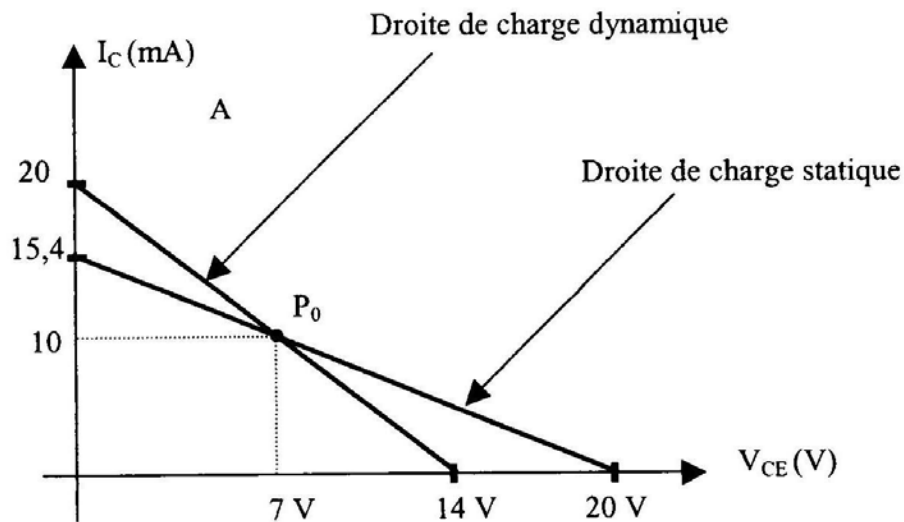


Fig.5.37

II- Régime de petits signaux.

II.1. Etude à vide : la charge R_L est déconnectée.

II.1.1. Schéma équivalent (Fig.5.38)

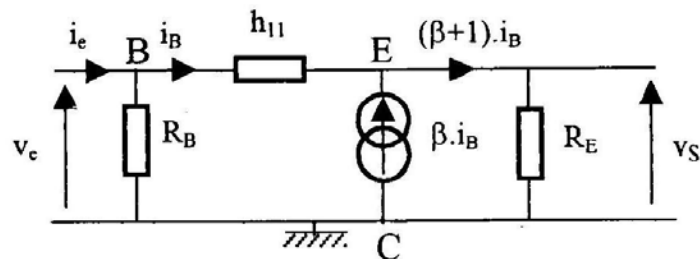


Fig.5.38

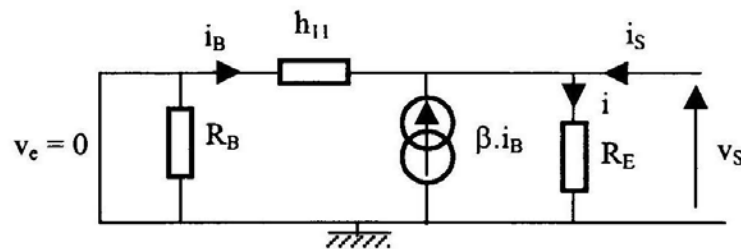
II.1.2. • Amplification en tension à vide

La loi des mailles donne :

$$-v_e + h_{11} i_B + (\beta+1) R_E i_B = 0$$

$$-v_S + (\beta+1) R_E i_B = 0$$

D'où
$$A_{V0} = \frac{(\beta+1) \cdot R_E}{h_{11} + (\beta+1) \cdot R_E} \approx \frac{\beta \cdot R_E}{h_{11} + \beta R_E} \approx 1$$
 puisque $\beta \gg 1$
et $h_{11} \ll (\beta+1) R_E$

• Résistance de sortie (Fig.5.39)**Fig.5.39**

On peut écrire $i_S + (\beta+1) i_B = i$; $i = \frac{v_S}{R_E}$; $-v_S - h_{11} i_B = 0$

$$\text{D'où } i_S = \frac{h_{11} + (\beta+1) R_E}{h_{11} \cdot R_E} v_S$$

$$\text{Par suite } R_S = \frac{v_S}{i_S} = \frac{h_{11} \cdot R_E}{h_{11} + (\beta+1) R_E} \approx \frac{h_{11} \cdot R_E}{(\beta+1) R_E} \approx \frac{h_{11}}{\beta}$$

A.N. : $R_S \approx 10 \Omega$

II.1.3. Résistance d'entrée

A partir de la Fig.5.38, on peut écrire :

$$-v_e + h_{11} i_B + (\beta+1) R_E i_B = 0$$

$$i_e = \frac{v_e}{R_B} + i_B = \frac{v_e}{R_B} + \frac{v_e}{h_{11} + (\beta+1) R_E}$$

$$\text{d'où } R_e \approx \frac{R_B \beta R_E}{R_B + \beta R_E} \text{ si } (\beta+1) R_E \gg h_{11}$$

A.N. : $R_e = \frac{124 \cdot 100 \cdot 1000 \cdot 1,3}{124 + 100 \cdot 1,3} \approx 63,5 \text{ k}\Omega$

D'où le schéma équivalent du montage vu en quadripôle est le suivant : (Fig.5.40)

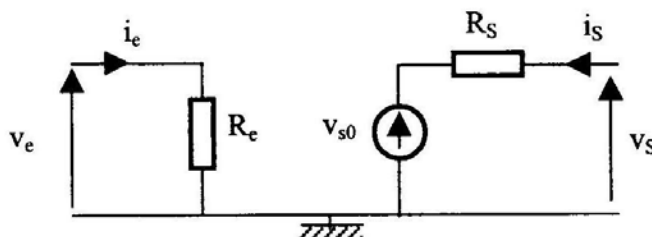


Fig.5.40

Remarquons que $v_{s0} = A_{v0} v_e \approx v_e$ puisque $A_{v0} \approx 1$.

II.2. Schéma équivalent en charge (Fig.5.41)

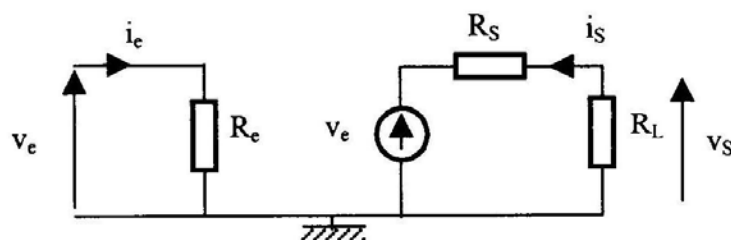


Fig.5.41

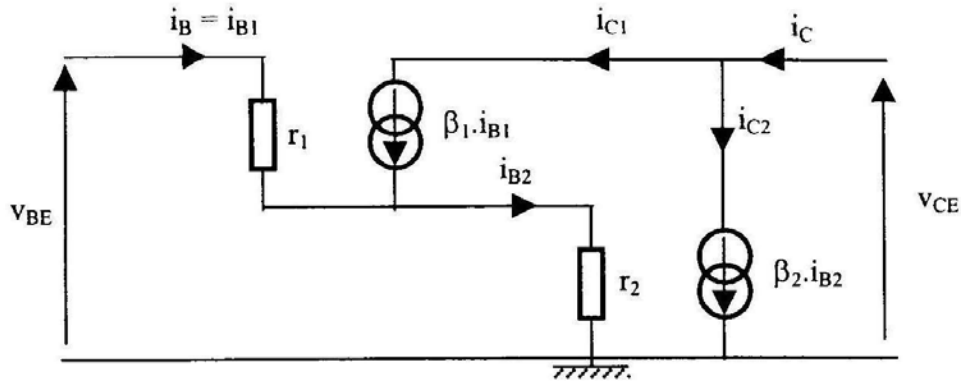
$$i_e = \frac{v_e}{R_e} \quad \text{et} \quad i_s = -\frac{v_e}{R_s + R_L} \approx -\frac{v_e}{R_L}$$

$$\text{D'où } A_i \approx -\frac{R_e}{R_L} \approx -42$$

II.3. le montage collecteur commun a les propriétés suivantes :

- amplification en tension à vide proche de l'unité ;
- résistance d'entrée très grande d'où peu de pertes en puissance à l'entrée;
- résistance de sortie très faible, on a donc une bonne source de tension à la sortie;
- amplification en courant élevée.

Ce montage est donc un suiveur de tension ou amplificateur de courant, il est utilisé en tant que montage adaptateur d'impédance. Il peut être monté à l'entrée et à la sortie d'un montage émetteur commun pour améliorer ses résistance d'entrée et de sortie et obtenir ainsi un gain en puissance pour l'ensemble de l'amplificateur obtenu.

Exercice 7 (Montage Darlington)**1. Schéma équivalent (Fig.5.42)****Fig.5.42****2. La loi des nœuds permet d'écrire :**

$$i_{B2} = i_{B1} + \beta_1 i_{B1} = (\beta_1 + 1) i_{B1}$$

$$i_C = i_{C1} + i_{C2} = \beta_1 i_{B1} + \beta_2 i_{B2} = [\beta_2 (\beta_1 + 1) + \beta_1] i_{B1}$$

$$i_C = [\beta_2 (\beta_1 + 1) + \beta_1] i_B$$

$$\text{D'où } \beta = \frac{i_C}{i_B} = \beta_1 \beta_2 + \beta_2 + \beta_1 \approx \beta_1 \beta_2 = 2000$$

3. Résistance d'entrée

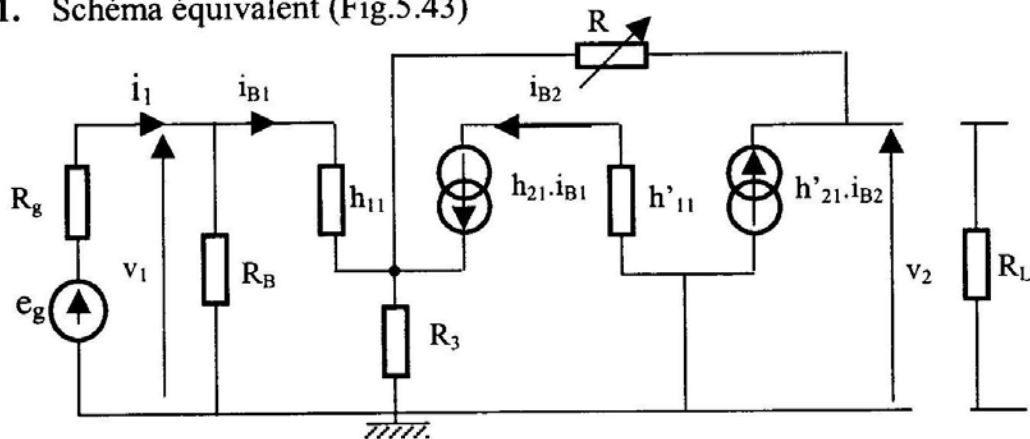
$$V_{BE} = r_1 i_B + r_2 i_{B2} = [r_1 + (\beta_1 + 1) r_2] i_B = r_e i_B$$

D'où :

$$r_e = \frac{V_{BE}}{i_B} = r_1 + (\beta_1 + 1) r_2 = 102$$

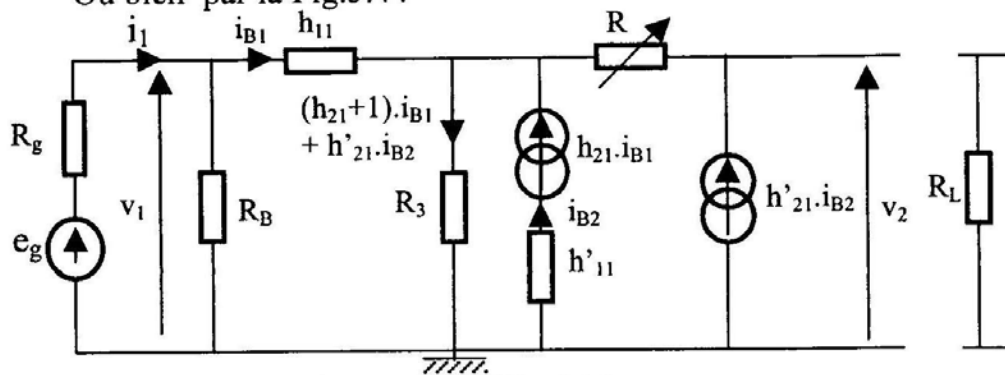
4. Le transistor est de type NPN car le sens des courants est le même que pour T_1 et T_2 .

Cette association de transistor permet d'améliorer sensiblement la résistance d'entrée ainsi que le gain en courant, ce montage est généralement utilisé en étage de puissance à la sortie d'un amplificateur.

Exercice 8**1. Schéma équivalent (Fig.5.43)****Fig.5.43**

$$\text{Avec } R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Ou bien par la Fig.5.44

**Fig.5.44****2.a. • Résistance d'entrée**

a partir de la Fig.5.44, on peut écrire :

$$i_1 = \frac{v_1}{R_B} + i_{B1} \quad (5.11)$$

$$\text{Et } v_1 = h_{11} i_{B1} + R_3 \cdot [(h_{21}+1) i_{B1} + h'_{21} i_{B2}] \quad (5.12)$$

$$\text{Or } i_{B2} = h_{21} i_{B1} \text{ et } h_{21} \gg 1$$

L'équation (5.12) devient :

$$v_1 = [h_{11} + R_3(h_{21}h'_{21} + h_{21})] i_{B1} \quad (5.13)$$

Les équations (5.11), (5.12) et (5.13) donnent :

$$R_e = \frac{R_B(h_{11} + R_3(h_{21}h'_{21} + h_{21}))}{R_B + h_{11} + R_3(h_{21}h'_{21} + h_{21})} \approx \frac{R_B(R_3 h_{21} h'_{21})}{R_B + R_3 h_{21} h'_{21}} \approx R_B$$

$$\underline{\text{A.N.}} : R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 14,65 \text{ k}\Omega \text{ et } R_e = \frac{14,65 (0,1 \cdot 120 \cdot 80)}{14,65 + 0,1(120 \cdot 80)} = 14,43 \text{ k}\Omega$$

• Gain en tension à vide

On a $v_1 = [h_{11} + (h_{21}h'_{21} + h_{21} + 1) R_3] i_{B1}$

et la tension de sortie à vide ($i_2=0$) est :

$$v_{20} = h'_{21} R i_{B2} + R_3 [(h_{21}+1) i_{B1} + h'_{21} i_{B2}]$$

$$v_{20} = \{h_{21}h'_{21} R + R_3 [(h_{21}+1) + h'_{21}h_{21}] \} i_{B1}$$

$$A_{V0} = \frac{h_{21}h'_{21} R + R_3 [h_{21}h'_{21} + h_{21} + 1]}{h_{11} + R_3 [h_{21}h'_{21} + h_{21} + 1]}$$

$$A_{V0} \approx \frac{h_{21}h'_{21} (R + R_3)}{h_{21}h'_{21} R_3} \approx \frac{R + R_3}{R_3}$$

$$A_{V0} \approx \frac{R + R_3}{R_3} = 1 + \frac{R}{R_3}$$

Donc $1 \leq A_{V0} \leq 1 + \frac{R_{\max}}{R_3}$

A.N. $1 \leq A_{V0} \leq 48$

2.b. Résistance de sortie (Fig.5.45)

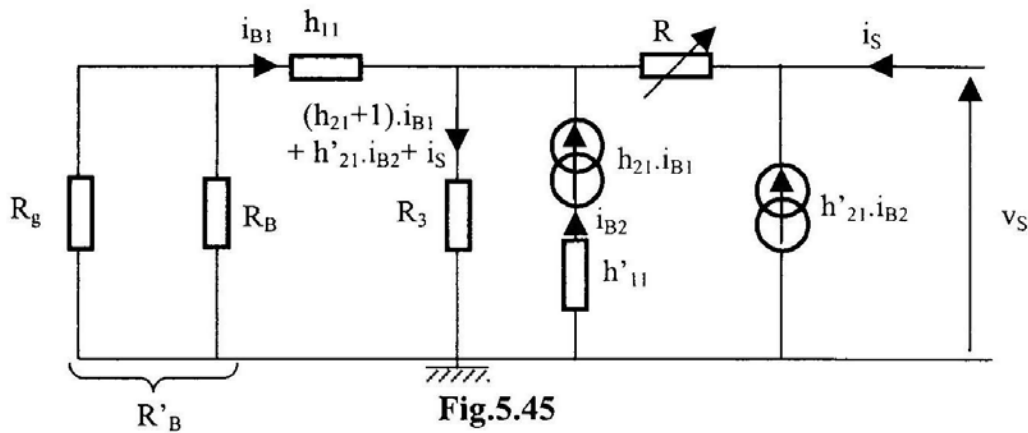


Fig.5.45

On a : $-(R'_B + h_{11}) i_{B1} = [(h'_{21}h_{21} + h_{21} + 1) i_{B1} + i_S] R_3$

$$R_3 i_S = -[(h'_{21}h_{21} + h_{21} + 1) R_3 + R'_B + h_{11}] i_{B1} \quad (5.14)$$

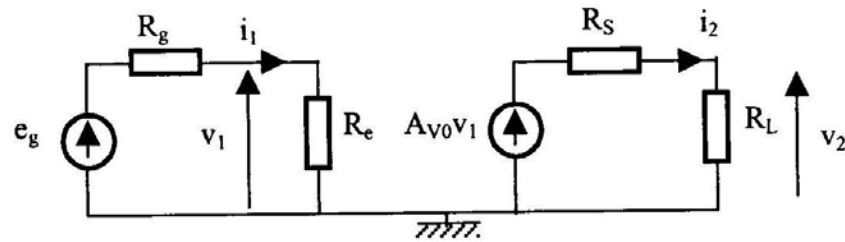
$$v_S = (i_S + h'_{21}h_{21} i_{B1}) R + R_3 [(h'_{21}h_{21} + h_{21} + 1) i_{B1} + i_S] \quad (5.15)$$

Les équations (5.14) et (5.15), donnent (puisque $h_{21} \gg 1$):

$$R_S = \frac{v_S}{i_S} \approx \frac{(R + R_3) \cdot (R'_B + h_{11}) + h_{21} R R_3}{R'_B + h_{11} + R_3 h_{21} h'_{21}} \approx \frac{R}{h'_{21}}$$

A.N. : pour $0 \leq R \leq 4,7 \text{ k}\Omega$ on a $0 \leq R_S \leq 58,75 \Omega$

2.c. Le schéma équivalent en quadripôle du montage est: (Fig5.46)



On peut écrire $v_2 = R_L i_2$ **Fig.5.46**

$$i_2 = \frac{A_{v0} \cdot v_1}{R_s + R_L} \quad \text{et} \quad v_1 = R_e i_1$$

$$\text{D'où : } i_2 = \frac{A_{v0} \cdot R_e}{R_s + R_L} i_1$$

Soit encore

$$A_i = \frac{i_2}{i_1} = \frac{A_{v0} \cdot R_e}{R_s + R_L}$$

2.d. d'après ce qui précède on peut écrire

$$v_2 = \frac{R_L}{R_s + R_L} A_{v0} v_1$$

D'où

$$A_v = \frac{v_2}{v_1} = \frac{R_L}{R_s + R_L} A_{v0} = \frac{R_L}{R_e} A_i$$

2.e. Le gain en puissance est donné par $A_p = A_v A_i = \frac{R_L R_e}{(R_s + R_L)^2} A_{v0}^2$

D'après cette expression on voit l'intérêt d'avoir, pour les montages amplificateurs, une résistance d'entrée grande et une résistance de sortie faible.

En résumé les propriétés de ce montage sont :

- Résistance d'entrée assez élevée;
- Résistance de sortie faible et variable;
- Amplification en tension ≥ 1 et réglable;
- Signaux en phase;

Il peut ainsi être utilisé comme amplificateur de tension avec un bon gain en puissance.

Exercice 9

1. Schéma équivalent : Fig.5.47

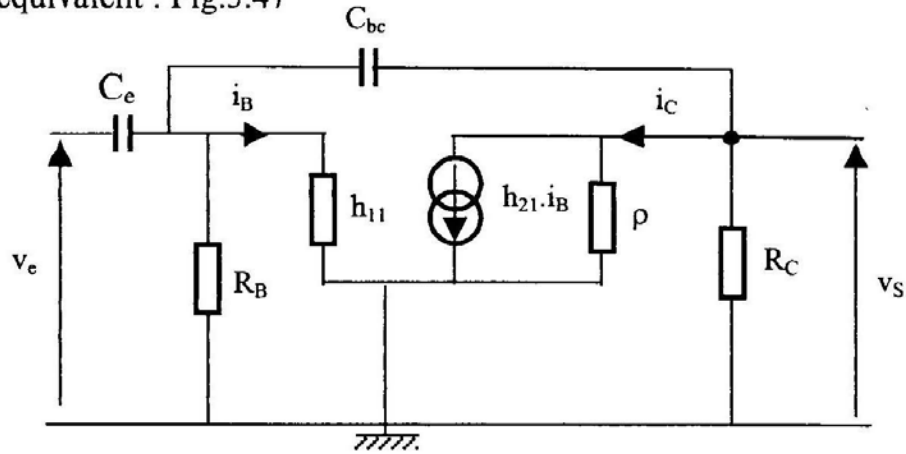


Fig.5.47

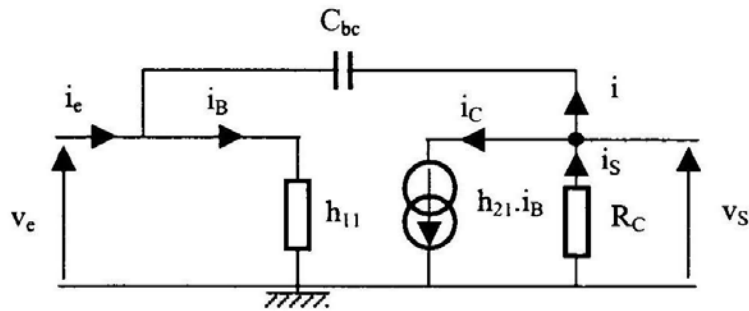
2. Schéma équivalent simplifié : Fig.5.48 car $R_B \gg h_{11}$ 

Fig.5.48

3. Amplification en tension

$$v_e = h_{11} \cdot i_B \Leftrightarrow i_B = \frac{v_e}{h_{11}}$$

$$v_s = -R_C \cdot i_s$$

$$\text{Or } i_s = i_C + i \text{ avec } i = \frac{v_s - v_e}{Z} = jC_{bc}\omega \cdot (v_s - v_e)$$

$$\text{D'où } v_s = -R_C \cdot (jC_{bc}\omega) \cdot (v_s - v_e) - R_C \beta \frac{v_e}{h_{11}}$$

$$\text{Ou bien } \underline{A}_v = \frac{v_s}{v_e} = \frac{\frac{-\beta R_C}{h_{11}} \left[1 - j \frac{h_{11} C_{bc}}{\beta} \omega \right]}{1 + j R_C C_{bc} \omega}$$

$$\text{De la forme } \underline{A}_V = A_{V0} \frac{1 - j \frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_2}}$$

$$\text{avec } A_{V0} = \frac{-\beta R_C}{h_{11}} ; \omega_1 = \frac{\beta}{h_{11} C_{bc}} \text{ et } \omega_2 = \frac{1}{R_C C_{bc}} ;$$

- Si $\omega \rightarrow 0$ alors $|\underline{A}_V| \rightarrow |\underline{A}_{V0}| = \frac{\beta R_C}{h_{11}}$: Amplification du montage

Emetteur commun.

- Si $\omega \rightarrow \infty$ alors $|\underline{A}_V| \rightarrow \frac{\beta R_C}{h_{11}} \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\beta R_C}{h_{11}} \frac{h_{11} C_{bc}}{\beta R_C C_{bc}} = 1$
- Si $\omega \rightarrow 0$ alors $|\underline{A}_V| \rightarrow |\underline{A}_{V0}| = \frac{\beta R_C}{h_{11}} = 60$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Donc } |\underline{A}_V|_{dB} = 20 \log(60) = 35,6 \text{ dB} \\ \text{Pour } \omega \rightarrow \infty \quad |\underline{A}_V|_{dB} = 0 \text{ dB} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Existence d'une fréquence de coupure haute}$$

$$4. \text{ La fréquence de coupure existe pour } \frac{|\underline{A}_V|}{|\underline{A}_{V0}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{c. à d.} \quad \left| \frac{\underline{A}_V}{\underline{A}_{V0}} \right|^2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{ou bien } \frac{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)^2} = \frac{1}{2} \text{ en remplaçant } \omega_1 \text{ et } \omega_2 \text{ par leurs expressions et en}$$

$$\text{tenant compte de l'approximation } \left(\frac{h_{11}}{\beta R_C} \right)^2 \ll 1, \text{ on obtient :}$$

$$\omega_C = \omega_2 = \frac{1}{R_C C_{bc}} ; \text{ d'où } \boxed{f_C = f_2 = \frac{1}{2\pi R_C C_{bc}}}$$

$$\underline{\text{A.N.}} : \omega_2 = 4,17 \cdot 10^7 \text{ rads}^{-1} \quad \text{et} \quad \boxed{f_C = f_2 = 6,6 \text{ MHz}}$$

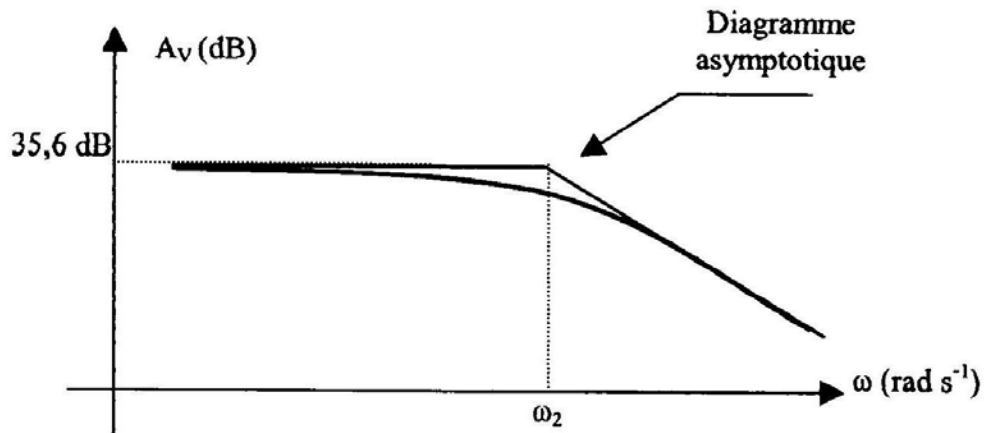


Fig.5.49

5. Schéma équivalent en négligeant l'effet du condensateur C_{bc} : Fig.5.50

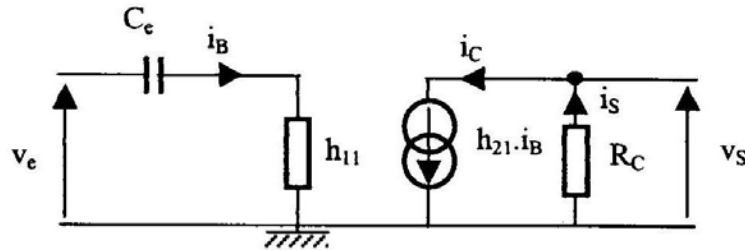


Fig.5.50

$$\left. \begin{aligned} v_s &= -R_C \cdot \beta \cdot i_B \\ v_e &= \left(h_{11} + \frac{1}{jC_e \omega} \right) i_B \end{aligned} \right\} \quad A'_v = \frac{-j\beta R_C C_e \omega}{1 + jh_{11} C_e \omega}$$

De la forme
$$\underline{A}'_v = A_{v0} \frac{j\frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}$$

Avec
$$A_{v0} = \frac{-\beta R_C}{h_{11}} ; \quad \omega_1 = \frac{1}{h_{11} C_e} ;$$

- Si $\omega \rightarrow 0$ alors $|\underline{A}'_v|_{dB} \rightarrow -\infty$
 - Si $\omega \rightarrow \infty$
- alors $|\underline{A}'_v|_{dB} \rightarrow |\underline{A}_{v0}|_{dB} = 20 \log(60) = 35,6 \text{ dB}$

\Rightarrow Existence d'une fréquence
de coupure basse

La fréquence de coupure existe pour $\frac{|A'_v|}{|A_{v0}|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ c. à d.

$$\left| \frac{A'_v}{A_{v0}} \right|^2 = \frac{1}{2} \quad \text{ou bien} \quad \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2} = \frac{1}{2}$$

On obtient : $\omega_c = \omega_1 = \frac{1}{h_{11}C_e}$; d'où $f'_c = f_1 = \frac{1}{2\pi h_{11}C_e}$

A.N. : $\omega_0 = 126 \text{ rad s}^{-1}$ et $f'_c = f_1 = 20 \text{ Hz}$

- Courbe de gain (Fig.5.51)

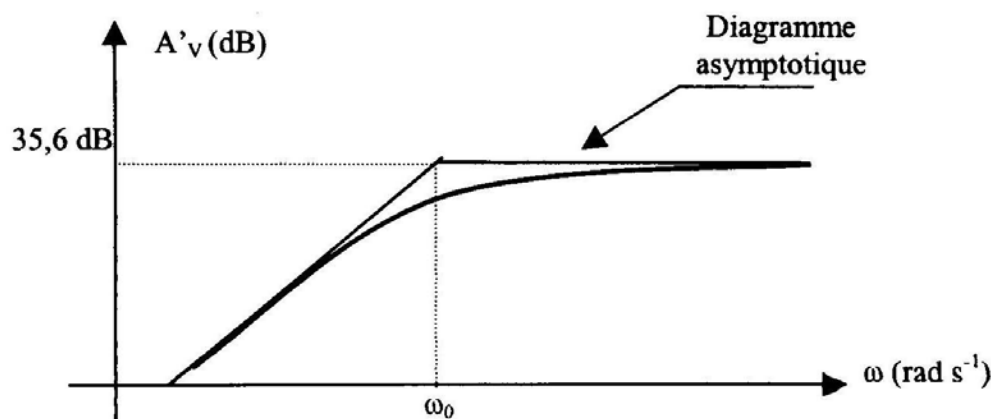


Fig.5.51

Exercice 10

1. En continu, les condensateurs ont une impédance infinie. Désignons par I_3 le courant dans R_3 . Les courants dans R_2 et R_1 sont donc respectivement $I_3 + I_{B1}$ et $I_3 + I_{B1} + I_{B2}$. De même désignons par $I_{C2} = I_C$ le courant de collecteur dans R_C .

Le courant de collecteur du premier transistor est : (Fig.5.52)

$$I_{C1} = I_{C2} + I_{B2} = I_{C2} + \frac{I_{C2}}{\beta} \approx I_C$$

Son courant d'émetteur est $I_{C1} + I_{B1} \approx I_C$

La loi d'Ohm conduit à :

$$-E + R_C I_C + V_{C2E2} + V_{C1E1} + R_E I_C = 0 \Rightarrow R_C + R_E = \frac{E - V_{C2E2} - V_{C1E1}}{I_C}$$

$$R_C + R_E = \frac{12 - 4 - 4}{1 \cdot 10^{-3}} = 4 \text{ k}\Omega \Rightarrow 3R_E + R_E = 4 \text{ k}\Omega \Rightarrow R_E = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_C = 3 R_E \Rightarrow R_C = 3 \text{ k}\Omega$$

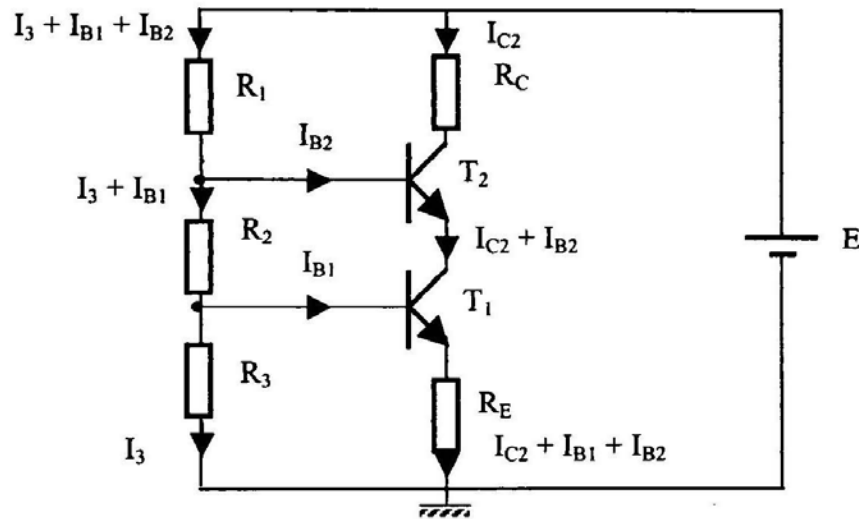


Fig.5.52

$$-R_3 I_3 + V_{BE1} + R_E I_C = 0 \Rightarrow R_3 I_3 = (V_{BE1} + R_E I_C) = (0,8 + 1) = 1,8 \text{ V}$$

$$I_3 = \frac{V_{BE1} + R_E I_C}{R_3} = \frac{0,8 + 1}{18000} = 10^{-4} \Rightarrow I_3 = 100 \mu\text{A}$$

$$I_2 = I_3 + I_{B1} \Rightarrow I_2 = 110 \mu\text{A}$$

$$I_1 = I_2 + I_{B2} \Rightarrow I_1 = 120 \mu\text{A}$$

$$-E + R_1 I_1 + V_{BE2} + V_{CE1} + R_E I_C = 0 \Rightarrow R_1 = \frac{E - V_{BE2} - V_{CE1} - R_E I_C}{I_1}$$

$$R_1 I_1 = (12 - 0,8 - 4 - 1) = 6,2 \text{ V}$$

$$\text{D'où } R_1 = \frac{6,2}{120 \cdot 10^{-6}} = 5,17 \cdot 10^4 \Omega ; \quad R_1 = 52 \text{ k}\Omega$$

$$-E + R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3 = 0 \Rightarrow R_2 I_2 = E - R_1 I_1 - R_3 I_3 = 12 - 6,2 - 1,8 = 4 \text{ V}$$

$$R_2 = \frac{4}{110 \cdot 10^{-6}} = 3,64 \cdot 10^4 ; \quad R_2 = 36 \text{ k}\Omega$$

Les potentiels par rapport à la masse de tous les points du circuit sont indiqués sur la Fig.5.53:

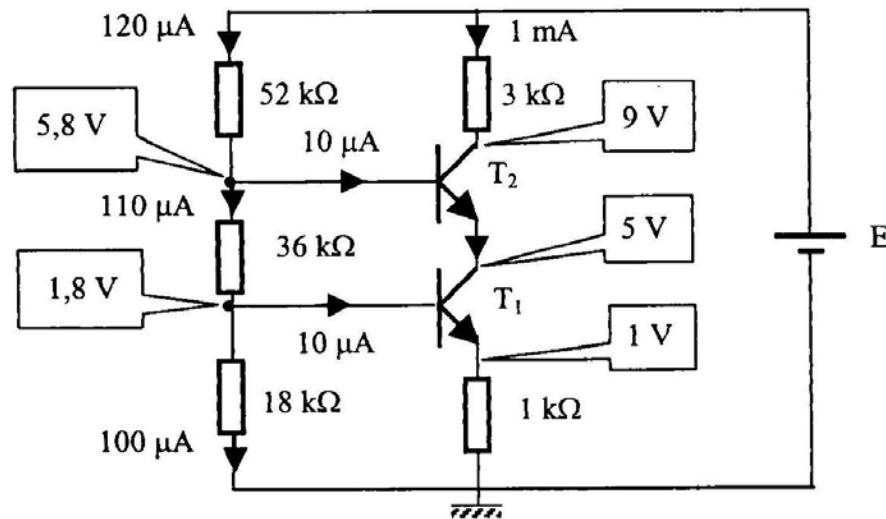


Fig.5.53

2. Les condensateurs sont des courts-circuits parfaits aux fréquences de travail :

L'émetteur de T_1 est à la masse par C_E . Le transistor T_1 est donc monté en émetteur commun.

La base de T_2 est à la masse par C_B . Le transistor T_2 est donc monté en base commune.

Le schéma équivalent de l'amplificateur ($h_{12} = h_{22} = 0$) s'obtient donc de la façon suivante : (Fig.5.54)

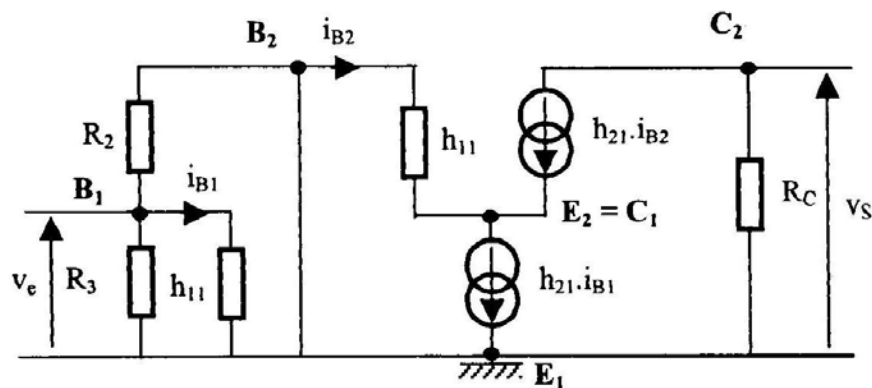


Fig.5.54

On remarque que la résistance R_2 est en parallèle sur R_3 :

$$\text{On peut poser : } R_B = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{36 \cdot 18}{54} 10^3 = 12 \text{ k}\Omega.$$

Et obtenir ainsi le schéma simplifié qui est représenté par la Fig.5.55 :

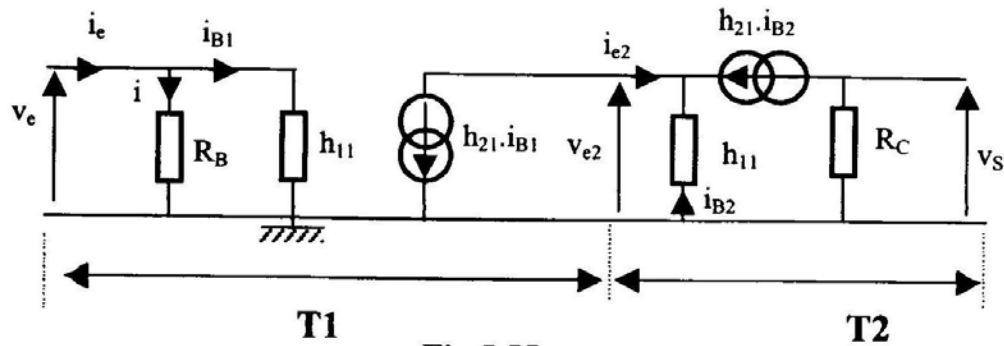


Fig.5.55

3. La loi d'Ohm permet d'obtenir successivement :

$$\text{En sortie (T}_2\text{)} : -v_s - \beta R_C i_{B2} = 0 \Rightarrow v_s = -\beta R_C i_{B2}$$

$$-v_{e2} - h_{11} i_{B2} = 0 \Rightarrow v_{e2} = -h_{11} i_{B2}$$

D'où

$$A_{V2} = \frac{v_s}{v_{e2}} = \frac{\beta R_C}{h_{11}}$$

La loi des nœuds nous permet d'écrire :

$$i_{e2} + i_{B2} + \beta i_{B2} = 0 \Rightarrow i_{e2} = -(\beta + 1) i_{B2}$$

$$\text{et } \beta i_{B2} + i_{B2} = \beta i_{B1} \Rightarrow i_{B2} = \frac{\beta}{\beta + 1} i_{B1}$$

sachant que $v_{e2} = -h_{11} i_{B2}$

On aura donc :

$$R_{e2} = \frac{v_{e2}}{i_{e2}} = \frac{h_{11}}{\beta + 1}$$

$$\text{A.N. : } R_{e2} = \frac{1200}{101} \approx 12 \, \Omega$$

$$A_{V2} = \frac{100 \cdot 3000}{1200} = 250$$

4. Le premier étage est chargé par $R_{e2} = 12 \, \Omega$

La résistance d'entrée du montage base commune est sensiblement égale

$$\text{à } \frac{h_{11}}{\beta + 1}.$$

$$\text{Son amplification sera égale à } \frac{-\beta R_{e2}}{h_{11}} = -1$$

En entrée (T1) :

$$-v_e + h_{11}i_{B1} = 0 \Rightarrow v_e = h_{11}i_{B1}$$

$$\text{Par suite } v_e = h_{11} \frac{-(\beta+1)}{\beta h_{11}} v_{e2} = -\frac{\beta+1}{\beta} v_{e2}$$

$$\text{D'où } A_{v1} = \frac{v_{e2}}{v_e} = -\frac{\beta}{\beta+1} = -0,99$$

$$i_e = i + i_{B1} \Rightarrow i_e = \frac{v_e}{R_B} + \frac{v_e}{h_{11}} = v_e \left(\frac{1}{R_B} + \frac{1}{h_{11}} \right)$$

L'impédance d'entrée du premier étage est :

$$R_e = \frac{R_B h_{11}}{R_B + h_{11}} = \frac{12 \cdot 1200}{12 + 1200} \approx 1,12 \text{ k}\Omega$$

L'amplification totale est :

$$A_v = A_{v2} A_{v1} = \frac{\beta R_C}{h_{11}} \frac{-\beta}{\beta+1} = -0,99 \cdot 250 = -247,5$$

Exercice 11

1. Schéma équivalent : (Fig.5.56)

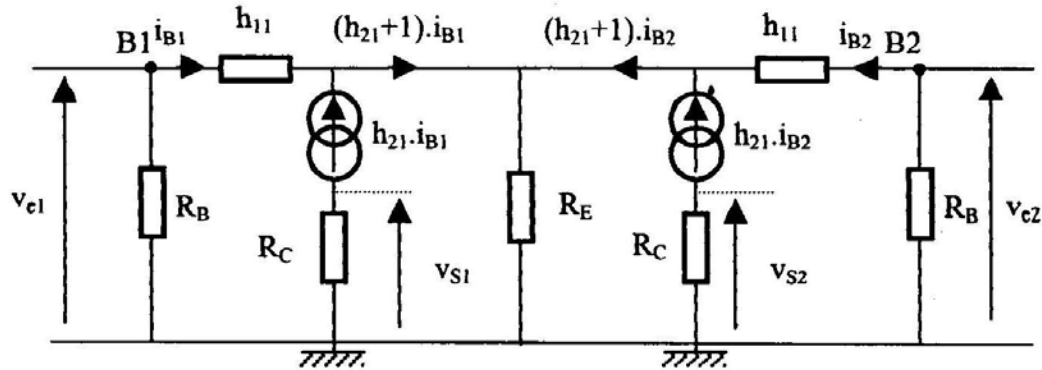


Fig.5.56

2. Les tensions de sorties v_{S1} et v_{S2} s'écrivent :

$$v_{S1} = -h_{21}R_C i_{B1}$$

$$\text{et } v_{S2} = -h_{21}R_C i_{B2}$$

d'autre part :

$$v_{e1} = h_{11}i_{B1} + R_E [(h_{21}+1) i_{B1} + (h_{21}+1) i_{B2}]$$

$$\text{et } v_{e2} = h_{11}i_{B2} + R_E [(h_{21}+1) i_{B1} + (h_{21}+1) i_{B2}].$$

$$\text{Soit } v_{e1} + v_{e2} = [h_{11} + 2(h_{21}+1) R_E] (i_{B1} + i_{B2})$$

$$\text{et } v_{e1} - v_{e2} = h_{11}(i_{B1} - i_{B2}).$$

$$\text{D'où } v_{S1} - v_{S2} = -h_{21}R_C (i_{B1} - i_{B2}) = -\frac{h_{21}R_C}{h_{11}} (v_{e1} - v_{e2})$$

$$\text{et } v_{S1} + v_{S2} = -h_{21}R_C(i_{B1} + i_{B2}) = -\frac{h_{21}R_C}{h_{11} + 2.(h_{21} + 1)R_E}(v_{e1} + v_{e2})$$

On peut ainsi écrire :

$$v_{S1} = -\frac{h_{21}R_C}{2h_{11}}(v_{e1} - v_{e2}) - \frac{h_{21}R_C}{h_{11} + 2.(h_{21} + 1)R_E}\left(\frac{v_{e1} + v_{e2}}{2}\right)$$

$$v_{S2} = \frac{h_{21}R_C}{2h_{11}}(v_{e1} - v_{e2}) - \frac{h_{21}R_C}{h_{11} + 2.(h_{21} + 1)R_E}\left(\frac{v_{e1} + v_{e2}}{2}\right)$$

ou encore, en posant :

$$e_d = v_{e1} - v_{e2} ; e_{MC} = \frac{v_{e1} + v_{e2}}{2} ;$$

$$A_d = -\frac{h_{21}R_C}{h_{11}} \text{ et } A_{MC} = -\frac{h_{21}R_C}{h_{11} + 2.(h_{21} + 1)R_E}$$

$$\text{On a ainsi : } v_{S1} = \frac{A_d}{2}e_d + A_{MC}.e_{MC} \text{ et } v_{S2} = -\frac{A_d}{2}e_d + A_{MC}.e_{MC}$$

$$\underline{\text{A.N.:}} \quad A_d = -\frac{80.3,9}{1} = -312 ; \quad A_{MC} = -\frac{80.3,9}{1 + 2.81.1,8} = -1,07$$

3. Le T.R.M.C est défini par :

$$\text{T.R.M.C.} = 20 \log \left| \frac{A_d}{A_{MC}} \right| = 49 \text{ dB}$$

5. Dans les amplificateurs de différence il faut avoir le T.R.M.C. le plus élevé possible c.à.d. que l'on a intérêt à diminuer A_{MC} . Or pour ce faire il faut augmenter R_E , mais on ne peut prendre R_E infinie (circuit ouvert). On remplace alors R_E par une source de courant de résistance interne très grande.

Exercice 12

A. Etude statique

En appliquant la loi des mailles, on peut écrire :

$$E = (R_{E0} + R_{C0}) I_C + V_{CE}$$

$$\text{Donc } R_{E0} + R_{C0} = \frac{E - V_{CE}}{I_C} \quad \underline{\text{A.N.:}} \quad R_{E0} + R_{C0} = \frac{40 - 20}{5.10^{-3}} = 4 \text{ k}\Omega$$

$$\text{et comme } R_{E0} = R_{C0} \text{ par suite } R_{E0} = R_{C0} = 2 \text{ k}\Omega$$

D'autre part, on a :

$$R_{B2}I_P = V_{BE} + R_{E0}I_C$$

$$\text{donc } R_{B2} = \frac{V_{BE} + R_{E0}I_C}{I_P} = \beta \frac{V_{BE} + R_{E0}I_C}{8I_C}$$

$$E = R_{B1}9I_B + R_{B2}I_P \Rightarrow R_{B1} = \frac{E - R_{B2}I_P}{I_P + I_B} = \beta \frac{E - R_{B2}8\frac{I_C}{\beta}}{9I_C}$$

$$\text{A.N. : } R_{B2} = 100 \frac{0,6 + 2,5}{8,5 \cdot 10^{-3}} = 26,5 \text{ k}\Omega$$

$$\text{D'où } R_{B1} = 100 \frac{40 - 26,5 \cdot 8 \cdot \frac{5}{100}}{9 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 65,3 \text{ k}\Omega$$

$$R_{B2} = 26,5 \text{ k}\Omega ; R_{B1} = 65,3 \text{ k}\Omega$$

B. Etude dynamique

I.1. Schéma équivalent : (Fig.5.57)

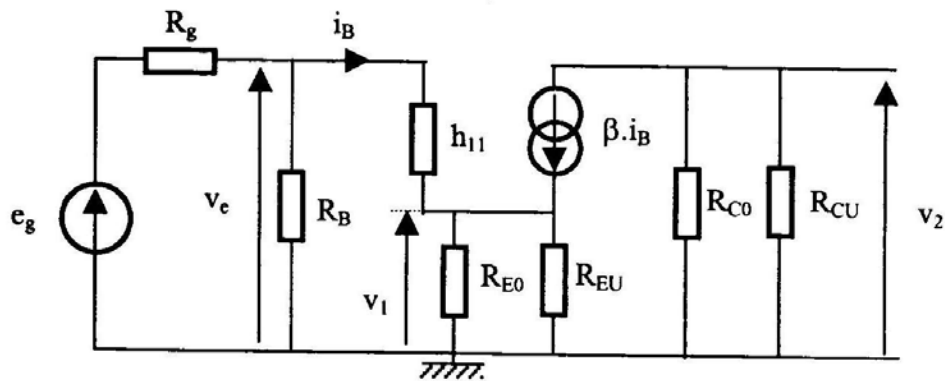


Fig.5.57

I.2. En tenant compte des notations, le schéma équivalent devient ; (Fig.5.58)

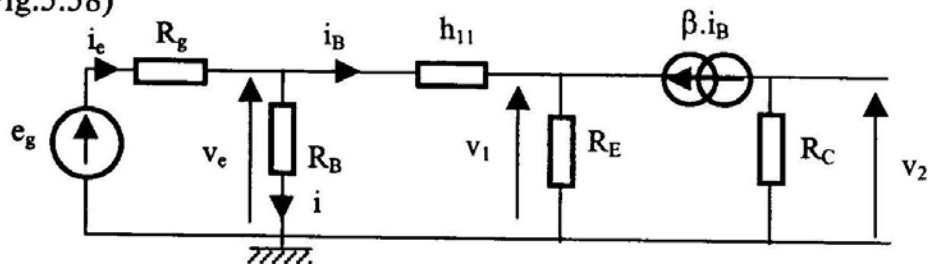


Fig.5.58

- Amplifications en tension

On peut écrire :

$$v_1 = (\beta + 1) R_E i_B$$

$$v_e = h_{11} i_B + R_E (\beta + 1) i_B$$

$$v_2 = -R_C \beta i_B$$

D'où

$$A_{V1} = \frac{v_1}{v_e} = \frac{(\beta + 1) R_E}{h_{11} + (\beta + 1) R_E}$$

$$A_{V2} = \frac{v_2}{v_e} = \frac{-\beta R_C}{h_{11} + (\beta + 1) R_E}$$

- Résistance d'entrée

$$i_e = i + i_B \Rightarrow i_e = \frac{v_e}{R_B} + \frac{v_e}{h_{11} + (\beta + 1) R_E} = v_e \left(\frac{1}{R_B} + \frac{1}{h_{11} + (\beta + 1) R_E} \right)$$

$$R_e = \frac{v_e}{i_e} = \frac{R_B [h_{11} + (\beta + 1) R_E]}{R_B + h_{11} + (\beta + 1) R_E}$$

- Résistances de sorties

➤ Sortie 1 : (Fig.5.59)

La charge R_{EU} étant débranchée

$$\text{On a } v_{S1} = -R_0 i_B = R_{E0} i$$

$$\text{D'où } i = \frac{-R_0}{R_{E0}} i_B$$

La loi de nœuds donne :

$$i_{S1} = i - (\beta + 1) i_B$$

$$\text{D'où } i_{S1} = - \left[\frac{R_0}{R_{E0}} + (\beta + 1) \right] i_B$$

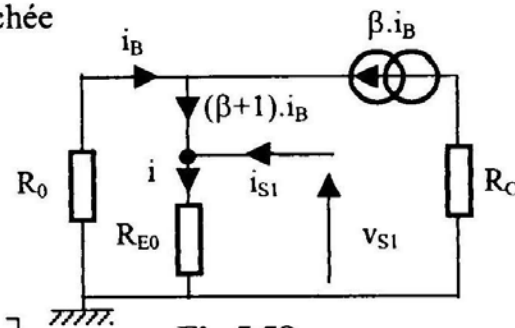


Fig.5.59

Par suite il vient :

$$R_{S1} = \frac{v_{S1}}{i_{S1}} = \frac{R_0}{\frac{R_0}{R_{E0}} + (\beta + 1)} = \frac{R_0 R_{E0}}{R_0 + (\beta + 1) R_{E0}}$$

➤ Sortie 2 : (Fig.5.60)

La charge R_{CU} étant débranchée

La résistance du générateur de courant est infinie.

Par suite il vient :

$$R_{S2} = \frac{v_{S2}}{i_{S2}} = R_{C0}$$

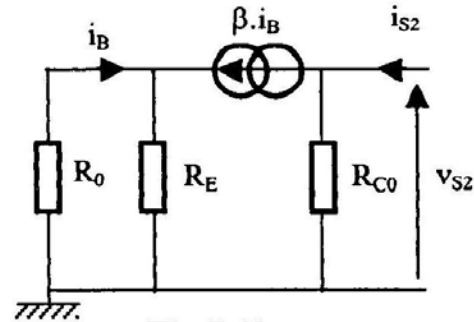


Fig.5.60

I.3. En considérant $\beta \gg 1$, les amplifications deviennent :

$$A_{V1} = \frac{\beta R_E}{h_{11} + \beta R_E} \quad \text{et} \quad A_{V2} = \frac{-\beta R_C}{h_{11} + \beta R_E}$$

Donc $|A_{V1}| = |A_{V2}|$ si $R_E = R_C$

Les deux sorties ne sont pas équivalentes car elles ne présentent pas la même résistance de sortie. D'autre part la sortie v_2 introduit un déphasage de π .

I.4. A.N. :

$$A_{V1} = \frac{\beta}{\beta + 1} \approx 1 \quad \text{et} \quad A_{V2} = \frac{-\beta}{\beta + 1} \approx -1 \quad \text{car } h_{11} = R_E = R_C = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_e = \frac{v_e}{i_e} = \frac{20 \cdot 10^3 [1 + 101.1]}{20 + 1 + 101.1} \approx 16,7 \text{ k}\Omega \quad R_0 = 7,66 \text{ k}\Omega$$

$$R_{S1} = \frac{7,66 \cdot 2 \cdot 10^3}{7,66 + 101.2} \approx 73 \Omega \quad R_{S2} = \frac{v_{S2}}{i_{S2}} = R_{C0} = 2 \text{ k}\Omega$$

II.1. Schéma équivalent Fig.5.61

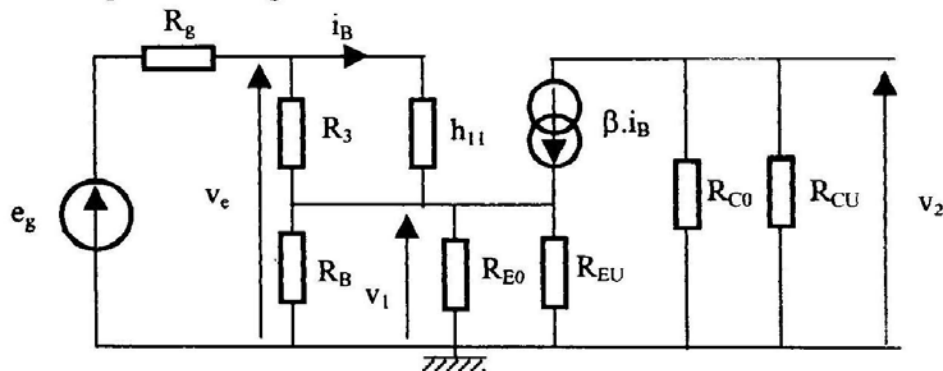


Fig.5.61.a

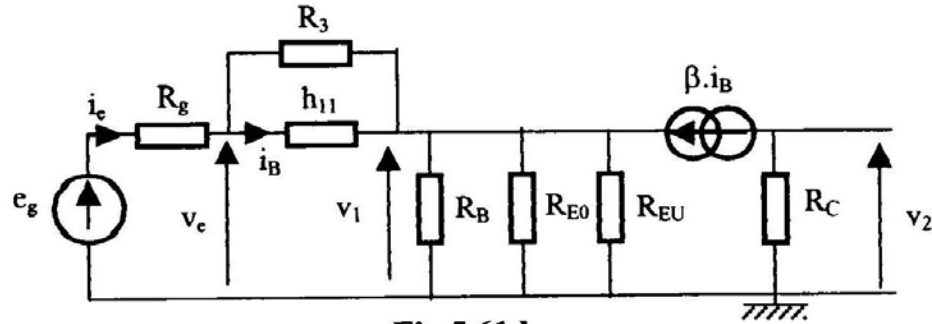


Fig.5.61.b

La résistance de charge équivalente est $R_{E1} = R_B // R_{E0} // R_{EU} = 950 \Omega$

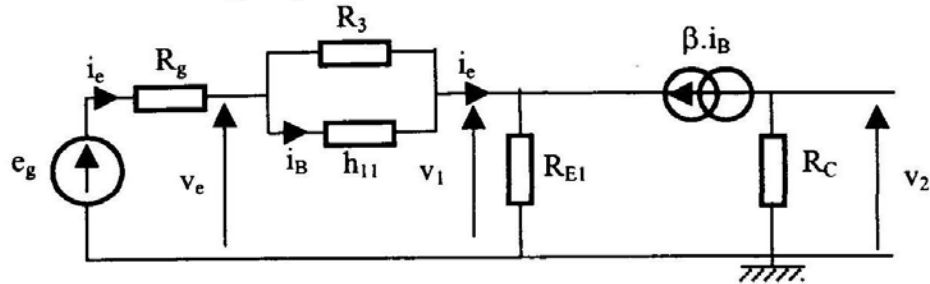


Fig.5.61.c

II.2. Amplification en tension

$$v_e = h_{11} i_B + R_{E1} (\beta i_B + i_e)$$

$$v_1 = R_{E1} (\beta i_B + i_e) \quad \text{et} \quad i_B = \frac{R_3}{R_3 + h_{11}} i_e$$

$$\text{D'où } v_e = \left[h_{11} + R_{E1} \left(\beta + \frac{R_3 + h_{11}}{R_3} \right) \right] i_B \quad \text{et} \quad v_1 = R_{E1} \left(\beta + \frac{R_3 + h_{11}}{R_3} \right) i_B$$

Soit enfin :

$$A'_{V1} = \frac{1}{1 + \frac{h_{11}}{R_{E1} \left(\beta + \frac{R_3 + h_{11}}{R_3} \right)}} \approx 1$$

• Résistance d'entrée

D'après le calcul précédent, on peut écrire :

$$v_e = h_{11} \frac{R_3}{R_3 + h_{11}} i_e + R_{E1} \left(\beta \frac{R_3}{R_3 + h_{11}} + 1 \right) i_e$$

$$\text{ou bien } v_e = \left[(h_{11} + \beta R_{E1}) \frac{R_3}{R_3 + h_{11}} + R_{E1} \right] i_e$$

D'où
$$R_{e1} = \frac{v_e}{i_e} = R_{E1} + (h_{11} + \beta R_{E1}) \frac{R_3}{R_3 + h_{11}} \approx 81 \text{ k}\Omega$$

Le gain ne change pas, par contre la résistance d'entrée est fortement augmentée.

III.1. Schéma équivalent Fig.5.62

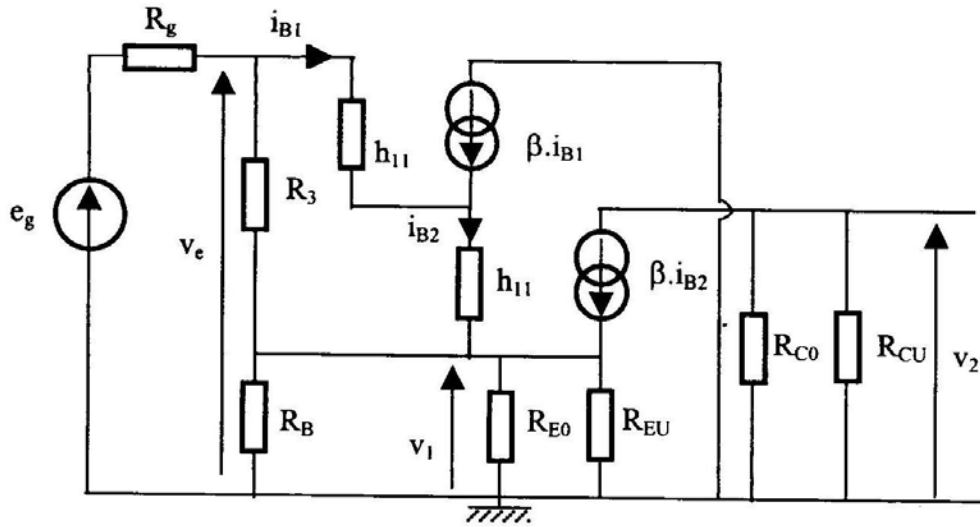


Fig.5.62.a

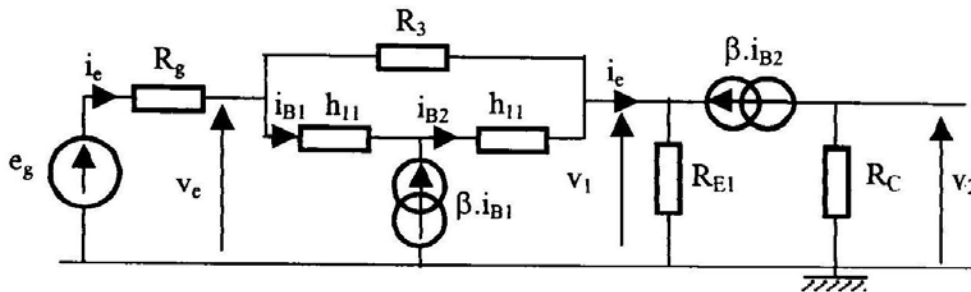


Fig.5.62.b

- Amplification en tension

$$i_{B2} = (\beta + 1)i_{B1} \text{ et } i_{B1} = \frac{R_3}{R_3 + h_{11} + (\beta + 1)h_{11}} i_e = \frac{R_3}{R_3 + (\beta + 2)h_{11}} i_e$$

$$v_e = [h_{11} + (\beta + 1)h_{11}] i_{B1} + R_{E1} [i_e - i_{B1} + (\beta + 1)i_{B1} + \beta(\beta + 1)i_{B1}]$$

$$v_e = (\beta + 2)h_{11} i_{B1} + R_{E1} [i_e + \beta(\beta + 2)i_{B1}]$$

Par suite :

$$v_e = (\beta + 2)h_{11} i_{B1} + R_{E1} \underbrace{\left[\frac{R_3 + (\beta + 2)h_{11}}{R_3} + \beta(\beta + 2) \right]}_{v_1} i_{B1}$$

D'où

$$A_{v1}'' = \frac{v_1}{v_e} = \frac{1}{1 + \frac{(\beta + 2)h_{11}}{R_{E1} \left[\frac{R_3 + (\beta + 2)h_{11}}{R_3} + \beta(\beta + 2) \right]}} \approx 1$$

Des équations précédentes, on peut écrire :

$$v_e = [(\beta + 2)h_{11} + \beta(\beta + 2)R_{E1}]i_{B1} + R_{E1}i_e$$

En remplaçant i_{B1} par son expression, on obtient :

$$R_e = \frac{v_e}{i_e} = R_{E1} + \frac{[(\beta + 2)h_{11} + \beta(\beta + 2)R_{E1}]R_3}{R_3 + (\beta + 2)h_{11}} = 3,39 \text{ M}\Omega$$

III.2. Nous avons à nouveau $A_{v1}'' \approx 1$ alors que la résistance d'entrée a été multipliée par un facteur ≈ 40 . L'objectif d'augmenter cette dernière sans changer la valeur du gain est largement atteint.

CHAPITRE 6
LE TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP

LE TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP (RAPPELS DE COURS)

1. Introduction :

Le transistor à effet de champ (TEC) ou "Junction Field Effect Transistor" (JFET) est constitué d'un barreau de semi-conducteur de type N ou P dans lequel on crée un "canal" conducteur. Aux deux extrémités du canal on trouve deux électrodes métalliques appelées source et drain (Fig.6.1). L'électrode de grille permet de faire varier la largeur du canal donc de commander le courant allant du drain vers la source. La jonction latérale grille-source doit toujours être polarisée en inverse (c'est pourquoi $I_G \approx 0$). Les porteurs de charge dans le canal vont de la source vers le drain.

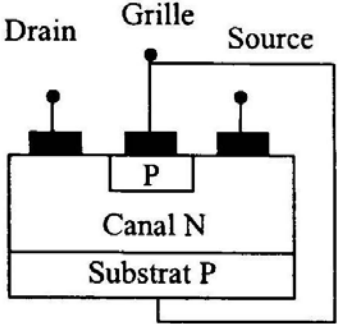
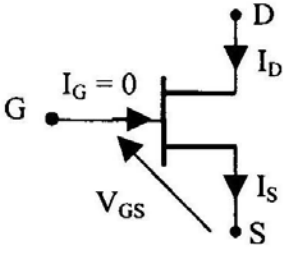
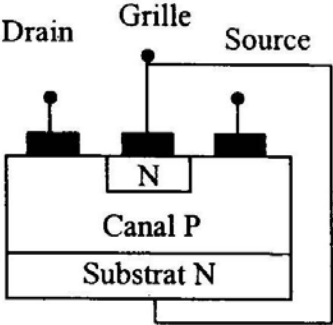
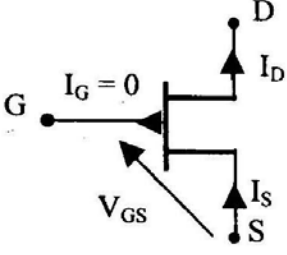
Type	Structure	Symbole
Canal N		 $V_{GS} < 0; V_{DS} > 0; I_D > 0$
Canal P		 $V_{GS} > 0; V_{DS} < 0; I_D < 0$

Fig.6.1

Un transistor à effet de champ peut être considéré comme un quadripôle (en prenant une borne commune avec les deux autres), Fig.6.2.

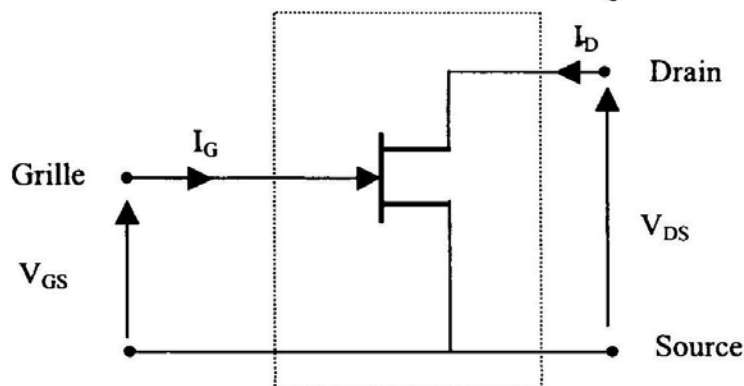


Fig.6.2

I_G : courant entrant dans la grille.
 I_D : courant entrant dans le drain.
 V_{GS} : tension entre grille et source.
 V_{DS} : tension entre drain et source.

2. Réseaux de caractéristiques :

Le réseau de caractéristiques (Fig.6.3) d'un transistor à effet de champ (canal N) est donné par le constructeur. On peut distinguer deux types de réseaux :

- Caractéristique de sortie : c'est le réseau de caractéristique $I_{DS} = f(V_{DS})$ pour des valeurs de tension V_{GS} données.
- Caractéristique de transfert : c'est le réseau de caractéristique $I_{DS} = f(V_{GS})$ pour des valeurs constantes de la tension V_{DS} .

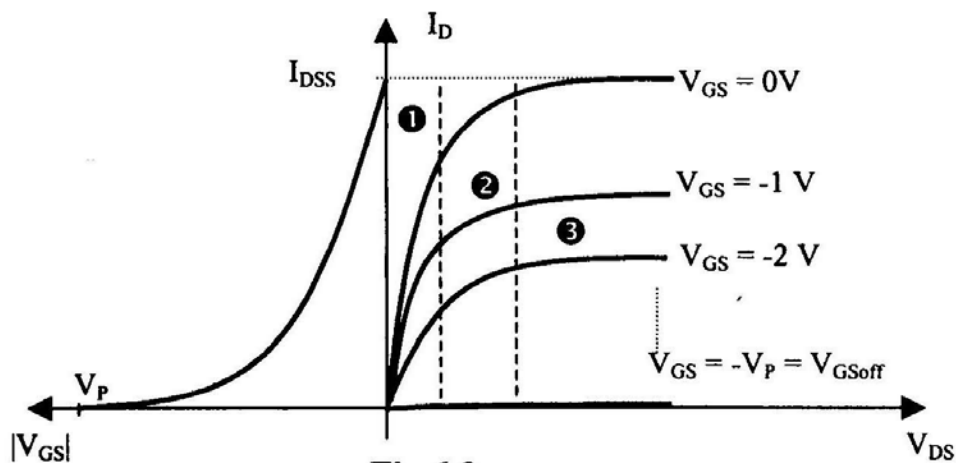


Fig.6.3

- Le réseau de transfert montre que le TEC est commandé en tension.
Si $|V_{GS}|$ augmente, I_{DS} diminue.

- Pour $|V_{GS}| \geq V_P$: tension de pincement, le courant I_{DS} est quasiment nul : le TEC est bloqué.
- Le réseau de sortie comprend trois parties :
 - ❶ La région ohmique, pour laquelle le transistor est utilisé en résistance variable commandée par une tension $R_{DS} = f(V_{GS})$;
 - ❷ La résistance du canal R_{DS} dépend de V_{GS} et V_{DS} ;
 - ❸ La région de pincement (zone de saturation pour $V_{GS} > V_{GSOFF}$), dans laquelle le courant I_D est sensiblement constant et égal au courant de saturation I_{DS} . Dans cette zone, le transistor se comporte comme un générateur de courant dont l'intensité est commandée par la tension V_{GS} ; $I_{DS} = f(V_{GS})$.

Nous remarquons que la caractéristique $I_{DS} = f(V_{GS})$ est non linéaire d'allure parabolique, représentée par l'équation fondamentale suivante :

$$I_{DS} = I_{DSS} \left(1 - \frac{|V_{GS}|}{|V_P|} \right)^2$$

Ou bien :

$$I_{DS} = I_{DSS} \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_P} \right)^2 \text{ puisque } V_{GS} < 0 \text{ et } V_P > 0$$
(6.1)

I_{DSS} : Courant de saturation à $V_{GS} = 0$.

V_P : Tension de pincement du canal.

3. Polarisation :

Un transistor FET doit être polarisé par un réseau de résistances extérieures permettant d'imposer le point de fonctionnement.

La plus utilisée est la polarisation automatique (Fig.6.4) :

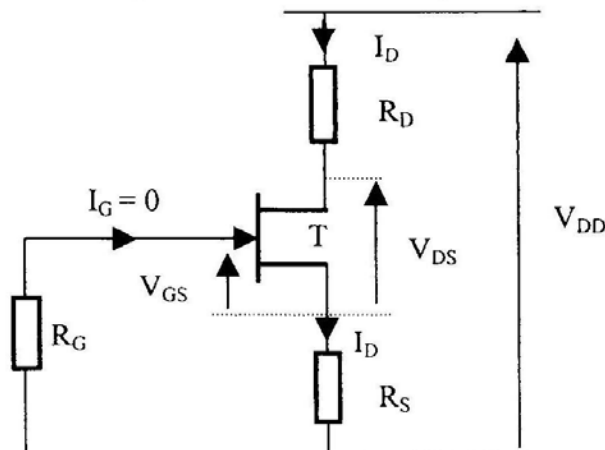


Fig.6.4

L'application de la loi des mailles permet d'établir :

$$\begin{cases} I_D = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R_D + R_S} \\ I_D = -\frac{V_{GS}}{R_S} \end{cases} \quad (6.2) \quad (6.3)$$

L'équation (6.2) représente la droite de charge.

L'équation (6.3) représente la droite d'attaque.

Le point de fonctionnement est défini par V_{GS0} , I_{DS0} et V_{DS0} qui est obtenu graphiquement ou par les équations (6.1), (6.2) et (6.3).

4. Etude dynamique:

D'après les courbes caractéristiques et l'équation (6.1), nous remarquons que le transistor FET est un composant non linéaire.

En régime faible signaux autour d'un point de repos situé dans la zone linéaire des caractéristiques de sortie, nous pouvons proposer un modèle électrique linéaire (modèle de Norton) décrit par la figure suivante (Fig.6.5) :

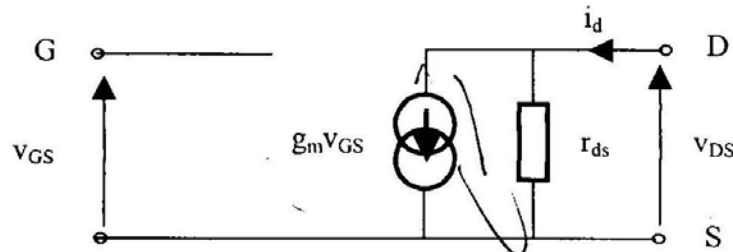


Fig.6.5

$$i_d = g_m v_{GS} + v_{ds}/r_{ds}$$

$g_m = \left(\frac{i_{DS}}{v_{GS}} \right)_{v_{DS}=0}$: Transconductance du FET quand la sortie est court-circuitée. g_m est obtenue par dérivation de (6.1) :

$$g_m = \frac{2I_{DSS}}{V_P} \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_P} \right)$$

$r_{ds} = \left(\frac{v_{DS}}{i_{DS}} \right)_{v_{GS}=0}$: Résistance dynamique de sortie quand l'entrée est court-

circuitée. r_{ds} est très grande puisque les caractéristiques sont pratiquement horizontales dans la zone de saturation.

LE TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP (ENONCES DES EXERCICES)

Exercice 1

On considère le circuit électrique décrit par la Fig.6.6.

1. Déterminer l'expression de la résistance R_S en fonction de la tension V_{GS} .

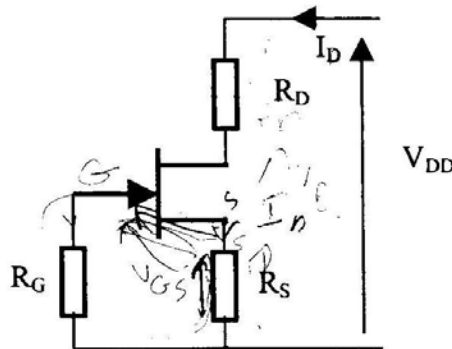
2. Ce transistor a une tension de grille de repos $V_{GS0} = \frac{V_{GSoff}}{4}$. Quelle

erreur fait-on en admettant que l'on a dans ce cas $I_D \approx \frac{I_{DSS}}{2}$?

Déduire l'expression de la résistance R_S .

3. On donne : $V_{GSoff} = -4 \text{ V}$; $I_{DSS} = 10 \text{ mA}$.

Déterminer, en plus de R_S , la valeur de R_D pour que la différence de potentiel à ses bornes soit de 10 V. Que vaut alors V_{DS} si $V_{DD} = 21 \text{ V}$?

**Fig.6.6****Exercice 2**

Considérons un transistor à effet de champ à jonction (canal N) ayant une tension V_{DS} qui est comprise entre 4 V et 20 V. La caractéristique de transfert est donnée par la relation suivante :

$$I_{DS} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}} \right)^2$$

1. Tracer la caractéristique de transfert sachant que $I_{DSS} = 20 \text{ mA}$ et $V_{GSoff} = -V_P = -8 \text{ V}$.

La tangente à la courbe $I_{DS} = f(V_{GS})$ au point $I_{DS} = I_{DSS}$ coupe l'axe des tensions V_{GS} en un point P. Déterminer les coordonnées du point P.

2. Calculer les résistances R_D et R_S , Fig.6.7, pour avoir $V_{DS} = 10 \text{ V}$ et $V_{GS} = -3 \text{ V}$.

3. On choisit $R_D = 2,7 \text{ k}\Omega$ et $R_S = 820 \Omega$.
Calculer I_{DS} , V_{GS} et V_{DS} .

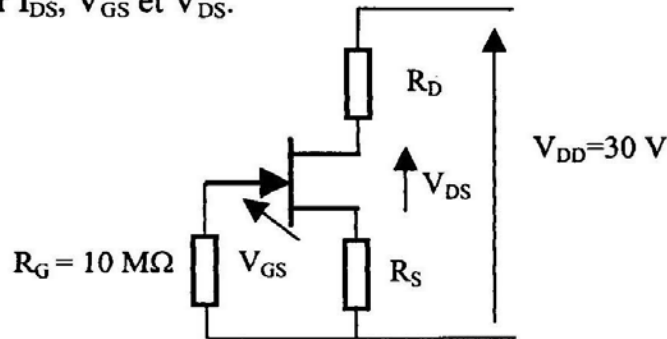


Fig.6.7

4. Tracer la droite de charge statique du transistor dans le circuit de la Fig.6.8. et placer le point de repos P_0 .
5. On peut considérer que tous les condensateurs se comportent comme des courts-circuits aux fréquences utilisées. Tracer la droite de charge dynamique pour le montage amplificateur ci-dessous.

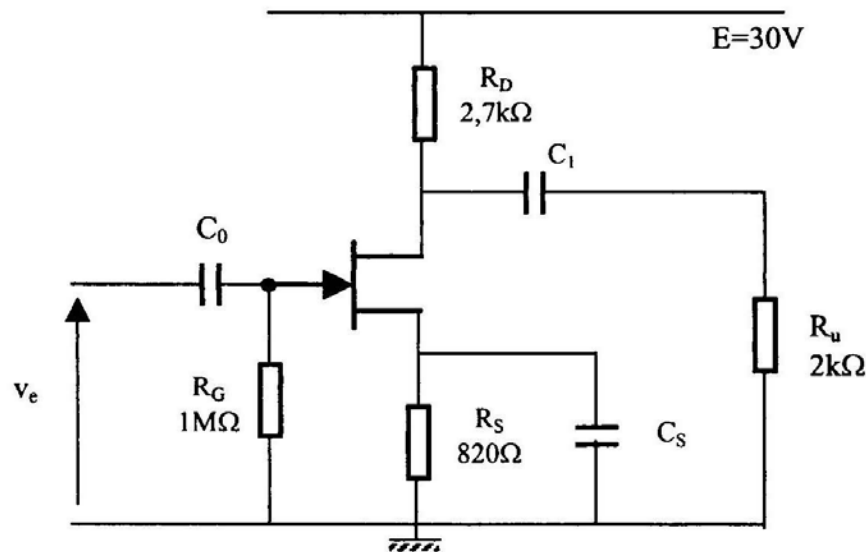


Fig.6.8

Exercice 3

On se propose d'étudier un étage amplificateur à transistor à effet de champ dont le schéma est donné par la Fig. 6.9.

On donne :

$$V_{DD} = 12 \text{ V} ; I_{DSS} = 4 \text{ mA} ; V_P = -V_{Gsoff} = -4 \text{ V} ; R_S = 1 \text{ k}\Omega ; r_{ds} = 50 \text{ k}\Omega$$

- Calculer la valeur de la résistance R_D pour avoir $V_{DS} = \frac{V_{DD}}{2}$ (on prendra $E = 0$).
- Quelles seront les nouvelles valeurs de V_{DS} et I_{DS} pour $E = -1 \text{ V}$?

3. Donner le schéma équivalent du montage en régime dynamique. On supposera que les condensateurs se comportent comme des courts-circuits aux fréquences de travail.
4. Déterminer :
 - 4.1. L'amplification en tension du montage ;
 - 4.2. L'impédance d'entrée ainsi que l'impédance de sortie du montage.

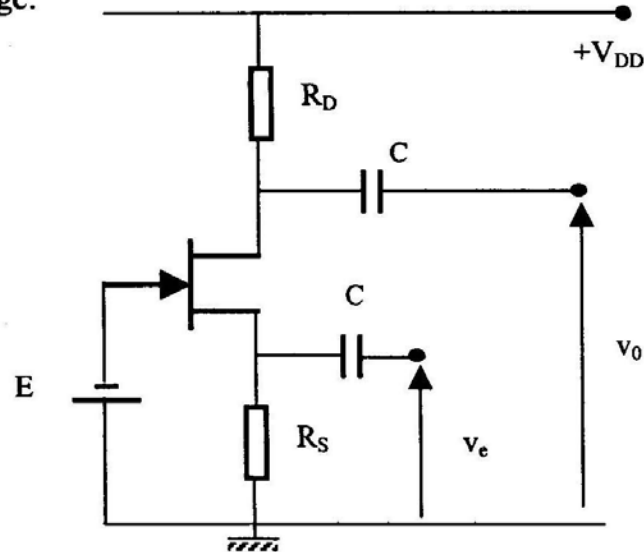


Fig.6.9

Exercice 4

On considère le schéma du montage de la Fig.6.10.

On donne : $V_{DD} = 21\text{ V}$; $R_D = 2\text{ k}\Omega$; $R_S = 1\text{ k}\Omega$ et $R_G = 1\text{ M}\Omega$.

$g_m = 5\text{ mA/V}$ et $r_{ds} = 200\text{ k}\Omega$

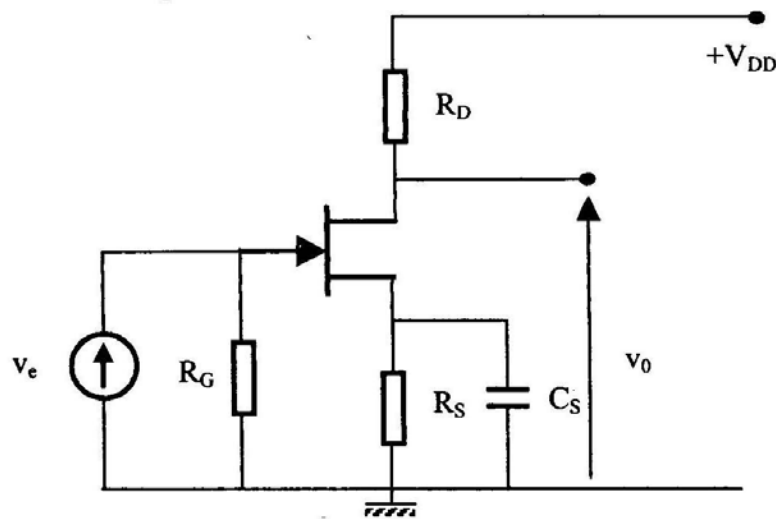


Fig.6.10

1. Déterminer le point de repos du montage sachant que le courant I_{DS} vaut 3 mA.

2. On suppose que le condensateur C_S peut être considéré comme un court-circuit.
 - a. Donner le schéma équivalent du montage en basse fréquence petits signaux.
 - b. Calculer l'amplification en tension $A_{v0} = \frac{V_0}{V_e}$.
 - c. Déterminer les impédances d'entrée et de sortie du montage.
3. Le condensateur C_S n'est plus considéré comme un court-circuit. Reprendre les questions (2.a) et (2.b) et tracer le diagramme asymptotique de Bode (en amplitude) de A_v . Commenter.

Exercice 5

Soit le montage de la Fig.6.11 :

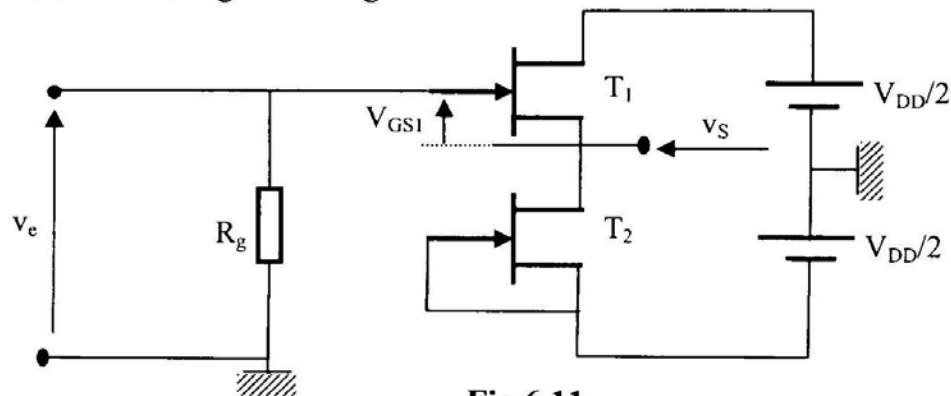


Fig.6.11

Les transistors T_1 et T_2 sont identiques.

1. Montrer que $v_e = v_s$.
2. Proposer un circuit équivalent à ce montage.
3. Quelle est la fonction assurée par le circuit étudié ?

Exercice 6

Soit le montage de la Fig.6.12. Les transistors T_1 et T_2 sont supposés identiques. On donne: $R_D = 4,7 \text{ k}\Omega$; $g_m = 3 \cdot 10^{-3} \text{ }\Omega^{-1}$; $r_{ds} = 90 \text{ k}\Omega$

Les condensateurs C_1 et C_2 ont des impédances négligeables aux fréquences de travail.

- 1- Préciser le type de montage pour chaque transistor.
- 2- Calculer l'amplification $A_{v2} = \frac{V_2}{V_1}$ et la résistance d'entrée R_{e2} du 2^{ème} étage.

- 3- Calculer l'amplification $A_{v1} = \frac{v_1}{v_e}$ du 1^{er} étage ainsi que sa résistance de sortie. Déduire l'amplification globale A_v du montage complet.
- 4- Quelle est la résistance d'entrée du montage complet ?
- 5- Déterminer la résistance de sortie du montage complet.

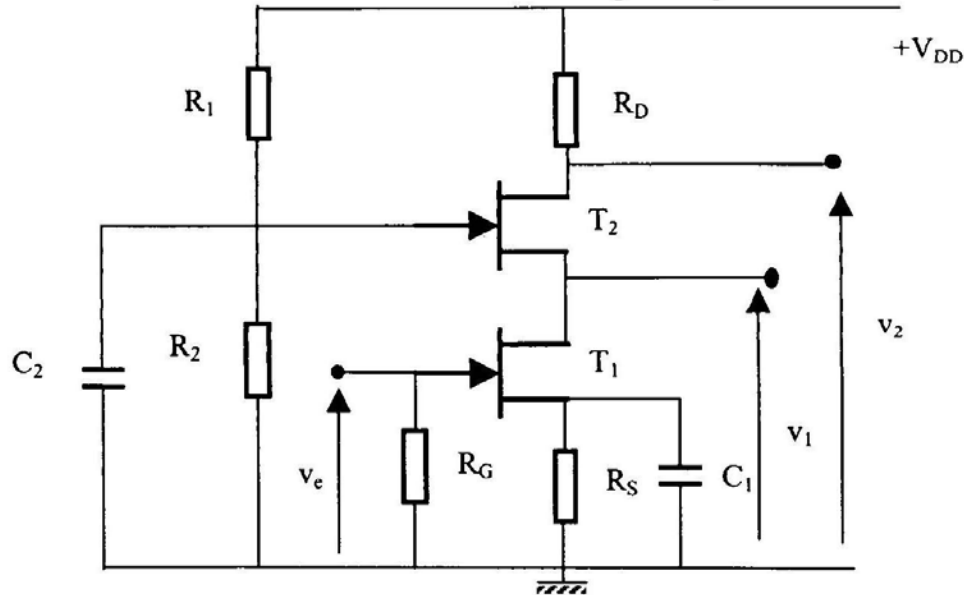


Fig.6.12

Exercice 7

On se propose d'étudier un amplificateur à deux étages comportant deux transistors à effet de champs T_1 et T_2 identiques. (Fig.6.13)

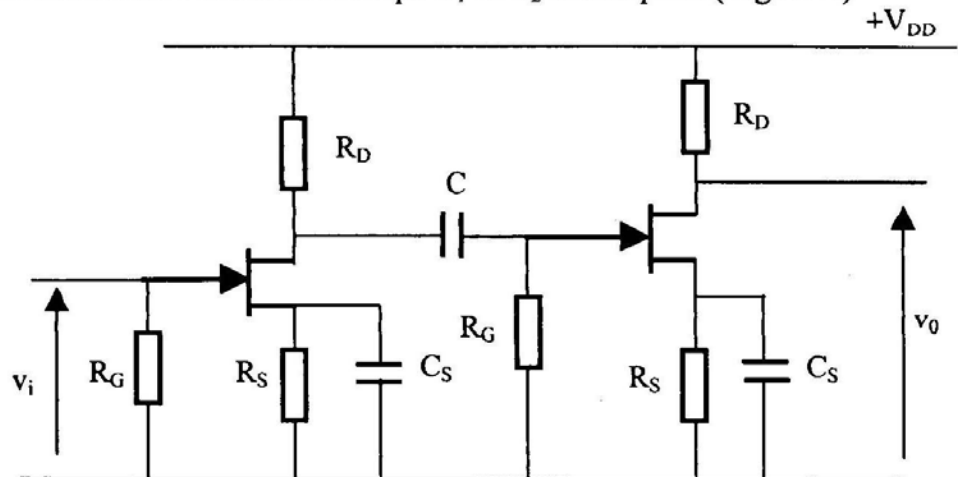


Fig.6.13

On donne :

$$R_D = 4,7 \text{ k}\Omega; R_S = 820 \text{ }\Omega; \mu = g_m r_{ds} = 270; C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$$

$$R_G = 100 \text{ k}\Omega; r_{ds} = 90 \text{ k}\Omega; V_{DD} = 18 \text{ V}$$

On suppose que seul le condensateur de découplage C_S présente une impédance négligeable aux fréquences de travail.

1. Analyser le circuit en précisant le type de montage pour chaque transistor et les propriétés qui vont en découler.
2. Donner le schéma équivalent dynamique du montage.
3. Déterminer l'amplification en tension $A_v = \frac{v_0}{v_i}$ du montage.
4. Tracer le diagramme de Bode asymptotique de la fonction $|A_v|$.
5. Commenter.

Exercice 8

Soit à étudier le montage de la figure ci-dessous : (Fig.6.14)

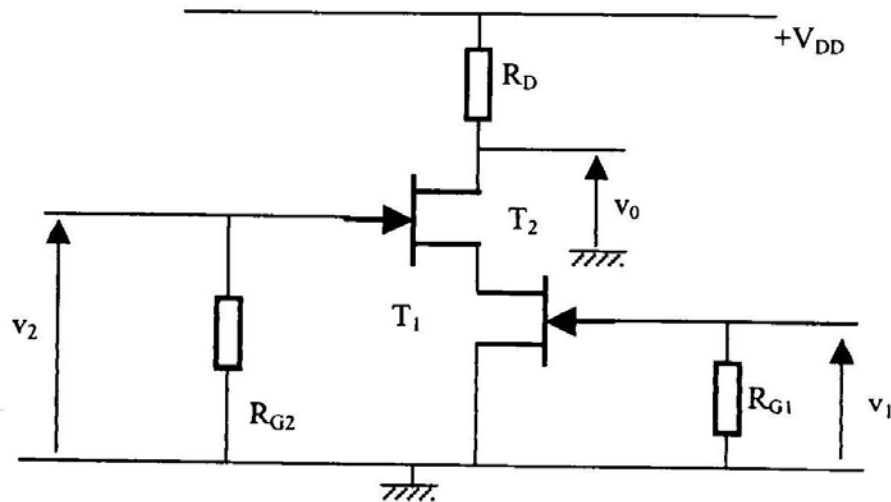


Fig.6.14

Les deux transistors à effet de champs sont identiques

1. Donner le schéma équivalent du montage.
2. Donner l'expression de la tension de sortie v_0 en fonction de v_1 et v_2 , μ , r_{ds} et R_D .
3. Dans le cas où $\mu \gg 1$: Déterminer l'expression de v_0 lorsque
 - 3.1 : $v_1 = 0$ et $v_2 \neq 0$
 - 3.2 : $v_2 = 0$ et $v_1 \neq 0$
4. Quel est le rôle du montage ?

Exercice 9

Considérons un amplificateur différentiel comportant deux transistors, à effet de champ T_1 et T_2 identiques. Le montage est présenté par la figure suivante : (Fig.6.15)

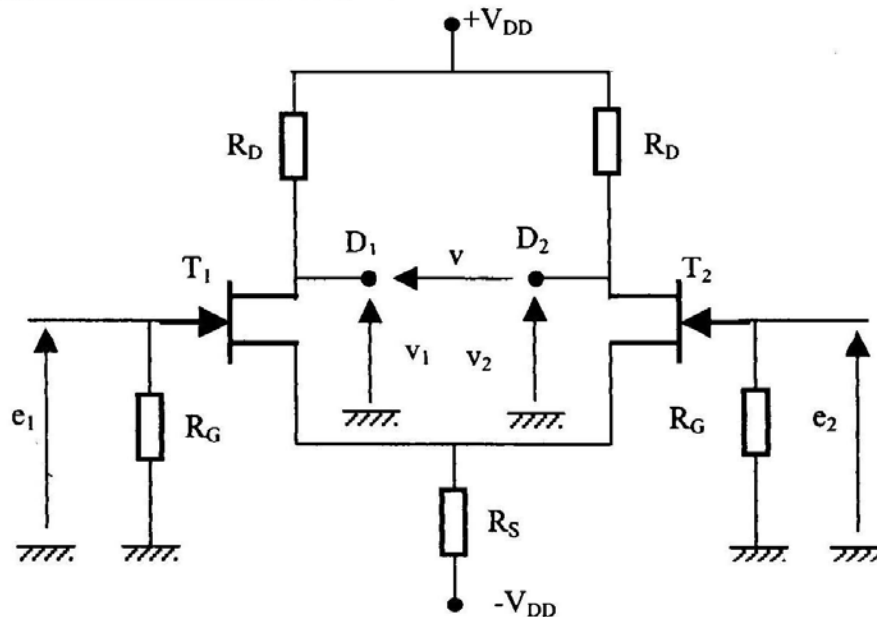


Fig.6.15

On donne :

$g_m = 3 \text{ (m}\Omega\text{)}^{-1}$; $R_G = 100 \text{ k}\Omega$; $r_{ds} = 90 \text{ k}\Omega$; $V_{DD} = 30 \text{ V}$; $R_S = R_D = 10 \text{ k}\Omega$

Les tensions de sorties peuvent être prélevées respectivement entre les drains D_1 (D_2) et la masse (sortie asymétrique) ou encore entre D_1 D_2 (sortie symétrique).

1. Donner le schéma équivalent du montage, et donner l'expression de $(v_1 - v_2)$ en fonction de $(e_1 - e_2)$. Faire l'application numérique.

On définit le gain différentiel en mode différentiel $A_d = \frac{v_1 - v_2}{e_1 - e_2}$

2. En pratique, la sortie se fait en mode asymétrique c'est à dire D_1 (ou D_2) et la masse. Exprimer la tension de sortie v_1 en fonction de e_1 , e_2 , r_{ds} , R_D et R_S puis mettre cette expression sous la forme :

$$v_1 = A_d(e_1 - e_2) + A_c \frac{(e_1 + e_2)}{2}$$

Application numérique : $e_1 = 1,1 \text{ V}$; $e_2 = 1 \text{ V}$.

3. Pour avoir un bon amplificateur différentiel (qui permet d'amplifier la différence); on a intérêt à minimiser le terme en $\left(\frac{e_1 + e_2}{2}\right)$.

On chiffre alors les performances de l'amplificateur par le taux de

réjection du mode commun défini par : $\rho = \left| \frac{A_d}{A_c} \right|$

Calculer ρ exprimé en dB. Quelle est l'amélioration nécessaire pour rendre l'amplificateur différentiel performant ?

Exercice 10

On se propose d'étudier le circuit suivant : (Fig.6.16)

On donne :

$$R_1 = 1 \text{ M}\Omega ; R_2 = 150 \text{ k}\Omega ; R_3 = R_4 = 470 \text{ }\Omega ; R_5 = R_6 = 2,2 \text{ k}\Omega ;$$

$$r_{ds} = 50 \text{ k}\Omega ; g_m = 3,2 \text{ mA/V} ; V_{GS} = -0,7 \text{ V} ; I_{DS} = 1,5 \text{ mA}$$

Les deux transistors T et T' sont identiques.

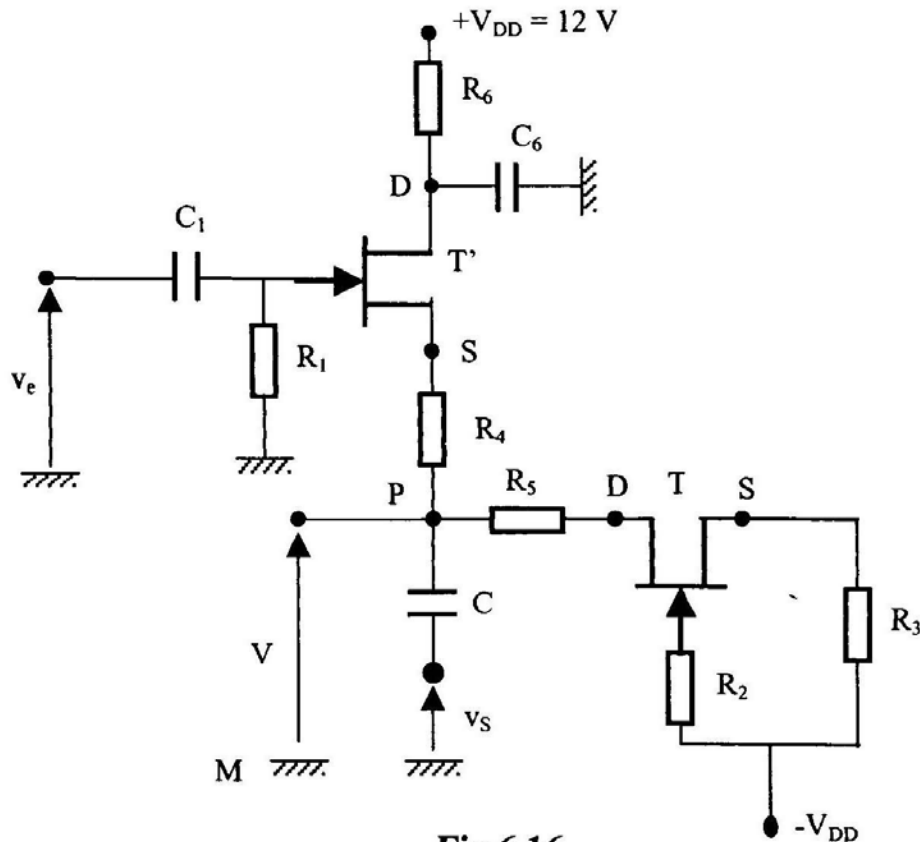


Fig.6.16

A. Étude statique :

1. Calculer le courant I'_{DS} et la tension V'_{GS} du transistor T'.
2. Calculer la tension V entre les points P et M.
3. Déterminer les tensions V_{DS} et V'_{DS} .

B. Étude dynamique :

Les condensateurs ont des impédances négligeables aux fréquences de travail.

1. Montrer qu'entre les points P et M, le circuit est équivalent à une résistance R_a , dont on déterminera l'expression.
2. Donner le schéma équivalent du montage ;
3. Calculer l'amplification $A_v = \frac{V_s}{V_e}$.

LE TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP (CORRIGES DES EXERCICES)

Exercice 1

1. Comme $I_G = 0$ alors $V_{GS} = -R_S I_{DS}$

$$R_S = - \frac{V_{GS}}{I_{DS}}$$

Cette technique de polarisation est appelée " polarisation automatique " :
on a une tension $V_{GS} \neq 0$ malgré que la tension $V_G = 0$

2. On sait que : $I_{DS} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}}\right)^2$.

Pour $V_{GS} = \frac{V_{GSoff}}{4}$

il vient : $I_{DS} = I_{DSS} \left(1 - \frac{1}{4}\right)^2$.

$$I_{DS} = \frac{9}{16} \cdot I_{DSS}.$$

Donc $\Delta I_{DS} = \left(\frac{9}{16} - \frac{8}{16}\right) I_{DSS} = \frac{1}{16} I_{DSS}.$

D'où l'erreur $\frac{\Delta I_{DS}}{I_{DS}} = \frac{\frac{1}{16} I_{DSS}}{\frac{9}{16} I_{DSS}} = \frac{1}{9}$ soit 11%

$$\frac{\Delta I_{DS}}{I_{DS}} \cong 11\%$$

Donc pour $I_{DS} = \frac{I_{DSS}}{2}$ on a $V_{GS} \approx \frac{V_{GSoff}}{4}$

D'où $R_S = - \frac{V_{GS}}{I_{DS}} = - \frac{V_{GSoff}}{4 \cdot \frac{I_{DSS}}{2}}$

$$R_S = - \frac{1}{2} \frac{V_{GSoff}}{I_{DSS}}$$

3. On a : $V_{GSoff} = -4 \text{ V}$. et $I_{DSS} = 10 \text{ mA}$.

$$\bullet \quad R_S = -\frac{1}{2} \frac{V_{GSoff}}{I_{DSS}} = -\frac{1}{2} \frac{-4}{10 \cdot 10^{-3}} = 200 \, \Omega.$$

$$R_S = 200 \, \Omega$$

• Calcul de R_D :

$$V_{RD} = R_D \cdot I_{DS} \Rightarrow$$

$$R_D = \frac{V_{RD}}{I_{DS}}$$

A.N. : $R_D = \frac{10}{\frac{10}{2} \cdot 10^3} = 2 \text{ k}\Omega$

$$R_D = 2 \text{ k}\Omega.$$

• Calcul de V_{DS} :

La loi des mailles nous permet d'écrire :

$$V_{DD} = (R_D + R_S) I_{DS} + V_{DS}.$$

$$\text{D'où } V_{DS} = V_{DD} - (R_D + R_S) I_{DS}$$

A.N. :

$$V_{DS} = [21 - (2 + 0,2) \cdot 5] \text{ V}$$

$$V_{DS} = 10 \text{ V}$$

Exercice 2

1. On peut tracer la courbe de transfert (Fig.6.17) en dressant le tableau suivant :

$V_{GS}(\text{V})$	0	-2	-4	-6	-8
$I_{DS}(\text{mA})$	20	11,25	5	1,25	0

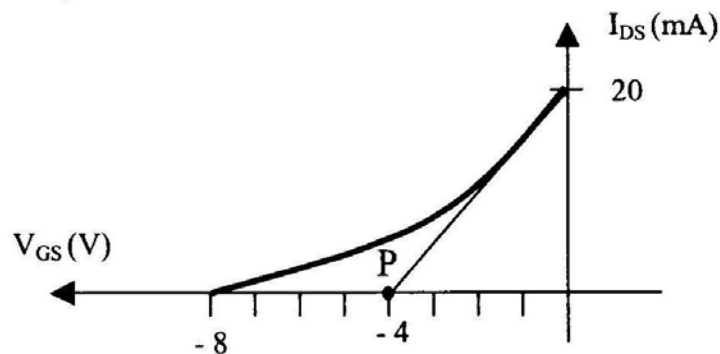


Fig.6.17

• Equation de la tangente.

$$\text{Forme générale : } y - y_0 = f'(x_0) (x - x_0).$$

$$\text{On a : } y = I_{DS} ; y_0 = I_{DSS} ; x = V_{GS} \text{ et } x_0 = 0.$$

Calcul de la dérivée :

$$\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}} = -\frac{2I_{DSS}}{V_{GSoff}} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}}\right) \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}}\right)_{V_{GS0}=0} = -\frac{2I_{DSS}}{V_{GSoff}}$$

Par suite, il vient :

$$I_{DS} - I_{DSS} = -\frac{2I_{DSS}}{V_{GSoff}} V_{GS}$$

$$I_{DS} = I_{DSS} \left[1 - \frac{2V_{GS}}{V_{GSoff}}\right] \quad \text{Équation de la tangente}$$

- Coordonnées du point P :

$$\text{Pour } I_{DS} = 0 \text{ on a } 1 - \frac{2V_{GS}}{V_{GSoff}} = 0 \Rightarrow V_{GS} = \frac{V_{GSoff}}{2}$$

Donc les coordonnées du point P sont :

$$V_{GSP} = -4 \text{ V} \quad \text{et} \quad I_{DSP} = 0$$

2. $V_{DS} = 10 \text{ V}$; $V_{GS} = -3 \text{ V}$

D'après la relation $I_{DS} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}}\right)^2$, on aura :

$$I_{DS} = 20 \cdot 10^{-3} \left(1 - \frac{+3}{+8}\right)^2$$

$$I_{DS} = 7,81 \text{ mA}$$

- Calcul de R_S :

$$R_S = \frac{-V_{GS}}{I_{DS}} = \frac{3}{7,81 \cdot 10^{-3}} = 384 \, \Omega.$$

$$R_S = 384 \, \Omega$$

- Calcul de R_D :

$$V_{DD} = V_{DS} + (R_D + R_S) I_{DS}$$

D'où

$$R_D = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{I_{DS}} - R_S$$

$$\underline{\text{A.N.}} : R_D = \frac{30-10}{7,81 \cdot 10^{-3}} - 384$$

$$R_D = 2177 \, \Omega \approx 2,2 \, \text{k}\Omega$$

3. Pour $V_{DD} = 30 \, \text{V}$; $R_D = 2,7 \, \text{k}\Omega$ et $R_S = 820 \, \Omega$.

- Calcul de I_{DS} :

$$I_{DS} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}} \right)^2$$

$$\text{or } V_{GS} = -R_S \cdot I_{DS}$$

$$\text{Donc } I_{DS} = I_{DSS} \left[1 + \frac{R_S}{V_{GSoff}} \cdot I_{DS} \right]^2$$

$$I_{DS} = I_{DSS} \left[1 + \frac{2R_S}{V_{GSoff}} \cdot I_{DS} + \left(\frac{R_S}{V_{GSoff}} \right)^2 \cdot I_{DS}^2 \right]$$

$$\underline{\text{A.N.}} : I_{DS} = 20 \cdot 10^{-3} \left[1 - \frac{2 \cdot 820}{8} I_{DS} + \left(\frac{820}{8} \right)^2 I_{DS}^2 \right]$$

$$210,125 \cdot I_{DS}^2 + 5,1 \cdot I_{DS} + 20 \cdot 10^{-3} = 0$$

$$\Delta = (5,1)^2 - 4 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 210,125$$

$$\Delta = 9,2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 3,03$$

$$I_{DS1} = \frac{5,1 - 3,03}{2 \cdot 210,125} = 4,9 \, \text{mA}$$

$$I_{DS2} = \frac{5,1 + 3,03}{2 \cdot 210,125} = 38,7 \, \text{mA} > I_{DSS} \quad \text{à rejeter}$$

Donc

$$I_{DS} = 4,9 \, \text{mA}$$

- Calcul de V_{GS} :

$$V_{GS} = -R_S I_{DS}$$

$$\underline{\text{A.N.}} : V_{GS} = -820 \cdot 4,9 \cdot 10^{-3} = -4,02 \, \text{V}$$

- Calcul de V_{DS}

En appliquant la loi des mailles, on obtient :

$$V_{DS} = V_{DD} - (R_D + R_S) I_{DS}$$

$$\underline{\text{A.N.}} : V_{DS} = 30 - (2,7 + 0,82) \cdot 4,9 = 12,75 \, \text{V}$$

4. L'équation de la droite de charge statique s'écrit :

$$I_{DS} = \frac{V_{DD}}{R_D + R_S} - \frac{V_{DS}}{R_D + R_S}$$

Elle passe par les points A et B : A $\begin{pmatrix} 0 \\ 8,52 \text{ V} \end{pmatrix}$; B $\begin{pmatrix} 30 \text{ V} \\ 0 \end{pmatrix}$

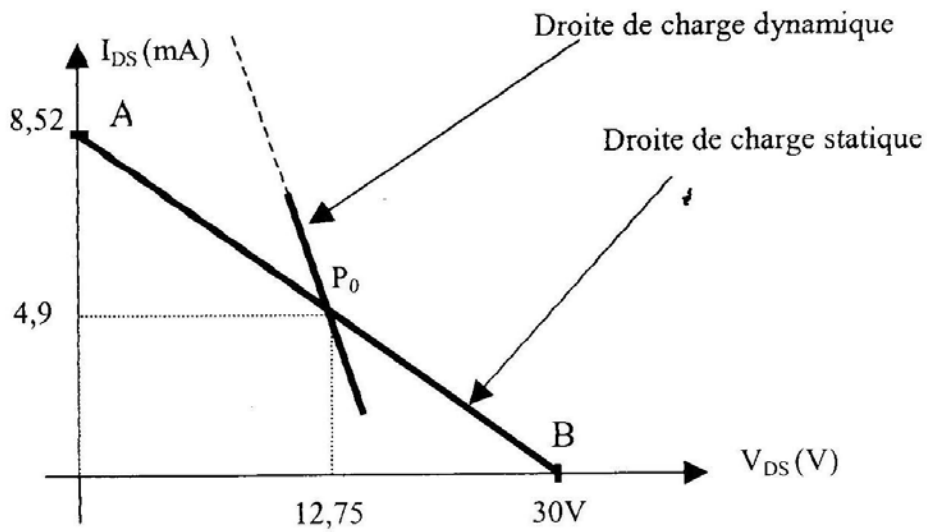


Fig.6.18

5. Le schéma équivalent en basse fréquence est donné la Fig.6.19, en supposant que $r_{ds} \rightarrow \infty$

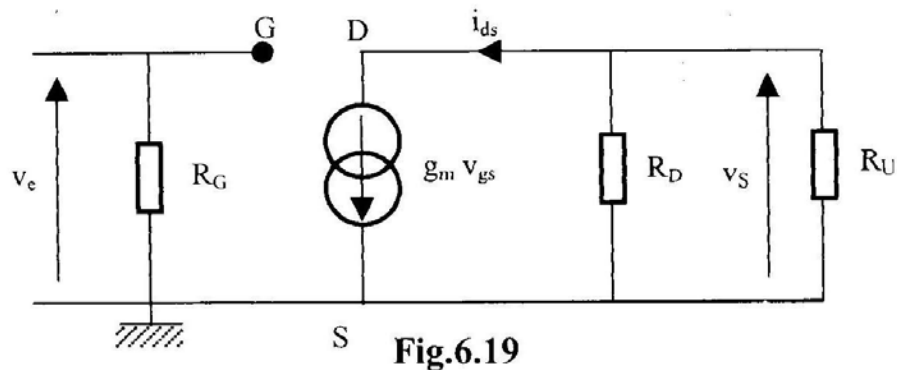


Fig.6.19

On peut écrire :

$$i_{ds} = g_m v_{gs}$$

$$v_S = -R_L i_{ds} \quad \text{avec } R_L = R_u // R_D$$

- La droite de charge dynamique passe par le point $P_0 \begin{pmatrix} V_{DS0} \\ I_{DS0} \end{pmatrix}$.

de pente $\left(-\frac{1}{R_L}\right)$ et a une équation de la forme : $i_{ds} = a v_{ds} + b$

A.N. : $a = \frac{-1}{R_L} = -\frac{R_u + R_D}{R_u \cdot R_D} = -\frac{4,7}{2,2,7} = -0,87 \Omega^{-1}$

$$i_{ds} = I_{DS0} - \frac{1}{R_L}(v_{ds} - V_{DS0})$$

$$i_{ds} = -\frac{v_{ds}}{R_L} + I_{DS0} + \frac{V_{DS0}}{R_L}$$

$$i_{ds} \text{ (mA)} = -0,87 \cdot v_{ds} + 16. \quad (\text{Voir Fig.6.18})$$

Exercice 3 :

1. L'équation de la droite de charge statique est :

$$V_{DD} = R_D I_{DS} + R_S I_{DS} + V_{DS} \quad (\text{car } I_G \approx 0).$$

Ou encore

$$I_{DS} = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R_D + R_S}$$

On veut que $V_{DS} = \frac{V_{DD}}{2}$

D'où $I_{DS} = \frac{V_{DD}}{2(R_D + R_S)}$

Or $I_{DS} = -\frac{V_{GS}}{R_S}$ (car $E = 0$)

- Calcul de V_{GS}

$$I_{DS} = I_{DSS} \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2 \quad \text{avec } V_{GS} < 0 \text{ et } V_P > 0$$

$$-\frac{V_{GS}}{R_S} = I_{DSS} \left(1 + 2 \frac{V_{GS}}{V_P} + \frac{V_{GS}^2}{V_P^2}\right) \quad \text{pour } V_{GS} \geq -V_P$$

$$-\frac{V_{GS}}{R_S I_{DSS}} = \left(1 + 2 \frac{V_{GS}}{V_P} + \frac{V_{GS}^2}{V_P^2}\right)$$

$$\underline{\text{A.N.:}} \quad R_S I_{DSS} = 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 4 \text{ V} \\ V_p = 4 \text{ V}$$

$$-\frac{V_{GS}}{4} = 1 + 2 \frac{V_{GS}}{4} + \frac{V_{GS}^2}{16}$$

Par suite, on peut écrire : $V_{GS}^2 + 12 V_{GS} + 16 = 0$ d'où

$$\Delta' = \left(\frac{12}{2}\right)^2 - 16 = 20$$

$$V_{GS1} = \frac{-6 - \sqrt{20}}{1} \approx -10.5 \text{ V} < -V_p \text{ à rejeter}$$

$$V_{GS2} = \frac{-6 + \sqrt{20}}{1} \approx -1.53 \text{ V} > -V_p$$

donc $V_{GS} = -1.53 \text{ V}$.

d'où $I_{DS} = \frac{-V_{GS}}{R_S} = 1.53 \text{ mA}$

et $R_D = \frac{V_{DD}}{2I_{DS}} - R_S$

$$R_D = \frac{12}{2 \cdot 1.53 \cdot 10^{-3}} - 1 \cdot 10^3$$

$$R_D = 2.93 \text{ k}\Omega$$

2. $E = -1 \text{ V}$

$$E = V_{GS} + R_S I_{DS}$$

$$I_{DS} = \frac{E - V_{GS}}{R_S}$$

$$I_{DS} = \frac{E - V_{GS}}{R_S} = I_{DSS} \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2$$

$$\frac{E - V_{GS}}{R_S I_{DSS}} = 1 + 2 \frac{V_{GS}}{V_P} + \frac{V_{GS}^2}{V_P^2}$$

A.N. :

$$-\frac{1}{4} - \frac{V_{GS}}{4} = 1 + 2\frac{V_{GS}}{4} + \frac{V_{GS}^2}{16}$$

$$V_{GS}^2 + 12V_{GS} + 20 = 0 \quad \text{d'où} \quad \Delta' = 36 - 20 = 16$$

$$V_{GS1} = \frac{-6 - 4}{1} = -10V < -V_P \text{ à rejeter}$$

$$V_{GS2} = \frac{-6 + 4}{1} = -2V$$

Donc $V_{GS} = -2V$

$$\text{Par suite } I_{DS} = \frac{E - V_{GS}}{R_S} = \frac{-1 + 2}{1.10^3} = 1 \text{ mA}$$

Enfin $V_{DS} = V_{DD} - (R_D + R_S) I_{DS}$

$$V_{DS} = 12 - (2,93 + 1).1$$

$$V_{DS} = 8,1 \text{ V}$$

3. Le schéma équivalent en régime dynamique est : (Fig.6.20)

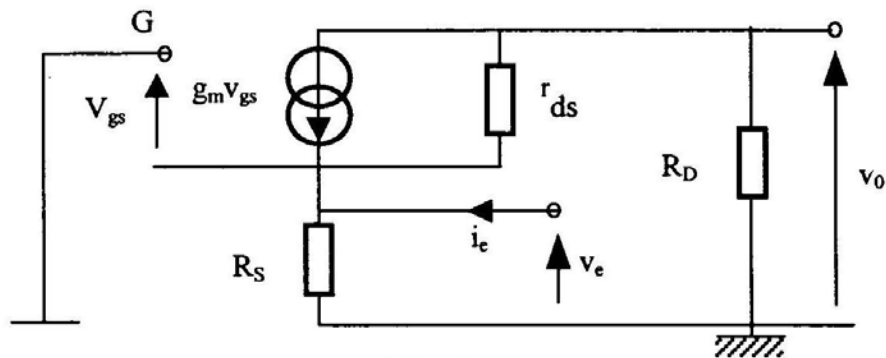


Fig.6.20

En remplaçant le générateur de Norton par un générateur de Thévenin, on obtient le schéma suivant (Fig.6.21) :

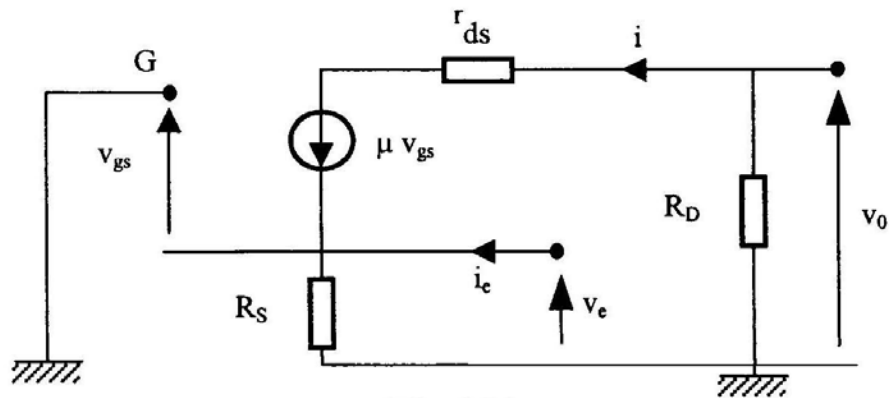


Fig.6.21

avec $\mu = g_m \cdot r_{ds}$

4.1. Amplification en tension

$$V_{gs} = v_g - v_s = 0 - v_e = -v_e$$

La loi des mailles, nous permet décrire : $i = \frac{v_0 + \mu \cdot V_{gs} - v_e}{r_{ds}}$

ou encore $i = \frac{v_0 - v_e(1 + \mu)}{r_{ds}}$ or $v_0 = -R_D \cdot i$

$$\text{d'où : } v_0 = -\frac{R_D}{r_{ds}}(v_0 - v_e(1 + \mu))$$

$$\Rightarrow v_0 \left(1 + \frac{R_D}{r_{ds}} \right) = \frac{R_D}{r_{ds}}(1 + \mu) \cdot v_e$$

Enfin

$$A_v = \frac{v_0}{v_e} = \frac{R_D}{R_D + r_{ds}}(1 + \mu)$$

Calcul de g_m :

$$g_m = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}} \quad \text{et comme} \quad I_{DS} = I_{DSS} \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_p} \right)^2$$

$$\text{Par suite} \quad g_m = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}} = -\frac{2I_{DSS}}{V_p} \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_p} \right)$$

$$\underline{\text{A.N.}} : g_m = -\frac{2.4 \cdot 10^{-3}}{4} \left(1 + \frac{-2}{4}\right) = 1 \text{ mA/V} \quad \text{or} \quad \mu = g_m r_{ds} = 1 \cdot 50 = 50$$

$$\text{d'où} \quad A_v = \frac{R_D(1+\mu)}{R_D + r_{ds}} \approx g_m R_D \quad \underline{\text{A.N.}} : \quad \boxed{A_v \approx 2,9}$$

4.2. Impédance d'entrée

En appliquant la loi des nœuds, on obtient :

$$i_e + i = \frac{v_e}{R_S} \quad \Leftrightarrow \quad i_e = \frac{v_e}{R_S} - i$$

En appliquant la loi des mailles, on obtient :

$$v_e(1 + \mu) = - (r_{ds} + R_D) i \quad \Leftrightarrow \quad i = -\frac{(1+\mu)v_e}{r_{ds} + R_D}$$

$$\text{D'où : } i_e = \frac{v_e}{R_S} + \frac{(1+\mu)v_e}{r_{ds} + R_D} \quad \text{Par suite } Y_e = \frac{1}{Z_e} = \frac{i_e}{v_e} = \frac{1}{R_S} + \frac{(1+\mu)}{r_{ds} + R_D}$$

$$\text{Enfin : } Z_e = \frac{v_e}{i_e} = \frac{1}{\frac{1}{R_S} + \frac{1+\mu}{r_{ds} + R_D}} = \frac{R_S \frac{r_{ds} + R_D}{1+\mu}}{R_S + \frac{r_{ds} + R_D}{1+\mu}}$$

$$\boxed{Z_e = \frac{R_S(r_{ds} + R_D)}{(1+\mu)R_S + r_{ds} + R_D}}$$

A.N. :

$$Z_e = \frac{1 \cdot 10^3(50+2,9)10^3}{51 \cdot 1 \cdot 10^3 + 50 \cdot 10^3 + 2,9 \cdot 10^3} = 509 \, \Omega$$

- Impédance de sortie.

En court-circuitant le générateur d'entrée et en supposant qu'il existe un générateur parfait v_s débitant un courant i_s , on aura (Fig. 6.22) :

La tension $v_{GS} = 0$

$$\Rightarrow \mu v_{GS} = 0$$

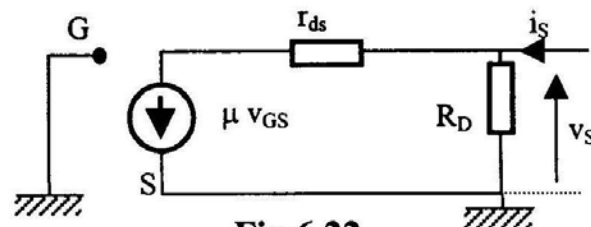


Fig.6.22

D'où :

$$Z_S = \frac{v_S}{i_S} = \frac{R_D \cdot r_{ds}}{R_D + r_{ds}}$$

A.N. : $Z_S = \frac{2,9 \cdot 10^3 \cdot 50 \cdot 10^3}{(2,9 + 50)10^3} = 2,74 \text{ k}\Omega$; $Z_S = 2,74 \text{ k}\Omega$

Exercice 4

1. Point de repos

$$V_{GS} = -R_S I_{DS}$$

$$V_{DS} = V_{DD} - (R_D + R_S) \cdot I_{DS}$$

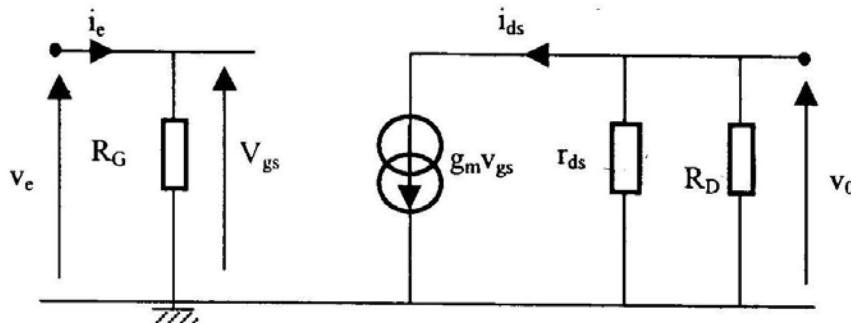
A.N. :

$$V_{GS} = -1000 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = -3 \text{ V} ;$$

$$V_{DS} = 21 - 3 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 12 \text{ V} ;$$

2. Le condensateur C_S a une impédance nulle aux fréquences de travail.

a. Schéma équivalent : (Fig.6.23)

**Fig.6.23**

b. Amplification en tension.

$$\text{soit } R'_D = \frac{r_{ds} \cdot R_D}{r_{ds} + R_D}$$

$$v_o = -R'_D \cdot g_m \cdot v_{gs} = -g_m \cdot R'_D \cdot v_e$$

d'où $A_{v0} = \frac{v_o}{v_e} = -g_m R'_D \approx -g_m R_D$ car $r_{ds} \gg R_D$

A.N. : $A_{v0} \approx -2 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \approx -10$

c. Impédance d'entrée

$$Z_e = \frac{V_e}{i_e} = R_G = 1 \text{ M}\Omega$$

• Impédance de sortie

Pour calculer Z_S , on court-circuite v_e et on place une source de tension parfaite u qui débite un courant i_S , d'où le schéma de la Fig.6.24.

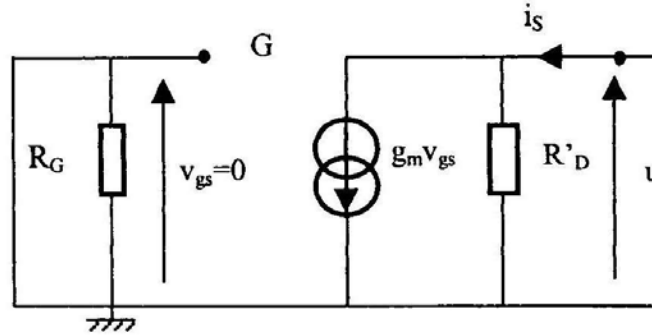


Fig.6.24

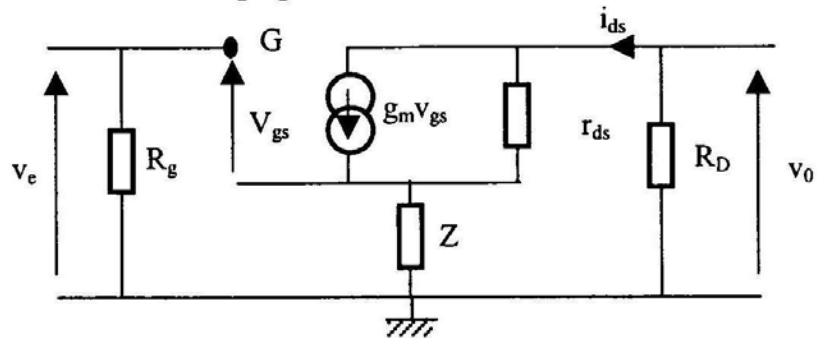
$$v_{gs} = 0 \quad \text{d'où} \quad Z_S = \frac{u}{i_S} = R'_D = \frac{r_{ds} \cdot R_D}{r_{ds} + R_D} \approx R_D$$

A.N. : $Z_S = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 210^3}{(200+2) \cdot 10^3} = 1,98 \cdot 10^3 \Omega \approx 2 \text{ k}\Omega$

3. Effet de la capacité de découplage C_S

Le schéma équivalent devient : (Fig.6.25)

$$\text{avec } Z = R_S // Z_{CS} = \frac{R_S}{1 + j R_S C_S \omega}$$



$$v_0 = -R_D i_{ds} \Rightarrow i_{ds} = \frac{-v_0}{R_D} \quad \text{Fig.6.25}$$

$$v_0 = Z \cdot i_{ds} + r_{ds} (i_{ds} - g_m \cdot v_{gs}) \Rightarrow v_0 = (Z + r_{ds}) \cdot i_{ds} - g_m \cdot r_{ds} \cdot v_{gs}$$

$$v_0 = (Z + r_{ds}) \cdot i_{ds} - \mu \cdot v_{gs} \quad \text{avec } \mu = g_m \cdot r_{ds}$$

Or $v_{gs} = v_e - Z \cdot i_{ds}$

Par suite $v_0 = (Z + r_{ds}) \cdot i_{ds} - \mu v_e + \mu Z \cdot i_{ds}$

$$v_0 = (Z + r_{ds} + \mu Z) \cdot i_{ds} - \mu v_e$$

$$v_0 = [Z(1 + \mu) + r_{ds}] \cdot \frac{-v_0}{R_D} - \mu v_e$$

D'où

$$A_v = \frac{v_0}{v_e} = \frac{-\mu R_D}{R_D + r_{ds} + (1 + \mu)Z}$$

- Si ω est suffisamment grande ($Z \rightarrow 0$: le découplage est parfait)

$$A_v \rightarrow \frac{-\mu R_D}{R_D + r_{ds}} = \frac{-g_m r_{ds} R_D}{R_D + r_{ds}} = -g_m R'_D = A_{v0}$$

- Si ω est très faible (pas de découplage : $Z = R_S$)

$$A_v = \frac{-\mu R_D}{R_D + r_{ds} + (1 + \mu)R_S} = A_{v1}$$

- Si ω est quelconque

$$A_v = \frac{-\mu R_S}{R_D + r_{ds} + (1 + \mu) \frac{R_S}{1 + jR_S C_S \omega}}$$

$$A_v = \frac{-\mu R_D (1 + jR_S C_S \omega)}{(1 + \mu)R_S + R_D + r_{ds} + jR_S (R_D + r_{ds}) \cdot C_S \omega}$$

$$A_v = \frac{-\mu R_D}{R_D + r_{ds} + (1 + \mu)R_S} \cdot \frac{1 + jR_S C_S \omega}{1 + j \frac{R_S (R_D + r_{ds}) C_S}{R_D + r_{ds} + (1 + \mu)R_S} \omega}$$

De la forme $A_v = A_{v1} \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}}$

Avec $A_{v1} = \frac{-\mu R_D}{R_D + r_{ds} + (1 + \mu)R_S}$: Amplification si $\omega \rightarrow 0$

$$\omega_0 = \frac{1}{R_S C_S} \quad \text{et} \quad \omega_1 = \frac{R_D + r_{ds} + (1 + \mu)R_S}{(R_D + r_{ds})R_S \cdot C_S}$$

Sachant que $\omega_1 = \frac{R_D + r_{ds} + (1 + \mu)R_D}{R_D + r_{ds}} \cdot \omega_0 > \omega_0$

$$G_V(\text{dB}) = 20 \log |A_{V1}| + 10 \log \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right) - 10 \log \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 \right)$$

D'où le diagramme asymptotique de Bode de la fonction G_V est: (Fig.6.26)

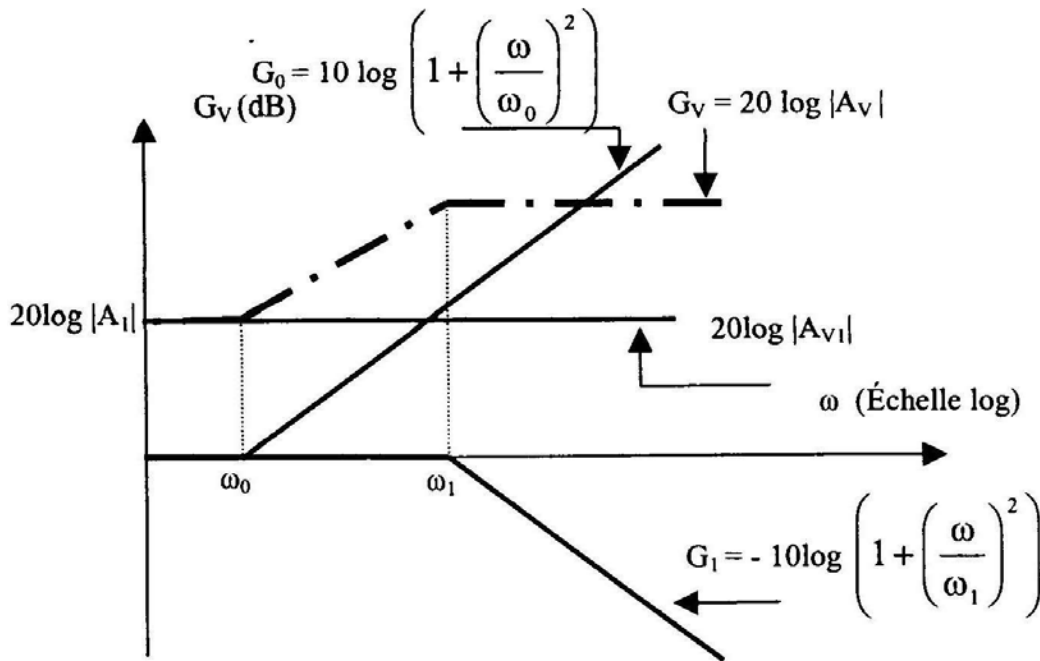


Fig.6.26

En basse fréquence le gain diminue, puisque le découplage n'est plus assuré par C_S .

Exercice 5

1. La grille du transistor T_2 est reliée directement à la source, d'où

$$V_{GS2} = 0 \text{ V.}$$

On suppose que les deux transistors fonctionnent en régime de saturation ($I_D = I_{DS}$), pour cela les tensions drains source des deux transistors doivent être supérieures à la tension de pincement V_P . Dans notre cas nous avons $V_{DS1} = V_{DS2} = V_{DD}/2$.

D'après la relation :

$$I_{DS} = I_{DSS} \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_P} \right)^2 ; V_P > 0 : \text{tension de pincement}$$

on trouve : $I_{DS2} = I_{DSS}$ et comme : $I_{DS2} = I_{DS1}$ (T_1 et T_2 sont identiques) donc $V_{GS1} = V_{GS2} = 0$.

D'après le réseau de caractéristique du transistor, Fig.6.27 :

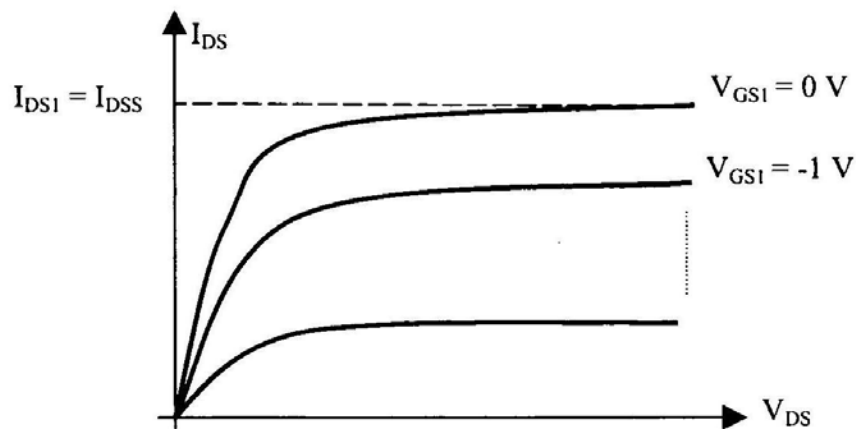


Fig.6.27

On peut écrire que pour $I_{DS1} = I_{DSS}$, on a : $V_{GS1} = 0$.

D'où par application de la loi des mailles, on trouve : (Fig.6.28)

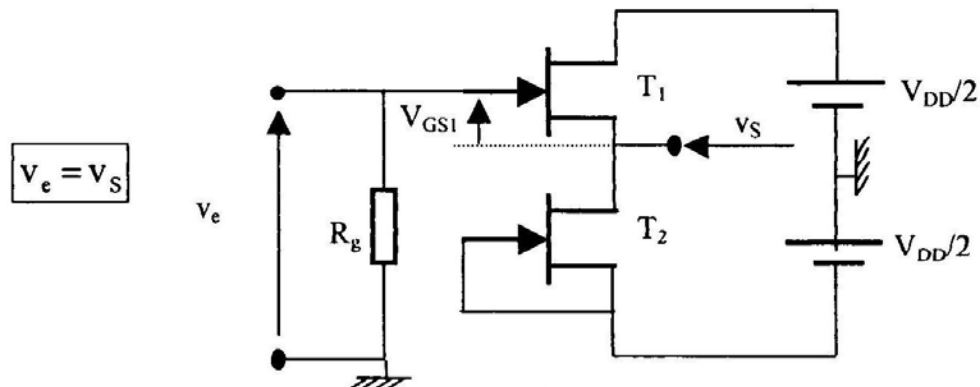


Fig.6.28

2. Le circuit à étudier nous permet d'avoir :

- $v_e = v_S$
- un courant constant $I_{DS1} = I_{DS2} = I_{DSS}$

D'où le circuit électrique équivalent à condition que V_{DS} soit suffisante ($V_{DS} > V_P$) pour qu'on se trouve dans la zone rectiligne des caractéristiques de sortie (ici $V_{DS1} = V_{DS2} = V_{DD}/2$) : (Fig.6.29).

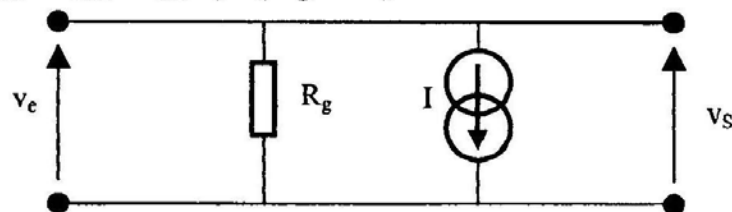


Fig.6.29

3. Pour $R = R_g$ et $I = I_{DSS}$, on obtient un générateur de courant réel
 I : courant délivré par le générateur
 R : résistance interne du générateur

Remarque :

- Pour $R \rightarrow \infty$, on obtient un générateur de courant parfait, mais en charge on n'aura plus $I_{DS1} = I_{DS2}$ ni $v_e = v_s$.

Exercice 6

1. • Premier étage :

- composé de T_1 , R_G , R_S et C_1 .
- Entrée sur G_1 , sortie sur D_1 et S_1 découplée par C_1 .

Le montage est de type source commune.

- Deuxième étage :

- Composé de T_2 , R_2 , C_2 , R_1 et R_D .
- Entrée sur S_2 , sortie sur D_2 et la grille G_2 est découplée par C_2 .

C'est un montage grille commune.

2. Schéma équivalent du 2^{ème} étage (Fig.6.30)

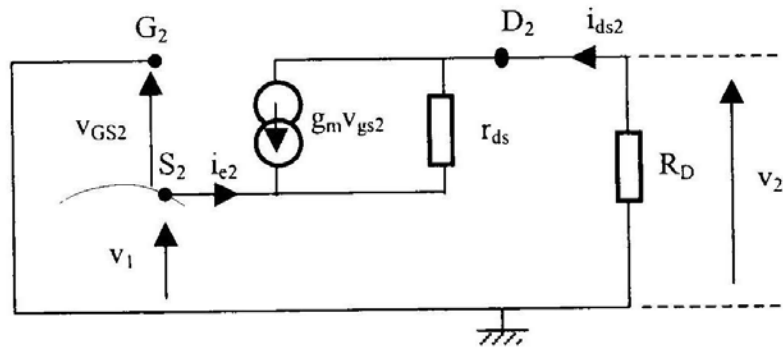


Fig.6.30

- Amplification en tension

La loi des mailles donne :

$$V_{gs2} = v_{G2} - v_{S2} = -v_{S2} = -v_1$$

$$v_2 = -R_D \cdot i_{ds2}$$

La loi des nœuds donne :

$$i_{ds2} = g_m \cdot V_{gs2} + \frac{v_2 - v_1}{r_{ds}} \quad \Rightarrow \quad i_{ds2} = -g_m \cdot v_1 + \frac{v_2 - v_1}{r_{ds}}$$

$$\text{D'où } v_2 = -R_D \left[-\left(g_m + \frac{1}{r_{ds}}\right) \cdot v_1 + \frac{v_2}{r_{ds}} \right]$$

Ou bien :
$$v_2 = \frac{R_D}{r_{ds}} (1 + \mu) v_1 - \frac{R_D}{r_{ds}} v_2 \quad \text{avec} \quad \mu = g_m r_{ds}$$

$$v_2 \left(1 + \frac{R_D}{r_{ds}} \right) = \frac{R_D}{r_{ds}} (1 + \mu) v_1$$

Enfin

$$A_{v2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{R_D}{R_D + r_{ds}} (1 + \mu) \approx g_m R_D$$

A.N. :

$$\mu = g_m r_{ds} = 3.10^{-3} \cdot 90.10^3 \quad \boxed{\mu = 270}$$

$$A_{v2} = \frac{4,7.10^3}{(4,7 + 90).10^3} (1 + 270) \quad \boxed{A_{v2} = 13,45}$$

• Résistance d'entrée

$$R_{e2} = \frac{v_1}{i_{e2}}$$

$$i_{e2} = -i_{ds2}$$

$$i_{e2} = -g_m v_{gs2} - \frac{v_2 - v_1}{r_{ds}}$$

or $v_{gs2} = -v_1$ et $v_2 = -R_D \cdot i_{ds2} = R_D \cdot i_{e2}$

Donc
$$i_{e2} = g_m v_1 + \frac{v_1}{r_{ds}} - \frac{R_D}{r_{ds}} i_{e2}$$

$$i_{e2} \left(1 + \frac{R_D}{r_{ds}} \right) = \left(g_m + \frac{1}{r_{ds}} \right) v_1$$

$$i_{e2} (R_D + r_{ds}) = (1 + \mu) v_1$$

Finalement, on trouve :
$$R_{e2} = \frac{v_1}{i_{e2}} = \frac{R_D + r_{ds}}{1 + \mu} \approx \frac{1}{g_m}$$

A.N. :

$$R_{e2} = \frac{(4,7 + 90).10^3}{1 + 270} \quad \boxed{R_{e2} = 349 \Omega}$$

On remarque que la résistance d'entrée du 2^{ème} étage est faible.

3. Schéma équivalent du 1^{er} étage : (Fig.6.31).

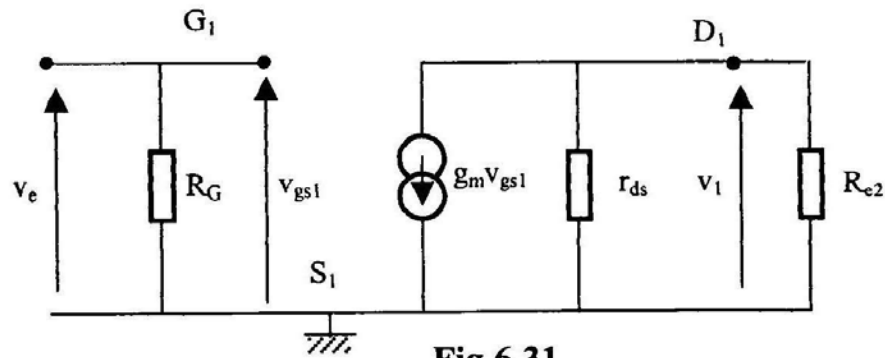


Fig.6.31

- Amplification en tension.

$$v_1 = -\frac{r_{ds} \cdot R_{e2}}{r_{ds} + R_{e2}} \cdot g_m \cdot v_{gs1} \quad \text{or} \quad v_{gs1} = v_e$$

$$\text{Donc} \quad v_1 = -\frac{R_{e2} \cdot r_{ds}}{r_{ds} + R_{e2}} \cdot g_m \cdot v_e$$

$$A_{v1} = \frac{v_1}{v_e} = \frac{-g_m \cdot r_{ds} \cdot R_{e2}}{r_{ds} + R_{e2}} \approx -g_m \cdot R_{e2}$$

A.N. :

$$A_{v1} = \frac{-3 \cdot 10^{-3} \cdot 90 \cdot 10^3 \cdot 349}{349 + 90 \cdot 10^3}$$

$$A_{v1} = -1,04$$

- Impédance de sortie : (Fig.6.32)

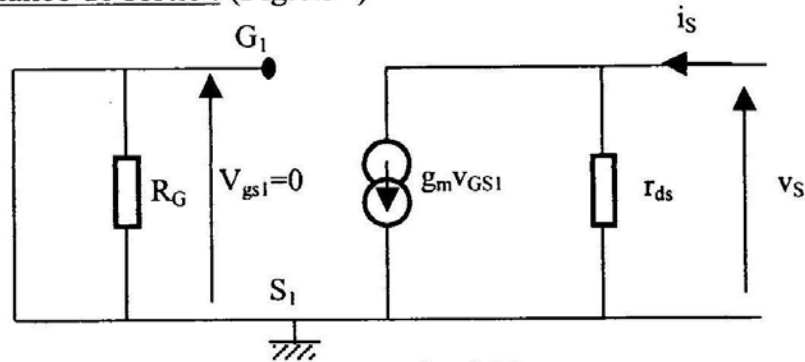


Fig.6.32

$$R_S = \left(\frac{v_S}{i_S} \right)_{v_e=0}$$

$$\text{Si } v_e = 0 \text{ alors } v_{gs1} = 0 \quad \text{D'où}$$

$$R_S = r_{ds} = 90 \text{ k}\Omega$$

Remarque : L'impédance de sortie est élevée.

- Amplification globale :

$A_V = A_{V1} \cdot A_{V2}$ (car on a tenu compte de la présence du 2^{ème} étage dans le calcul de A_{V1}).

AN : $A_V = -1,04.13,45$

$A_V = -14$

4. La résistance d'entrée du montage est :

$R_e = R_{e1} = \frac{V_e}{i_e} = R_G = 1 \text{ M}\Omega$

5. Pour chercher la résistance de sortie du montage complet, le schéma équivalent sera comme suit : (Fig.6.33)

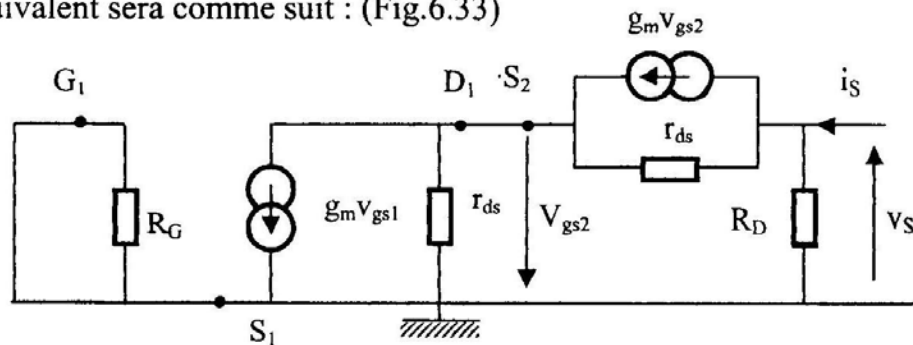


Fig.6.33

Or $v_{gs1} = 0$, le schéma devient : (Fig.6.34).

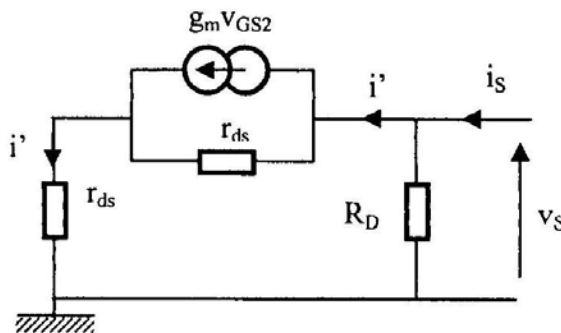


Fig.6.34

La loi des nœuds donne :

$$i_S = \frac{v_S}{R_D} + i'$$

La loi des mailles donne :

$$v_S = r_{ds} \cdot (i' - g_m v_{gs2}) + r_{ds} \cdot i'$$

$$v_{gs2} = -r_{ds} \cdot i'$$

D'où $v_S = 2r_{ds} \cdot i' + g_m r_{ds}^2 \cdot i' = (2 + g_m \cdot r_{ds}) r_{ds} \cdot i'$

Par suite $v_S = (2 + \mu) \cdot r_{ds} \cdot i'$

Finalement, il en résulte :

$$i_S = \frac{v_S}{R_D} + \frac{v_S}{(2 + \mu)r_{ds}}$$

$$\text{D'où } R_S = \frac{v_S}{i_S} = R_D // [(2 + \mu)r_{ds}] \approx R_D$$

$$R_S = \frac{R_D (2 + \mu) r_{ds}}{R_D + (2 + \mu) r_{ds}}$$

A.N. :

$$R_S \approx R_D = 4,7 \text{ k}\Omega$$

C'est la résistance de sortie du 2^{ème} étage et comme on peut le remarquer R_S est grande.

Exercice 7

1. Les deux étages sont identiques

- Entrée sur la grille
- Sortie sur le drain

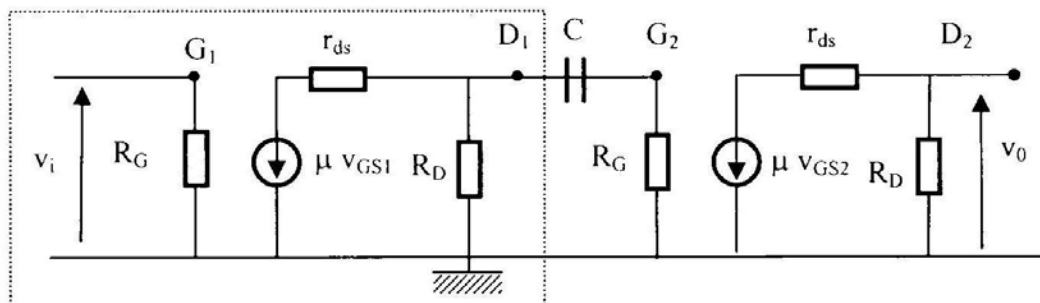
Chaque étage est de type source commune et caractérisé par

- une amplification en tension élevée et négative (entrée et sortie en opposition de phase).
- une impédance de sortie pratiquement égale à R_D ($r_{ds} \gg R_D$).

Remarque :

On a deux étages source commune en cascade, donc l'amplification globale doit être positive puisqu'il y a deux inversions.

2. Schéma équivalent (Fig.6.35).



avec $v_{GS1} = v_i$

Fig.6.35

3. En remplaçant le 1^{er} étage par son générateur de Thévenin, le schéma devient : (Fig.6.36).

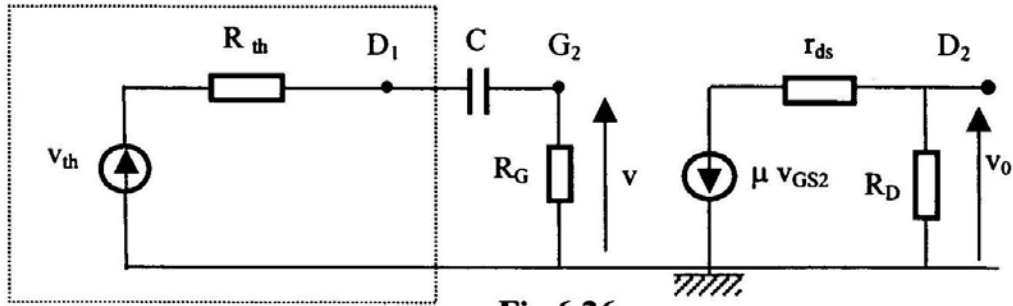


Fig.6.36

$$\text{Avec } v_{th} = \frac{R_D}{R_D + r_{ds}} (-\mu v_i) \quad \text{et} \quad R_{th} = R_D // r_{ds} = \frac{R_D \cdot r_{ds}}{R_D + r_{ds}}$$

$$v_{GS2} = v = \frac{R_G}{R_{th} + Z_C + R_G} \cdot v_{th}$$

$$\text{Nous avons encore} \quad v_0 = \frac{R_D}{R_D + r_{ds}} \cdot (-\mu \cdot v).$$

$$\text{D'où} \quad v_0 = \frac{-\mu R_D}{R_D + r_{ds}} \left(\frac{R_G}{R_G + Z_C + R_{th}} \right) \cdot v_{th}$$

$$\text{Ou aussi } v_0 = \left(\frac{\mu R_D}{R_D + r_{ds}} \right)^2 \cdot \frac{R_G}{R_G + Z_C + R_{th}} \cdot v_i \quad \text{avec } Z_C = \frac{1}{jC\omega}$$

Finalement, A_V a pour expression

$$A_V = \frac{v_0}{v_i} = \left(\frac{\mu R_D}{R_D + r_{ds}} \right)^2 \cdot \frac{R_G}{R_G + R_{th} + \frac{1}{jC\omega}}$$

4. Diagramme de Bode (Fig.6.37).

$$A_V = \left(\frac{\mu R_D}{R_D + r_{ds}} \right)^2 \cdot \frac{jR_G \cdot C\omega}{1 + j(R_G + R_{th}) \cdot C\omega}$$

$$A_V \text{ de la forme } A_V = k \cdot \frac{j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_p}}$$

$$\text{avec } k = \left(\frac{\mu R_D}{R_D + r_{ds}} \right)^2 ; \quad \omega_0 = \frac{1}{R_G \cdot C} \quad \text{et} \quad \omega_p = \frac{1}{(R_G + R_{th}) \cdot C}$$

$$A_{dB} = 20 \log |A_V| = 20 \log |k| + 20 \log \left| \frac{\omega}{\omega_0} \right| - 20 \log \sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_p} \right)^2 + 1}$$

- si $\omega \rightarrow 0$: $A_{dB} \rightarrow -\infty$
- si $\omega \rightarrow \infty$: $A_{dB} = 20 \log(k \frac{\omega_p}{\omega_0})$.

A.N. :

- $\omega_0 = \frac{1}{R_G \cdot C} = \frac{1}{100 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}} = 10^2 \text{ rd/s}$

- $\omega_p = \frac{1}{(R_G + R_{th}) \cdot C}$

$$\text{avec } R_{th} = \frac{R_D \cdot r_{ds}}{R_D + r_{ds}} = \frac{4,7 \cdot 90 \cdot 10^3}{4,7 + 90} = 4,47 \text{ k}\Omega$$

$$\text{Par suite } \omega_p = \frac{1}{(100 + 4,47) \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}}$$

$$\omega_p = 95,7 \text{ rads}^{-1}$$

- $k = \left(\frac{\mu R_D}{R_D + r_{ds}} \right)^2 = \left(\frac{270 \cdot 4,7}{94,7} \right)^2$

$$k \approx 180$$

- Pour $\omega \rightarrow 0$: $A_{dB} \rightarrow -\infty$
- Pour $\omega \rightarrow \infty$: $A_{dB} = 20 \log(k \frac{\omega_p}{\omega_0}) = 44,7 \text{ dB}$

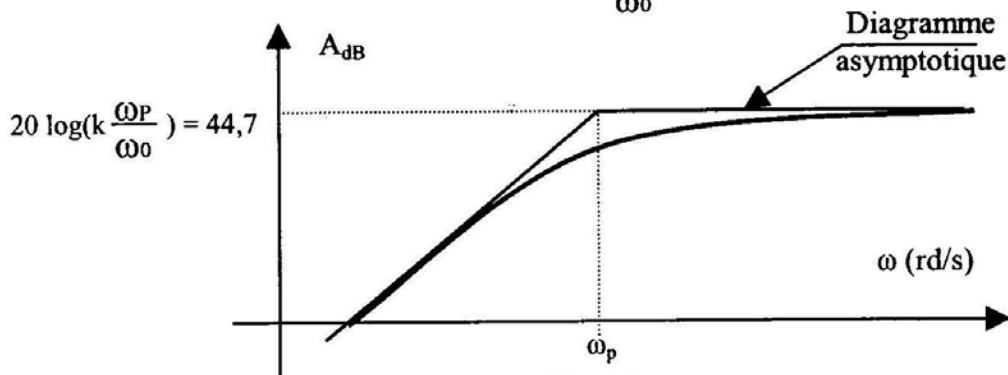


Fig.6.37

5. Commentaire :

- Le condensateur C est la cause de la chute du gain vers les basses fréquences. Il assure la liaison entre les deux étages sans perturbation du point de repos.
- Le condensateur C_S assure le découplage de la résistance de source.
- L'impédance d'entrée du 2^{ème} étage se comporte comme charge pour le 1^{er} étage.
- Le montage proposé permet d'avoir un gain important (l'entrée et la sortie sont en phase).

Exercice 8 :

1. Schéma équivalent du montage.

En utilisant le modèle de Thévenin pour modéliser le transistor à effet de champ, il est possible d'établir le schéma électrique équivalent du montage de la Fig.6.14 en régime dynamique. Ce schéma est donné par la Fig.6.38 :

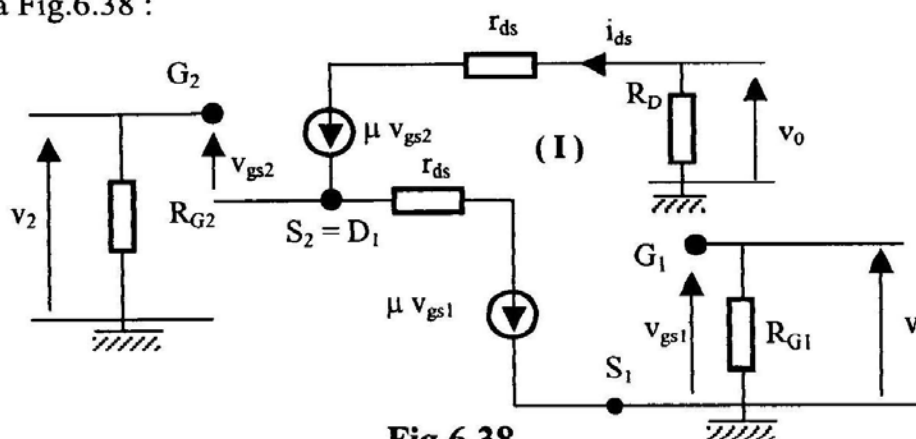


Fig.6.38

2. l'équation de la maille (I) est :

$$(2r_{ds} + R_D) i_{ds} - \mu v_{gs1} - \mu v_{gs2} = 0$$

$$V_{gs2} = V_{G2} - V_{S2} = V_2 - V_{S2} = V_2 - (-\mu V_{gs1} + r_{ds} \cdot i_{ds})$$

$$V_{gs1} = V_{G1} - V_{S1} = V_1$$

$$\begin{aligned} \text{d'où, on obtient : } (2r_{ds} + R_D) i_{ds} &= \mu(v_{gs1} + v_{gs2}) \Leftrightarrow \\ (2r_{ds} + R_D) i_{ds} &= \mu(v_1 + v_2 + \mu v_1 - r_{ds} i_{ds}) \end{aligned}$$

$$(2 r_{ds} + R_D + \mu r_{ds}) i_{DS} = \mu v_1 + \mu v_2 + \mu^2 v_1$$

$$\text{d'où} \quad i_{DS} = \frac{\mu v_2 + \mu(1 + \mu) v_1}{(2 + \mu)r_{ds} + R_D}$$

On sait aussi que $v_0 = -R_D \cdot i_{DS}$

d'où

$$v_0 = \frac{-\mu R_D [v_2 + (1 + \mu) v_1]}{(2 + \mu) r_{ds} + R_D}$$

3. Pour $\mu \gg 1$, l'expression devient :

$$v_0 = \frac{-\mu R_D (v_2 + \mu v_1)}{(2 + \mu) r_{ds} + R_D} \approx \frac{-\mu R_D (v_2 + \mu v_1)}{\mu r_{ds} + R_D} \approx \frac{-R_D}{r_{ds}} (v_2 + \mu v_1)$$

3.1. Si $v_1 = 0$ et $v_2 \neq 0$, on obtient :

$$v_0 = \frac{-\mu R_D v_2}{(2 + \mu) r_{ds} + R_D}$$

soit :

$$v_0 \approx \frac{-R_D}{r_{ds}} v_2$$

ce gain est faible vu que généralement $r_{ds} \gg R_{DS}$.3.2. Si $v_2 = 0$ et $v_1 \neq 0$, on obtient :

$$v_0 = \frac{-\mu^2 R_D v_1}{(2 + \mu) r_{ds} + R_D}$$

soit :

$$v_0 \approx \frac{-\mu R_D}{r_{ds}} v_1$$

ce gain est beaucoup plus important.

4. Ce montage pourra être utilisé comme amplificateur classique (amplifie soit l'entrée 1 ou 2) sachant que v_1 est beaucoup plus amplifiée que v_2 . Mais aussi en tant que comparateur des tensions v_2 et $-\mu v_1$ (si $v_2 + \mu v_1 = 0$ alors $v_0 = 0$).

Exercice 9

1. Schéma équivalent : (Fig.6.39)

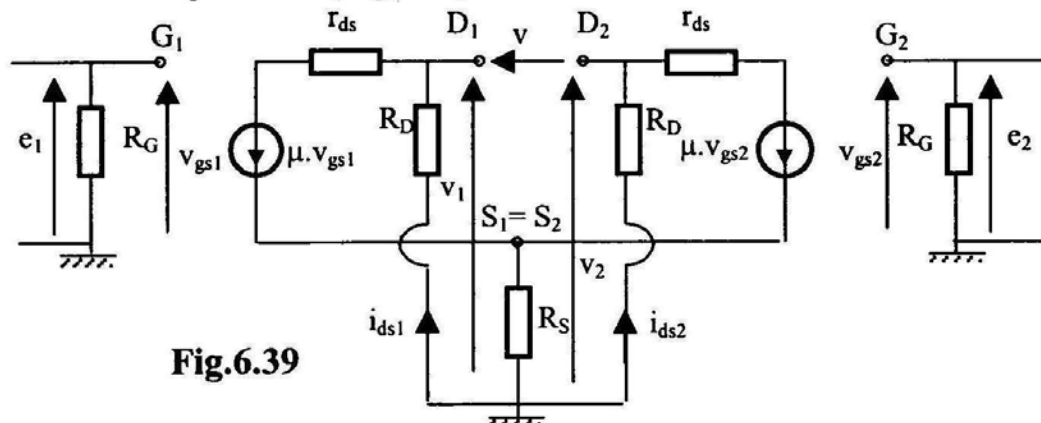


Fig.6.39

- Expression de $v = v_1 - v_2$:

$$\text{on a : } v_1 = -R_D \cdot i_{ds1}. \quad (6.1)$$

$$v_2 = -R_D \cdot i_{ds2}. \quad (6.2)$$

$$v_{S1} = v_{S2} = R_S (i_{ds1} + i_{ds2}) = v_S$$

$$\text{D'où } v_{gs1} = v_{G1} - v_{S1} = e_1 - v_S$$

$$v_{gs2} = v_{G2} - v_{S2} = e_2 - v_S$$

La loi des mailles donne :

$$v_1 = -\mu \cdot v_{gs1} + r_{ds} \cdot i_{ds1} + R_S (i_{ds1} + i_{ds2})$$

$$\text{ou bien } v_1 = -\mu \cdot (e_1 - v_S) + r_{ds} \cdot i_{ds1} + v_S$$

$$\text{d'où } v_1 = -\mu \cdot e_1 + (1+\mu) \cdot v_S + r_{ds} \cdot i_{ds1}. \quad (6.3)$$

de la même manière, on obtient :

$$v_2 = -\mu \cdot e_2 + (1+\mu) \cdot v_S + r_{ds} \cdot i_{ds2}. \quad (6.4)$$

de la différence (6.3) – (6.4), on obtient :

$$v = v_1 - v_2 = -\mu \cdot (e_1 - e_2) + r_{ds} (i_{ds1} - i_{ds2}) \quad (6.5)$$

En faisant la différence des équations (6.1) et (6.2), on aura :

$$v = v_1 - v_2 = -R_D (i_{ds1} - i_{ds2}).$$

$$\text{d'où } i_{ds1} - i_{ds2} = \frac{-(v_1 - v_2)}{R_D} = -\frac{v}{R_D}$$

par suite, l'équation (6.5) devient :

$$v = -\mu(e_1 - e_2) - \frac{r_{ds}}{R_D} \cdot v.$$

$$v_1 - v_2 = \frac{-\mu}{1 + \frac{r_{ds}}{R_D}} (e_1 - e_2) \quad (6.6)$$

d'où :

$$A_d = \frac{-\mu R_D}{R_D + r_{ds}} \approx -g_m \cdot R_D$$

A.N. :

$$\mu = g_m \cdot r_{ds} = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 90 \cdot 10^3$$

$$\mu = 270.$$

$$v = v_1 - v_2 = \frac{-270 (e_1 - e_2)}{1 + \frac{90}{10}} = -27 \cdot (e_1 - e_2)$$

D'où

$$A_d = \frac{v_1 - v_2}{e_1 - e_2} = -27.$$

2. Sortie en mode asymétrique.

En faisant (6.3) + (6.4), on obtient :

$$\begin{aligned} v_1 + v_2 &= -\mu.(e_1 + e_2) + 2.(1 + \mu)R_S(i_{ds1} + i_{ds2}) + r_{ds}(i_{ds1} + i_{ds2}) \\ v_1 + v_2 &= -\mu.(e_1 + e_2) + [2.(1 + \mu)R_S + r_{ds}](i_{ds1} + i_{ds2}). \end{aligned} \quad (6.7)$$

de même (6.1) + (6.2) donne :

$$v_1 + v_2 = -R_D(i_{ds1} + i_{ds2}).$$

$$\text{d'où } (i_{ds1} + i_{ds2}) = \frac{-(v_1 + v_2)}{R_D}$$

par suite, l'équation (6.7) devient :

$$v_1 + v_2 = -\mu.(e_1 + e_2) + [2.(1 + \mu)R_S + r_{ds}] \left[-\frac{(v_1 + v_2)}{R_D} \right]$$

ou bien :

$$v_1 + v_2 = \frac{-\mu R_D (e_1 + e_2)}{R_D + r_{ds} + 2R_S(1 + \mu)} \quad (6.8)$$

donc

$$A_C = \frac{-\mu R_D}{R_D + r_{ds} + 2R_S(1 + \mu)} \approx -\frac{R_D}{2R_S}$$

A.N. :

$$A_C = \frac{-270.10}{10 + 90 + 2.10.271.}$$

$$A_C = -0,49 \ll A_d$$

Ce montage amplifie mieux la différence $v_1 - v_2$ que la somme $v_1 + v_2$.

A partir des équations (6.6) et (6.8) :

$$v_1 - v_2 = A_d(e_1 - e_2) \quad (6.6)$$

$$v_1 + v_2 = A_C(e_1 - e_2) \quad (6.8)$$

On peut déduire :

$$v_1 = \frac{A_d}{2}(e_1 - e_2) + A_C \left(\frac{e_1 + e_2}{2} \right)$$

A.N. :

$$\frac{A_d}{2} = -\frac{27}{2} = -13,5 ; \quad A_C = -0,49.$$

$A_c \ll A_d$, ce montage amplifie mieux la différence $v_1 - v_2$ que la somme $v_1 + v_2$.

$$e_1 - e_2 = 1,1 - 1 = 0,1 \text{ V} ; \frac{e_1 + e_2}{2} = \frac{2,1}{2} = 1,05 \text{ V}$$

$$v_1 = -13,5 \cdot 0,1 + (-0,49 \cdot 1,05)$$

$$v_1 = -1,35 - 0,51$$

$$v_1 = -1,86 \text{ V}$$

3. Nous avons :

$$v_1 = \underbrace{-1,35}_{\text{Mode différentiel}} - \underbrace{0,51}_{\text{Mode Commun}}$$

Dans ce cas, le mode commun n'est pas négligeable devant le mode différentiel \Rightarrow on a un mauvais amplificateur différentiel.

Le taux de réjection du mode commun (T.R.M.C) est

$$\rho_{dB} = 20 \log \left| \frac{A_d}{A_c} \right|$$

$$\text{A.N. : } \rho_{dB} = 20 \log \left| \frac{27}{0,49} \right| = 34,8 \text{ dB.}$$

Pour améliorer les performances de l'amplificateur, on doit vérifier la condition : $A_c \ll A_d$.

D'après les expressions de A_d et A_c , on voit que pour diminuer la valeur de A_c relativement à A_d , il suffit de remplacer R_s par un générateur de courant de résistance interne très grande.

Exercice 10

A. Étude statique.

1. On a $I_{DS} = I'_{DS} = 1,5 \text{ mA}$

Puisque les deux transistors sont identiques (en supposant V_{DS} suffisante pour qu'on soit dans la zone horizontale des caractéristiques), on a automatiquement :

$$V'_{GS} = V_{GS} = -0,7 \text{ V}$$

2. On a : $R_3 = R_4$ et $R_5 = R_6$ et le même courant $I_{DS} = I'_{DS}$.

Le montage est symétrique par rapport au point P.

$$\text{Donc } V_{PM} = V = 0.$$

3. Vu que les deux transistors sont identiques et la symétrie du montage, on peut écrire :

$$V'_{DS} = V_{DS} = V_{DD} - R_6 I_{DS} - R_4 I_{DS}$$

A.N. :

$$V'_{DS} = 12 - 2,2 \cdot 1,5 - 0,47 \cdot 1,5 = 8 \text{ V.}$$

$$V'_{DS} = V_{DS} = 8 \text{ V}$$

B. Étude dynamique

1. Entre P et M on a le circuit suivant : (Fig.6.40).

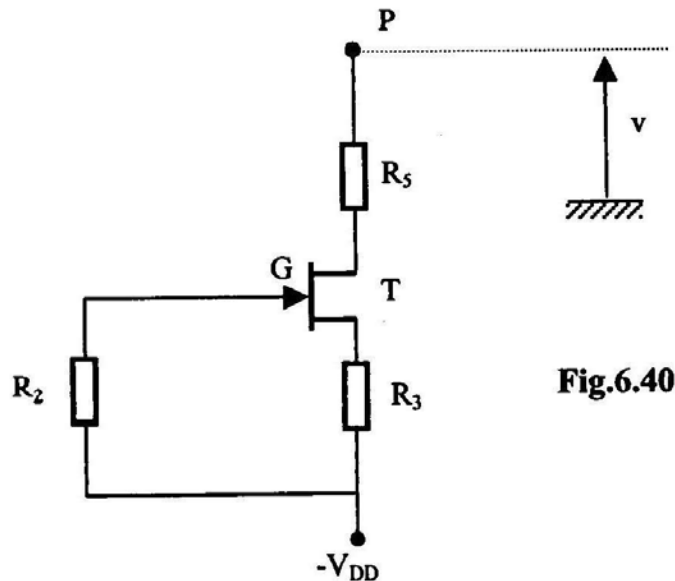


Fig.6.40

Le schéma équivalent pour les petits signaux alternatif est : (Fig.6.41)

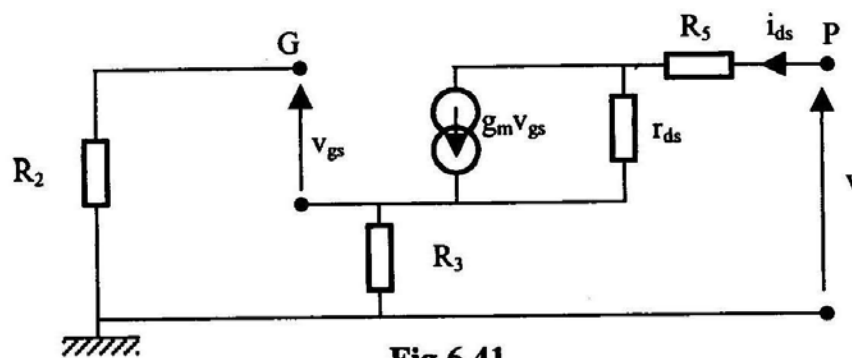


Fig.6.41

La résistance R_2 n'est pas traversée par un courant.

Donc $v_{gs} = -R_3 \cdot i_{ds}$

or $v = r_{ds} (i_{ds} - g_m v_{gs}) + (R_3 + R_5) i_{ds}$

Par suite $v = (r_{ds} + r_{ds} \cdot g_m \cdot R_3 + R_3 + R_5) \cdot i_{ds} = [r_{ds} + R_3 (1 + g_m \cdot r_{ds}) + R_5] \cdot i_{ds}$

d'où, entre P et M on voit :

$$R_a = \frac{V}{i_{ds}} = r_{ds} + R_3(1 + g_m r_{ds}) + R_5$$

R_a a la dimension d'une

résistance.

A.N. :

$$R_a = [50 + 0,47(1 + 3,2.50) + 2,2.]10^3 \quad R_a \approx 128 \text{ k}\Omega$$

2. Le montage simplifié est : (Fig.6.42)

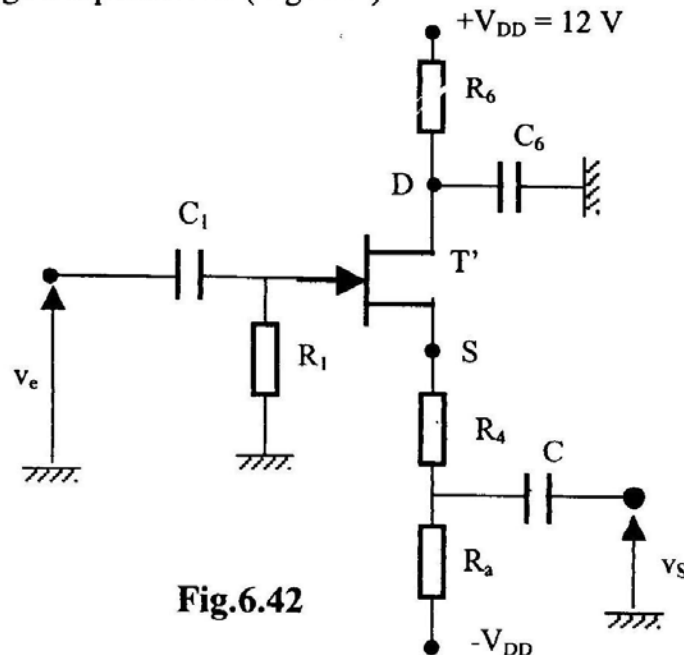


Fig.6.42

Effectuant le schéma équivalent du montage simplifié : (Fig.6.43)

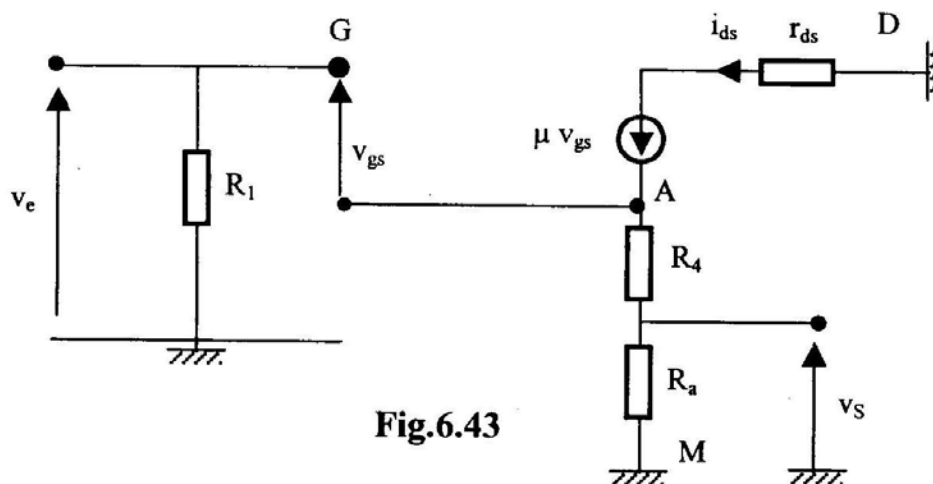


Fig.6.43

Appliquant le théorème de Thévenin entre A et M.

- Détermination de u_{th} : (Fig.6.44)

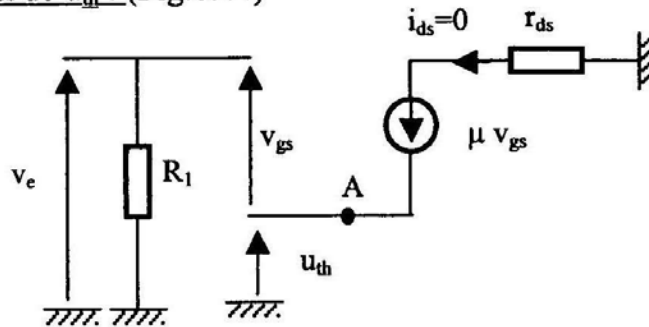


Fig.6.44

La loi des mailles, nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} v_e - v_{gs} - u_{th} &= 0 \\ v_e - v_{gs} - \mu v_{gs} &= 0 \end{aligned}$$

Par substitution, on obtient :

$$\frac{\mu}{(\mu + 1)} v_e - u_{th} = 0 \quad \text{d'où :} \quad u_{th} = \frac{\mu \cdot v_e}{(\mu + 1)}$$

- Détermination de R_{th} : (Fig.6.45)

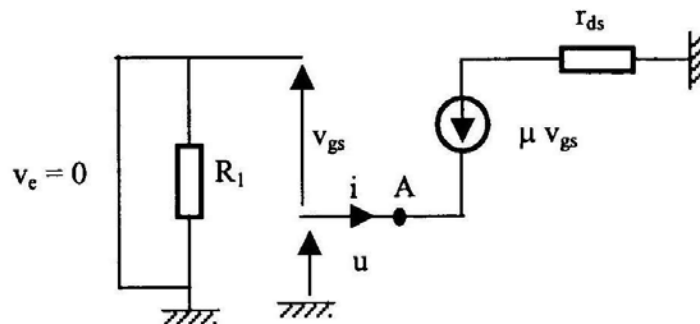


Fig.6.45

La loi des mailles nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} u + v_{gs} &= 0 \quad \Leftrightarrow \quad u = -v_{gs} \\ u - \mu v_{gs} - r_{ds} i &= 0 \quad \Leftrightarrow \quad u(1 + \mu) = r_{ds} i \end{aligned}$$

d'où

$$R_{th} = \frac{u}{i} = \frac{r_{ds}}{1 + \mu}$$

Par conséquent, le schéma de la Fig.6.43 devient : (Fig.6.46)

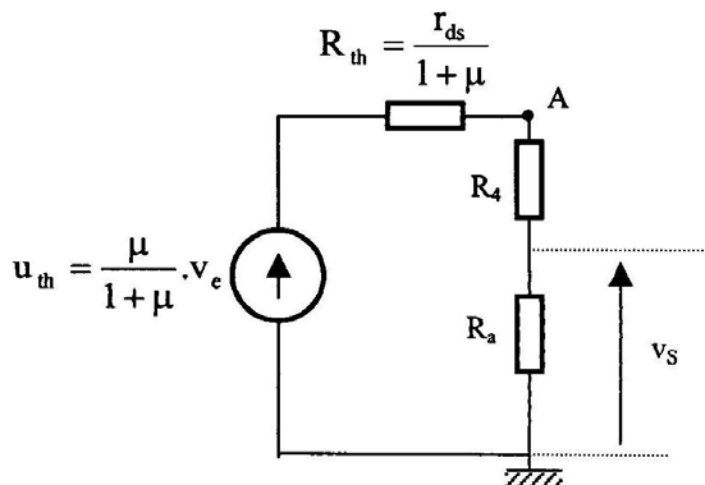


Fig.6.46

3. D'après les valeurs numériques des résistances R_4 et R_a , on peut faire l'approximation suivante : $R_4 \ll R_a$

En appliquant la règle du diviseur de tension, on trouve :

$$v_s = \frac{R_a}{R_a + R_4 + \frac{r_{ds}}{1 + \mu}} \cdot \frac{\mu}{1 + \mu} v_e$$

ou bien, en tenant compte de l'approximation : $v_s = \frac{R_a}{R_a + \frac{r_{ds}}{1 + \mu}} \cdot \frac{\mu}{1 + \mu} v_e$

A.N. : $\mu = g_m \cdot r_{ds} = 3,2 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 10^3 = 160$

$$v_s = \frac{127,9 \cdot 10^3}{127,9 \cdot 10^3 + \frac{50 \cdot 10^3}{161}} \cdot \frac{160}{161} v_e \quad \text{soit : } \boxed{A_v = \frac{v_s}{v_e} \approx 1}$$

CHAPITRE 7
AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL

AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL (RAPPELS DE COURS)

1. Généralités :

L'amplificateur opérationnel est un amplificateur différentiel de tension intégrant typiquement plusieurs transistors et quelques résistances. Il est constitué essentiellement de trois étages (Fig.7.1) :

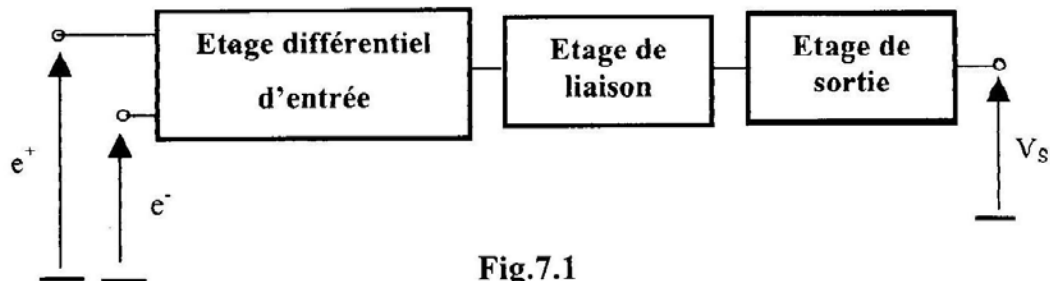


Fig.7.1

- L'étage d'entrée est un amplificateur différentiel permettant d'avoir un gain élevé.
- L'étage intermédiaire est un amplificateur de tension, qui dans le cas de couplage par tension continue, sert à obtenir $V_s = 0$ quand $e^+ = e^-$.
- L'étage de sortie permet d'avoir un gain en courant élevé et possède une impédance de sortie faible.

Symbole (Fig.7.2):

e^+ : l'entrée non inverseuse.

e^- : l'entrée inverseuse.

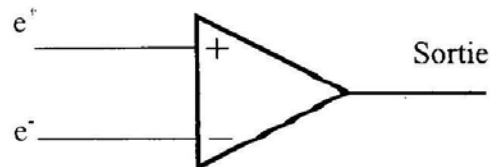


Fig.7.2

Le gain de l'amplificateur opérationnel est très élevé. Si on applique respectivement les tensions e^+ et e^- aux entrées plus et moins, on obtient une tension de sortie :

$$V_s = A_d \cdot (e^+ - e^- + V_0).$$

A_d : nombre positif qu'on appelle gain différentiel de l'amplificateur.

V_0 : tension de décalage, positive ou négative et très faible, due à la dissymétrie de l'amplificateur.

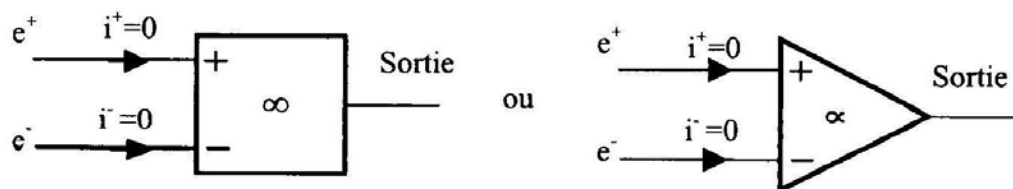
La tension de sortie V_s ne peut dépasser $\pm V_{sat}$ (dépendant de l'alimentation symétrique).

2. Remarque :

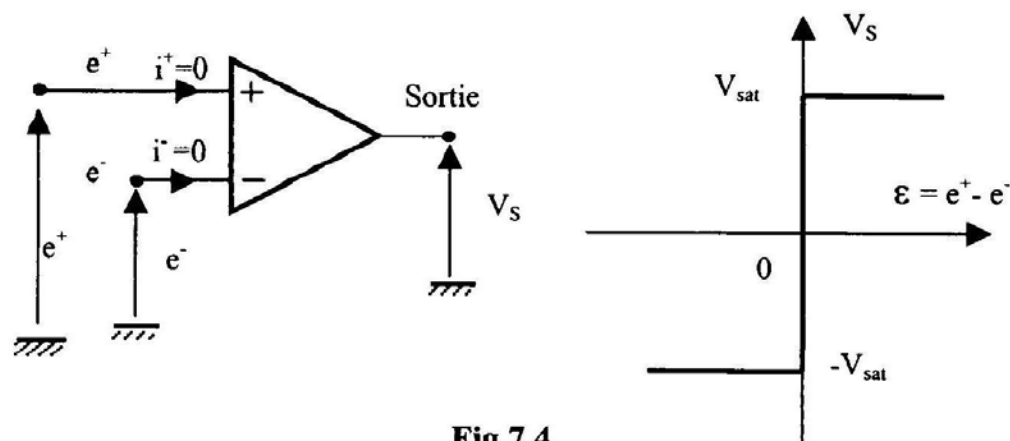
En faisant les approximations suivantes :

- A_d tend vers l'infini et indépendant de la fréquence dans une large plage. Il n'y a pas de fréquence de coupure basse et la bande passante s'étend du côté faible fréquence jusqu'au continu ($\omega = 0$).
- $V_o = 0$
- L'impédance d'entrée de l'amplificateur Z_e infinie
- L'impédance de sortie de l'amplificateur Z_s nulle

Alors l'amplificateur opérationnel devient idéal au lieu de réel et il sera représenté comme suit (Fig.7.3) :

**Fig.7.3**

Ces propriétés sont résumées par la figure suivante (Fig.7.4) :

**Fig.7.4**

Lorsque $\varepsilon = 0$ et $-V_{sat} < V_s < V_{sat}$ on dit que l'amplificateur opérationnel travaille dans le régime linéaire. Ce régime n'est valable que si un circuit extérieur de contre-réaction, liant la sortie à l'entrée inverseuse, maintient la tension ε à la valeur nulle. Dans ces conditions, la tension de sortie ne dépend pas de l'amplificateur opérationnel lui-même mais elle est déterminée par le circuit extérieur qui lui est associé.

Dans un amplificateur opérationnel parfait, la tension de sortie devient égale à $\pm V_{sat}$ dès que la tension ε est différente de zéro.

3. Utilisations :

L'amplificateur opérationnel peut être utilisé pour réaliser des :

- amplificateurs de tension ;
- calculateurs analogiques (sommateur, intégrateur, ...etc.) ;
- filtres actifs ;
- convertisseurs courant-tension et inversement....

AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL (ENONCES DES EXERCICES)

Exercice 1

Déterminer la tension de sortie en fonction de la tension d'entrée des circuits ci-dessous :

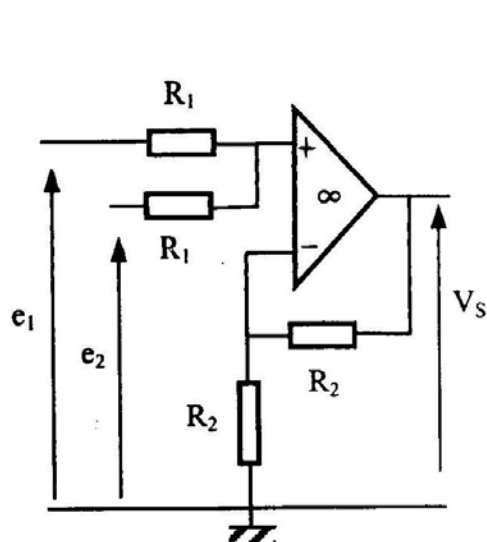


Fig.7.5

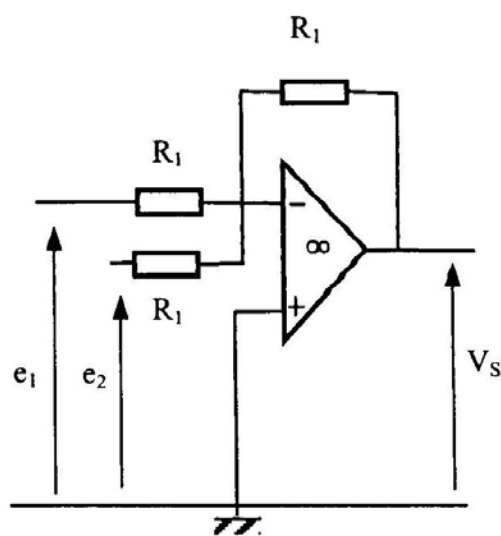


Fig.7.6

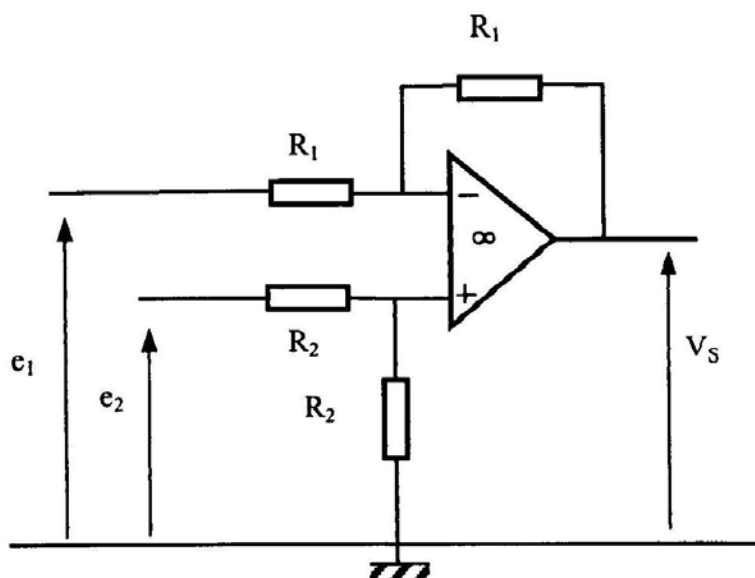
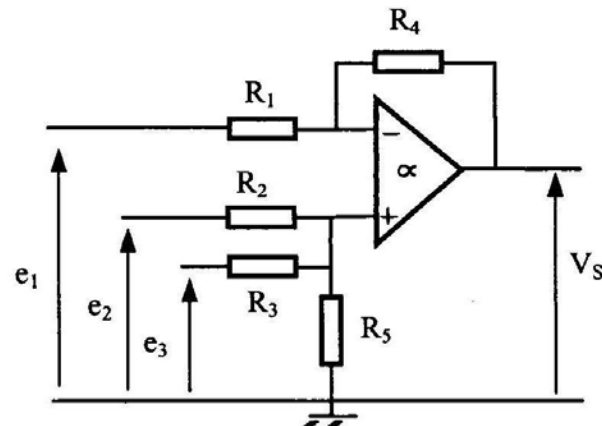


Fig.7.7

Exercice 2

On considère le circuit schématisé par la Fig.7.8, utilisant un amplificateur opérationnel idéal.

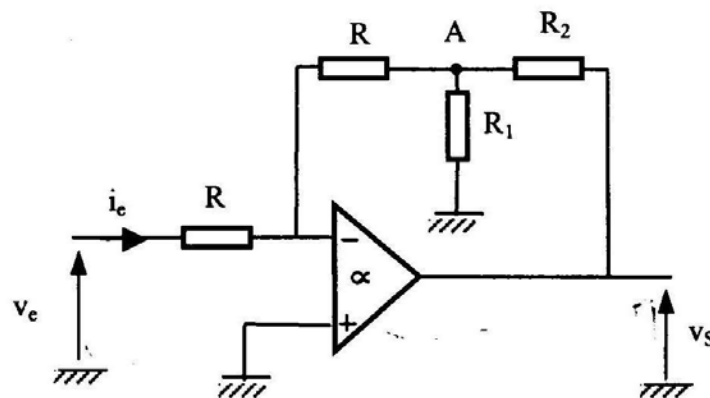
**Fig.7.8**

1. Déterminer la tension de sortie V_s en fonction des tensions d'entrée e_1 , e_2 et e_3 .
2. Quelle est la valeur de V_s quand $R_1 = R_4$; $R_3 = R_2$ et $R_5 \rightarrow \infty$?
3. Quelle fonction réalise ce circuit?

Exercice 3

Soit le montage à amplificateur opérationnel idéal donner par la Fig.7.9 :

1. Déterminer l'amplification en tension : $A_v = \frac{V_s}{V_e}$
2. Déterminer la résistance d'entrée du montage.

**Fig.7.9**

Exercice 4

Une des applications de l'amplificateur opérationnel est le filtrage actif.

1. Déterminer la fonction de transfert $H(j\omega) = v_s/v_e$ du filtre actif de Rauch (Fig.7.10).

2. Calculer $H(j\omega)$ quand : $Y_1=Y_3=Y_4=1/R$ et $Y_2=Y_5=jC\omega$?

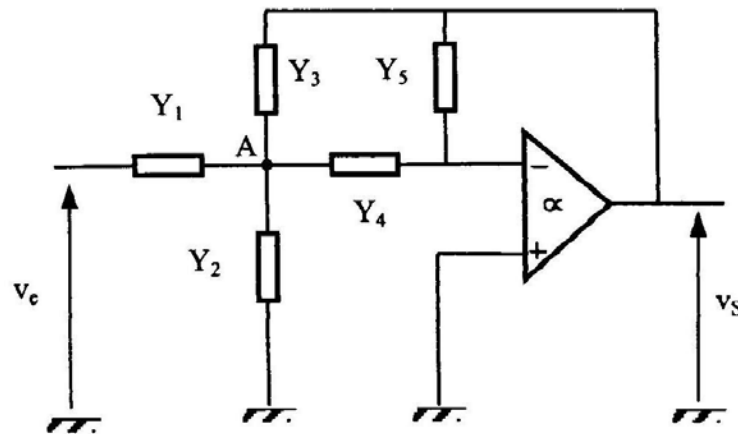


Fig.7.10

Exercice 5

Soient les deux montages ci-dessous :

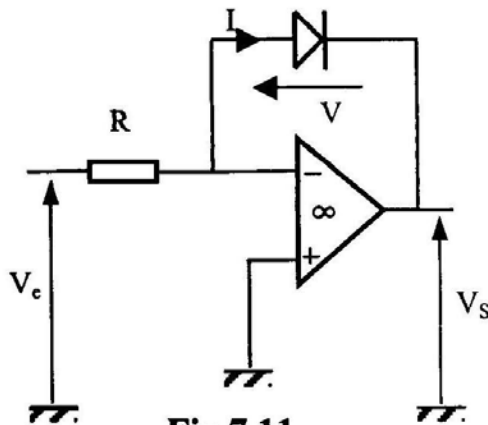


Fig.7.11

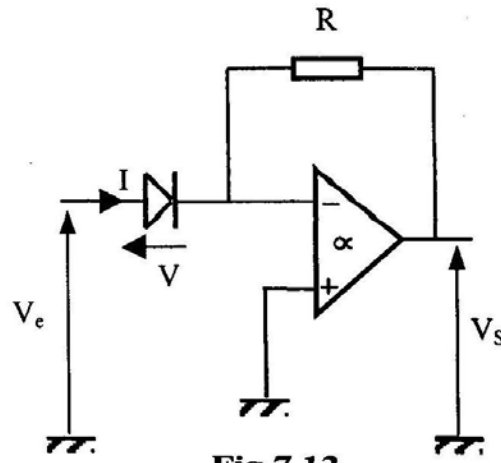


Fig.7.12

La caractéristique de la diode est donnée par l'expression suivante :

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{V}{V_T}\right) \text{ avec } V > 0.$$

Déterminer pour chacun des deux montages, la tension de sortie v_s en fonction de la tension d'entrée v_e .

Exercice 6

A partir des montages élémentaires des exercices précédents, déterminer la tension de sortie v_s du montage décrit par la Fig.7.13 :

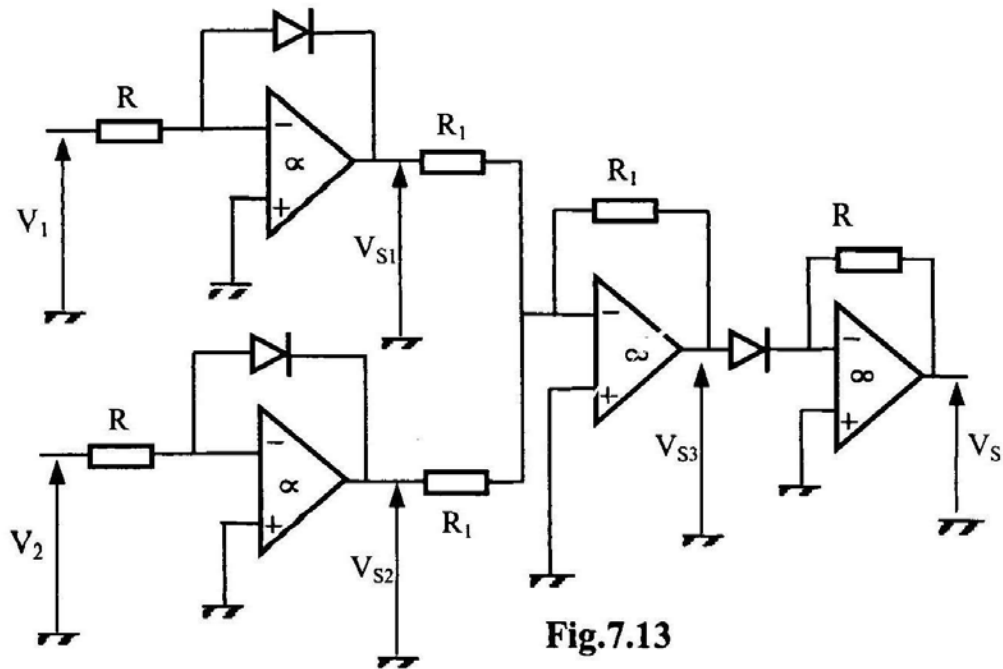


Fig.7.13

Exercice 7

Soit le circuit suivant utilisant un amplificateur opérationnel idéal, v_e est une tension sinusoïdale.

1. Déterminer l'amplification v_s/v_e de cet amplificateur.
2. Quel le rôle d'un tel circuit si la résistance R est variable ?

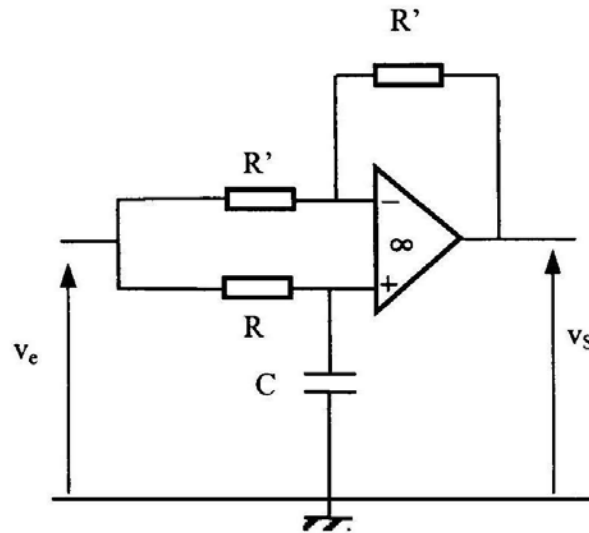
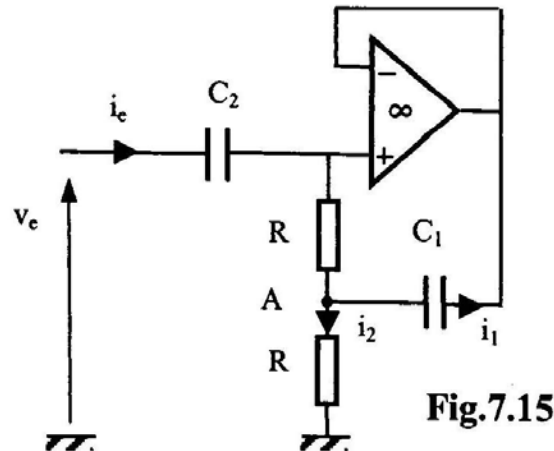


Fig.7.14

Exercice 8

On considère le circuit schématisé par la Fig.7.15.

1. Donner l'expression de l'impédance d'entrée $Z_e = v_e / i_e$.
2. Montrer que le circuit est équivalent à un circuit résonnant R'LC série, dont on déterminera les éléments.
3. Donner l'expression de la pulsation ω_0 de résonance.
4. En déduire le facteur de qualité Q.



Exercice 9

Soit le circuit électrique de la Fig.7.16.

On donne $R_1 = 100 \Omega$; $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$; $C_2 = 0,1 \mu\text{F}$.

1. Déterminer la fonction de transfert :

$$H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e}$$

2. Tracer le diagramme de Bode de $H(j\omega)$ en module et en phase :
 $|H(j\omega)|$ et $\varphi(\omega) = \text{Arg } H(j\omega)$.

3. Conclure.

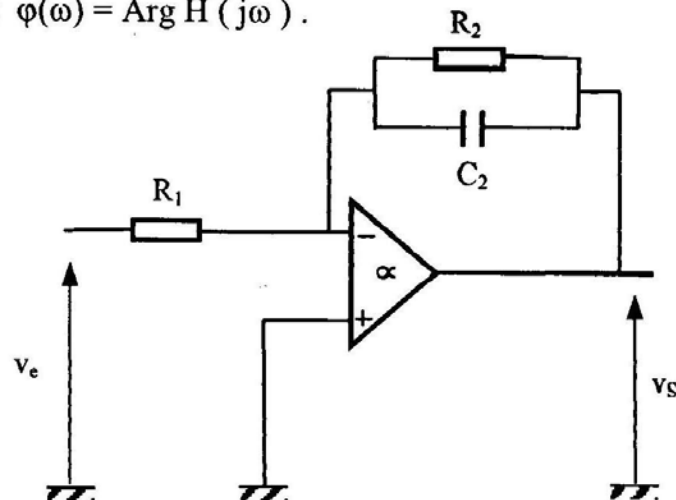


Fig.7.16

Exercice 10

On se propose d'étudier le circuit de la Fig.7.17.

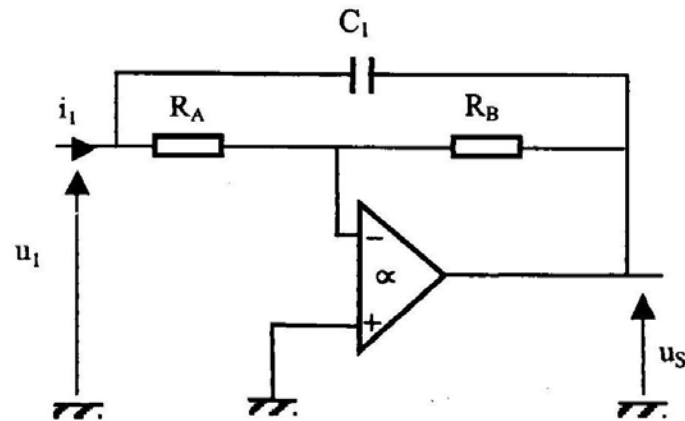


Fig.7.17

L'amplificateur opérationnel est considéré comme idéal.

1. Chercher l'expression de l'impédance d'entrée.
2. Montrer qu'elle peut être symbolisée par le schéma équivalent de la Fig.7.18.

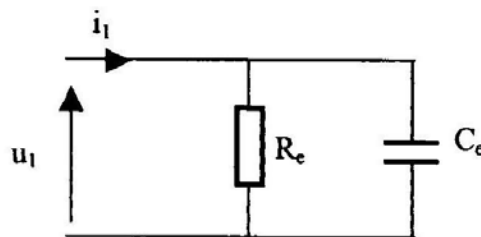


Fig.7.18

On donnera les expressions de R_e et C_e .

3. Quel est l'intérêt de ce montage ?
4. On envisage un deuxième montage avec deux amplificateurs opérationnels (Fig.7.19),

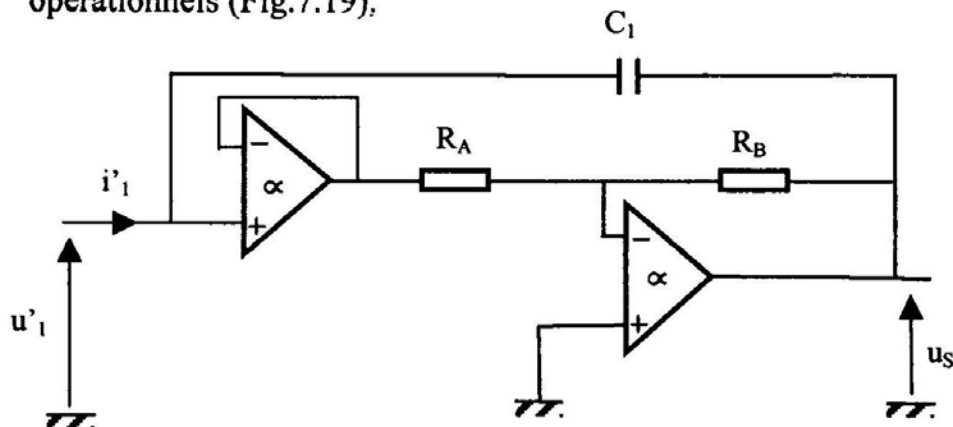


Fig.7.19

Calculer la nouvelle impédance d'entrée

5. Montrer qu'elle peut être symbolisée par le schéma équivalent de la Fig.7.20.

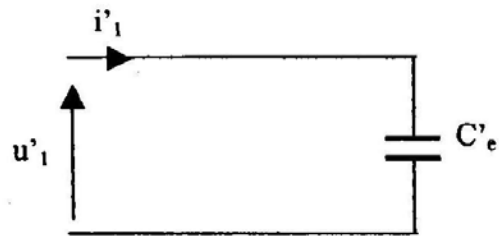


Fig.7.20

Expliciter C'_e en fonction des éléments du montage.

AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL**(CORRIGES DES EXERCICES)****Exercice 1****a) Montage de la Fig.7.5**

L'amplificateur opérationnel étant parfait : $e^+ = e^-$

$$\text{or } e^- = \frac{R_2}{R_2 + R_2} v_s = \frac{v_s}{2} \quad (\text{diviseur de tension})$$

$$\text{et } e^+ = \frac{\frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1}} = \frac{e_1 + e_2}{2} \quad (\text{Théorème de Millman})$$

d'où $v_s = (e_1 + e_2)$; c'est un sommateur.

b) Montage de la Fig.7.6

$$e^+ = e^- = 0 \quad \text{d'où} \quad \frac{\frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_1} + \frac{v_s}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1}} = 0$$

par suite $v_s = -(e_1 + e_2)$; c'est un sommateur inverseur.

c) Montage de la Fig.7.7

$$e^+ = \frac{R_2}{R_2 + R_2} e_2 = \frac{e_2}{2} ; \quad e^+ = e^-$$

$$\frac{e_1 - e^-}{R_1} = \frac{e^- - v_s}{R_1}$$

d'où $v_s = e_2 - e_1$; c'est un soustracteur

Exercice 2

1. La loi des nœuds sur l'entrée (-) permet d'écrire :

$$\frac{e_1 - e^-}{R_1} = \frac{e^- - v_s}{R_4} \Rightarrow e^- \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} \right) = \frac{e_1}{R_1} + \frac{v_s}{R_4}$$

$$\text{d'où } e^- = \frac{R_4 e_1 + R_1 v_s}{R_1 + R_4}$$

Et d'après le théorème de Millman :

$$e^+ = \frac{\frac{e_2}{R_2} + \frac{e_3}{R_3}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}} = \frac{R_3 e_2 + R_2 e_3}{R_2 R_3 \left(\frac{R_2 R_3 + R_3 R_5 + R_2 R_5}{R_2 R_3 R_5} \right)}$$

$$e^+ = \frac{R_5 (R_3 e_2 + R_2 e_3)}{R_2 R_3 + R_3 R_5 + R_2 R_5}$$

L'amplificateur opérationnel étant parfait : $e^+ = e^-$

$$\frac{R_4 e_1 + R_1 v_s}{R_1 + R_4} = \frac{R_5 (R_3 e_2 + R_2 e_3)}{R_2 R_3 + R_3 R_5 + R_2 R_5}$$

soit $\frac{R_1 v_s}{R_1 + R_4} = \frac{R_5 (R_3 e_2 + R_2 e_3)}{R_2 R_3 + R_3 R_5 + R_2 R_5} - \frac{R_4}{R_1 + R_4} e_1$

d'où $v_s = \frac{R_5 (R_1 + R_4) (R_3 e_2 + R_2 e_3)}{R_1 (R_2 R_3 + R_3 R_5 + R_2 R_5)} - \frac{R_4}{R_1} e_1$

2. Si $R_1 = R_4$; $R_3 = R_2$ et $R_5 \rightarrow \infty$

$$\frac{v_s}{2} = \frac{R_5 R_2 (e_2 + e_3)}{R_5 (R_2 + R_3)} - \frac{e_1}{2}$$

$$\frac{v_s}{2} = \frac{e_2 + e_3}{2} - \frac{e_1}{2}$$

$$\text{soit } v_s = (e_2 + e_3) - e_1$$

3. C'est un sommateur-soustracteur.

Exercice 3

1. D'après le théorème de Millman

$$v_A = \frac{\frac{e^-}{R} + \frac{v_s}{R_2}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

et comme $e^+ = e^- = 0 \Rightarrow v_A = \frac{R R_1}{R R_1 + R_1 R_2 + R R_2} v_s$

d'autre part $\frac{v_e}{R} = -\frac{v_A}{R}$ (Loi des nœuds à l'entrée (-))

d'où $A_v = \frac{v_s}{v_e} = \frac{-(R R_1 + R_2 R_1 + R R_2)}{R R_1}$

2. La résistance d'entrée

$$R_e = \frac{v_e}{i_e} = R$$

Exercice 4

1. En appliquant le théorème de Millman au nœud A, on obtient :

$$v_A = \frac{Y_1 v_e + Y_3 v_s}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}$$

et $Y_4 v_A = -Y_5 v_s$ (Loi des nœuds à l'entrée (-))

d'où

$$\frac{-Y_5 v_s}{Y_4} = \frac{Y_1 v_e + Y_3 v_s}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}$$

$$-v_s \left(\frac{Y_5}{Y_4} + \frac{Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4} \right) = \frac{Y_1 v_e}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}$$

$$-v_s \left(\frac{Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4}{Y_4} \right) = Y_1 v_e$$

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{-Y_1 Y_4}{Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4}$$

2. Lorsque $Y_1 = Y_3 = Y_4 = 1/R$ et $Y_2 = Y_5 = jC\omega$, on aura :

$$\frac{v_s}{v_e} = - \frac{\frac{1}{R^2}}{jC\omega \left(\frac{3}{R} + jC\omega \right) + \frac{1}{R^2}} = \frac{-1}{jRC\omega(3R + jRC\omega) + 1}$$

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{-1}{1 + 3jRC\omega - R^2 C^2 \omega^2}$$

C'est un filtre passe bas actif du 2nd ordre.

Exercice 5**1. Montage de la Fig.7.11 :**

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{v_s}{V_T}\right) = \frac{v_e}{R} \quad \text{d'où} \quad v_e = RI_0 \exp\left(-\frac{v_s}{V_T}\right)$$

par suite :

$$v_s = -V_T \text{Log} \frac{v_e}{RI_0}$$

$$\text{enfin } v_s = V_T \text{Log} \left(\frac{RI_0}{v_e} \right) \quad \text{Amplificateur logarithmique}$$

2. Montage de la Fig.7.12 :

$$I = I_0 \exp\left(\frac{v_e}{V_T}\right) = -\frac{v_s}{R}$$

$$\text{d'où } v_s = -RI_0 \exp\left(\frac{v_e}{V_T}\right) \quad \text{Amplificateur exponentiel.}$$

Exercice 6

D'après l'exercice 5 :

$$v_{s1} = V_T \text{Log} \frac{RI_0}{v_1} \quad v_{s2} = V_T \text{Log} \frac{RI_0}{v_2}$$

D'autre part :

$$\frac{v_{s1}}{R_1} + \frac{v_{s2}}{R_1} = -\frac{v_{s3}}{R_1}$$

$$\text{Soit : } v_{s3} = -(v_{s1} + v_{s2}) \quad \text{et} \quad v_s = -RI_0 \exp\left(\frac{v_{s3}}{V_T}\right)$$

$$\text{Soit : } v_s = -RI_0 \exp\left(-\frac{v_{s1} + v_{s2}}{V_T}\right)$$

$$v_s = -RI_0 \exp\left[-\text{Log}\left(\frac{RI_0}{v_1}\right) - \text{Log}\left(\frac{RI_0}{v_2}\right)\right]$$

$$v_s = -RI_0 \frac{1}{\frac{RI_0}{v_1} \cdot \frac{RI_0}{v_2}} = -\frac{v_1 v_2}{RI_0}$$

Ce circuit est un multiplieur.

Exercice 7

1. L'amplificateur est idéal donc $e^+ = e^-$ et $i^+ = i^- = 0$

$$\text{or } e^+ = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{\frac{1}{jC\omega} + R} \cdot v_e = \frac{1}{1 + jRC\omega} \cdot v_e$$

$$\text{et d'autre part : } \frac{v_e - e^-}{R'} = \frac{e^- - v_s}{R'}$$

$$\text{Soit : } e^- = \frac{v_e + v_s}{2}$$

$$\text{D'où : } v_e + v_s = \frac{2}{1 + jRC\omega} \cdot v_e$$

$$v_s = v_e \left(\frac{2}{1 + jRC\omega} - 1 \right)$$

$$v_s = \frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega} \cdot v_e$$

$$\text{D'où } \frac{v_s}{v_e} = \frac{1 - j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

2. Pour cet amplificateur, on a :

- Gain : $G = \left| \frac{v_s}{v_e} \right| = 1$

- Phase : $\varphi = \text{Arg} \left(\frac{v_s}{v_e} \right) = -2 \text{Arctg} \frac{\omega}{\omega_0}$

Si $\omega \ll \omega_0$ alors $\varphi \rightarrow 0$

Si $\omega \gg \omega_0$ alors $\varphi \rightarrow -\pi$

Si $\omega = \omega_0$ alors $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

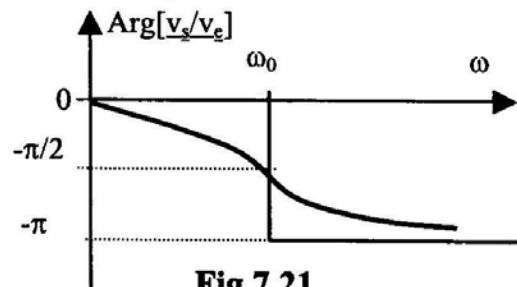


Fig.7.21

Le gain est constant et la phase φ varie en fonction de ω . C'est un circuit déphaseur.

Exercice 8

1. Impédance d'entrée :

Au nœud A, on a : $i_e = i_1 + i_2$

$$\text{Or } i_e = (v_e - e^+)jC_2\omega \quad \text{de plus} \quad i_e = \frac{e^+ - v_A}{R}$$

$$i_1 = (v_A - e^+)jC_1\omega \quad \text{et} \quad i_2 = \frac{v_A}{R}$$

$$\text{par suite } i_e = (v_A - e^+)jC_1\omega + \frac{v_A}{R}$$

$$i_e = -jRi_eC_1\omega + \frac{v_A}{R}$$

$$\text{d'où } v_A = R(1 + jRC_1\omega)i_e$$

$$\text{d'autre part } v_e = \frac{i_e}{jC_2\omega} + R.i_e + v_A$$

$$\text{Soit : } v_e = i_e \left[\frac{1}{jC_2\omega} + R + R(1 + jRC_1\omega) \right]$$

$$\text{Finalement } Z_e = \frac{v_e}{i_e} = \frac{1}{jC_2\omega} + 2R + jR^2C_1\omega$$

2. Comparer à un circuit R'LC série, on peut écrire :

$$R' = 2R ; L = R^2C_1 \quad \text{et} \quad C = C_2$$

3. Pour un circuit R'LC série, la pulsation de résonance est :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{R^2C_1C_2}}$$

$$\text{Soit } \omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}$$

4. Le facteur de qualité est :

$$Q = \frac{L\omega_0}{R'} = \frac{1}{R'C\omega_0} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

Exercice 9

1. Puisque l'amplificateur est idéal, alors :

$$\frac{v_e}{Z_1} = -\frac{v_s}{Z_2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} Z_1 = R_1 \\ Z_2 = \frac{R_2 \frac{1}{jC_2\omega}}{R_2 + \frac{1}{jC_2\omega}} = \frac{R_2}{1 + jR_2C_2\omega} \end{cases}$$

$$\text{par suite} \quad \frac{v_s}{v_e} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{\frac{R_2}{1 + jR_2C_2\omega}}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1(1 + jR_2C_2\omega)}$$

$$\text{d'où} \quad \frac{v_s}{v_e} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{(1 + jR_2C_2\omega)}$$

$$\text{de la forme } H(j\omega) = \frac{v_s}{v_e} = A_0 \frac{1}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_0}\right)} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} A_0 = -\frac{R_2}{R_1} \\ \omega_0 = \frac{1}{R_2C_2} \end{cases}$$

2. Le diagramme de Bode se déduit de :

- En module: (Fig.7.22)

- $\omega \ll \omega_0$:

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log |A_0| = 20 \log |10| = 20 \text{ dB}$$

Donc pour $\omega \ll \omega_0$ la courbe du module admet une asymptote horizontale au point '20 dB'.

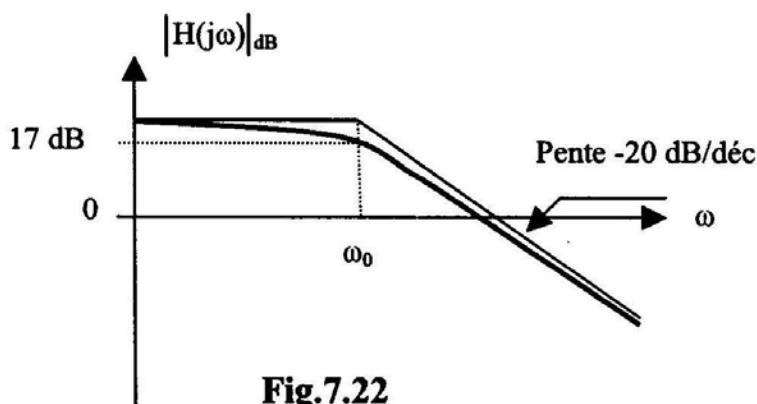
- $\omega = \omega_0$:

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log 10 - 20 \log \sqrt{2} \approx 17 \text{ dB}$$

- $\omega \gg \omega_0$:

$$|H(j\omega)|_{dB} = -20 \log \frac{\omega}{\omega_0} + 20 \log 10$$

Donc pour $\omega \gg \omega_0$ la courbe du module admet une asymptote oblique de pente -20dB / Décade et passe par le point $(\omega_0, 20\text{dB})$.



- En phase: (Fig.7.23)

$$\text{Arg}[\underline{H}(j\omega)] = -\text{Arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

- $\omega \ll \omega_0$:

$$\text{Arg}[\underline{H}(j\omega)] = 0$$

Donc pour $\omega \ll \omega_0$ la courbe du phase admet une asymptote horizontale d'équation $y = 0$ deg.

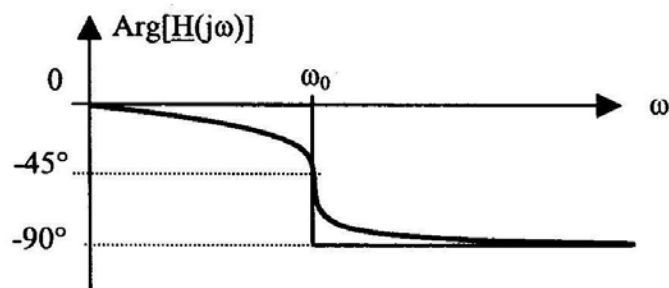
- $\omega = \omega_0$:

$$\text{Arg}[\underline{H}(j\omega)] = -\text{Arc tg } 1 = -\frac{\pi}{4} \text{ soit } -45^\circ.$$

- $\omega \gg \omega_0$:

$$\text{Arg}[\underline{H}(j\omega)] = -\text{Arc tg } \infty = -\frac{\pi}{2} \text{ soit } -90^\circ.$$

Donc pour $\omega \gg \omega_0$ la courbe du module admet une asymptote horizontale d'équation $y = -90^\circ$.



3. C'est un filtre passe bas actif du 1^{er} ordre et de pulsation de coupure à -3 dB ω_0 .

Exercice 10

1. Impédance d'entrée : (Fig.7.24)

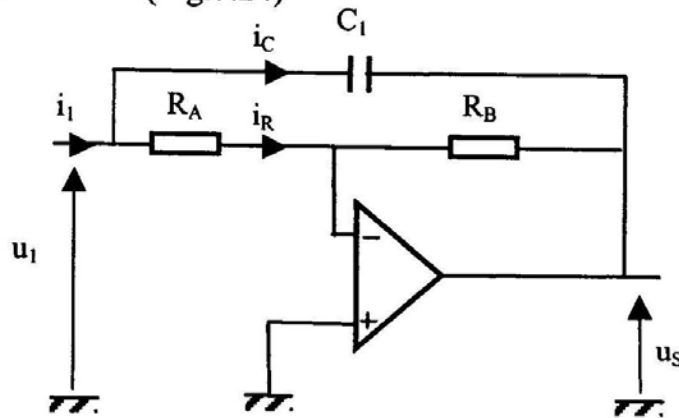


Fig.7.24

$$\begin{aligned} u_1 &= R_A i_R \text{ et d'après la loi des nœuds } i_1 = i_C + i_R \\ u_S &= -R_B i_R \\ -u_1 + Z_C i_C + u_S &= 0 \end{aligned}$$

 Par suite $u_1 = u_S + Z_C i_C = -R_B i_R + Z_C (i_1 - i_R)$

$$\text{D'où } i_1 = \frac{u_1}{R_A} + \frac{u_1 - u_S}{Z_C} = \frac{u_1}{R_A} + \frac{u_1}{Z_C} + \frac{R_B}{Z_C} i_R = \frac{u_1}{R_A} + \frac{u_1}{Z_C} + \frac{R_B}{Z_C} \frac{u_1}{R_A}$$

$$i_1 = u_1 \left[\frac{1}{R_A} + \frac{1}{Z_C} + \frac{R_B}{R_A Z_C} \right]$$

$$\text{Enfin } Z_e = \frac{u_1}{i_1} = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{Z_C} + \frac{R_B}{R_A Z_C}} \text{ sachant que } Z_C = \frac{1}{jC_1 \omega}$$

Alors

$$Z_e = \frac{u_1}{i_1} = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + j \left(\frac{R_A + R_B}{R_A} \right) C_1 \omega}$$

 donc $Z_e = R_A // Z$, tel que $Z = jC\omega (R_A + R_B) / R_A$

 2. On peut écrire Z_e sous la forme suivante :

$$Z_e = \frac{u_1}{i_1} = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{Z}} \quad \text{avec} \quad Z = \frac{R_A}{j(R_A + R_B)C_1 \omega}$$

Avec cette forme d'écriture on aboutit au modèle de la Fig.7.18.

La Fig.7.17 sera équivalente à la Fig.7.18 si :

$$\begin{cases} R_e = R_A \\ C_e = \left(\frac{R_A + R_B}{R_A} \right) \cdot C_1 \end{cases}$$

3. D'après l'expression $C_e = \left(\frac{R_A + R_B}{R_A} \right) \cdot C_1$, si l'une des résistances R_A ou R_B est variable, on peut faire varier la valeur de C_e .

4. Impédance d'entrée : (Fig.7.25)

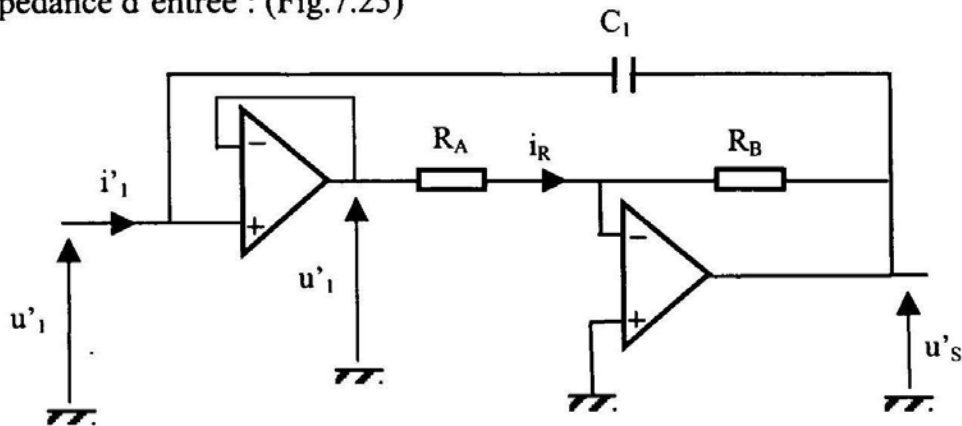


Fig.7.25

on a $u'_1 = R_A i_R$

$$u'_s = -R_B i_R$$

$$-u'_1 + u'_s + Z_C i'_1 = 0$$

d'où $-u'_1 - R_B \frac{u'_1}{R_A} + Z_C i'_1 = 0$

par suite $u'_1 \left(1 + \frac{R_B}{R_A} \right) = Z_C i'_1$

il en résulte $Z'_e = \frac{u'_1}{i'_1} = \frac{Z_C}{1 + \frac{R_B}{R_A}}$

Finalement

$$Z'_e = \frac{u'_1}{i'_1} = \frac{1}{j \left(1 + \frac{R_B}{R_A} \right) C_1 \omega}$$

5. En posant $C'_e = \left(1 + \frac{R_B}{R_A} \right) C_1$, on trouve le circuit de la Fig.7.20. Si R_A ou R_B est variable, le circuit vu de l'entrée, est équivalent à une capacité variable.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] J.M. Brébec et P. Denéve, " Electronique Electrocinétiq*ue* I", Hachette, 1995.
- [2] S. Coeurdacier , " Electronique ", Tomes 1,2 et 3, Dunod, 1980.
- [3] J.I. Queyrel et J. Mespled, " Précis de physique. Electronique ", Bréal, 1988.
- [4] P. Albert, " Principes d'électronique ", Edition Graw Hill, 1988.
- [5] M. Gerard, " Amplificateur opérationnel", Tomes 1 et 2, Edition science internationale, 1995.
- [6] P. Horowitz et W. Will, " Traité de l'électronique analogique et numérique", Publitronic Elektor, 1996.
- [7] S. Valkov, " Electronique analogique : Cours avec problèmes résolus", Educationalivre Edition Castella, 1994.
- [8] F. Manneville et J. Esquieu, " Electronique : Systèmes bouclés et linéaires, de communication et de filtrage", Dunod, 1996.
- [9] F. Dieuleveult et H. Fanet, "Principe et pratique de l'électronique ", Tome 1, Dunod, 1997.
- [10] E.M. Purcell, " Cours de physique : Electricité et électromagnétisme", Armand colin : Collection Berkely, 1973.

Ce recueil d'exercices et problèmes corrigés avec résumés de cours permet une étude générale en électronique analogique.

Le premier et le deuxième chapitre traitent respectivement des méthodes de base de résolution des réseaux linéaires ainsi que l'étude des circuits en régimes sinusoïdal et transitoire ; l'ouvrage traite ensuite des quadripôles, des diodes, des transistors à effet de champ, des transistors bipolaires et des amplificateurs opérationnels.

Ce livre est destiné, en premier lieu, aux étudiants du premier cycle universitaire scientifique et technique et sera certainement utile à tout public qui souhaiterait acquérir une culture générale dans le domaine de l'électronique analogique.

Ali GHARSALLAH est ingénieur en radio-électricité de l'école supérieure de poste et télécommunications et docteur en génie électrique de l'école nationale d'ingénieurs de Tunis. Titulaire d'une habilitation universitaire en électronique, il est actuellement maître de conférences à la faculté des sciences de Tunis.

Tarek BEN NASRALLAH, docteur en électronique de l'université de Nantes est maître assistant à la faculté des sciences de Tunis. Ses activités de recherche au sein de l'équipe de physique des dispositifs à semi-conducteurs, portent sur l'étude et la réalisation de composants optoélectroniques (photopiles, capteurs,...)

Lassâad GARGOURI, est titulaire d'une maîtrise ès-sciences techniques, d'un certificat des études supérieures spécialisées et d'un diplôme d'études approfondies de l'école supérieure des sciences et techniques de Tunis. Il est actuellement assistant technologue à l'institut supérieur des études technologiques de Radès.



9 789973 371669

© Centre de Publication Universitaire, Tunis 2003.

ISBN : 9973-37-166-6

Prix : 12 Dinars